

**XXIX Научная конференция по радиофизике,  
посвященная 75-летию радиофизического факультета**

**Секция Акустики**

Нижний Новгород, май 2020 г.



**АНАЛИТИЧЕСКОЕ И ЧИСЛЕННОЕ  
ИССЛЕДОВАНИЕ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН В  
СРЕДЕ СО СТЕПЕННОЙ ЗАВИСИМОСТЬЮ  
КОЭФФИЦИЕНТА ПОГЛОЩЕНИЯ ОТ ЧАСТОТЫ**

**КАЛИНКИНА Е.М., ДЕМИН И.Ю.**

*Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского,  
Радиофизический факультет, Кафедра Акустики.*

**Эволюционное уравнение с произвольными нелинейностью и  
диссипацией (общий вид)**

$$\frac{\partial U}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial \tau} G(U) = L\left(\frac{\partial}{\partial \tau}\right)U$$

$G(U) = \frac{1}{m} |U|^m$  – оператор, описывающий нелинейность среды  
степенного вида,  $L\left(\frac{\partial}{\partial \tau}\right) = \mu \frac{\partial^\alpha}{\partial \tau^\alpha}$  – диссипативный оператор.

$C(\omega, z) = F(U(z, \tau)) = \frac{1}{2\pi} \int U(z, \tau) e^{-i\omega\tau} d\tau$  – прямое преобразование Фурье

$U(z, \tau) = F^{-1}(C(\omega, z)) = \int C(\omega, z) e^{i\omega\tau} d\omega$  – обратное преобразование Фурье

**модель численного решения эволюционного уравнения:**

$$C(\omega, z + \Delta z) = C(\omega, z) - i\omega \frac{1}{m} \Delta z F \left[ F^{-1}(C(\omega, z)) \right]^m - \mu (-i\omega)^\alpha \Delta z C(\omega, z)$$

## Уравнение Бюргера

$m=2$  (квадратичная нелинейность),  $\alpha = 2$  (среда без дисперсии)

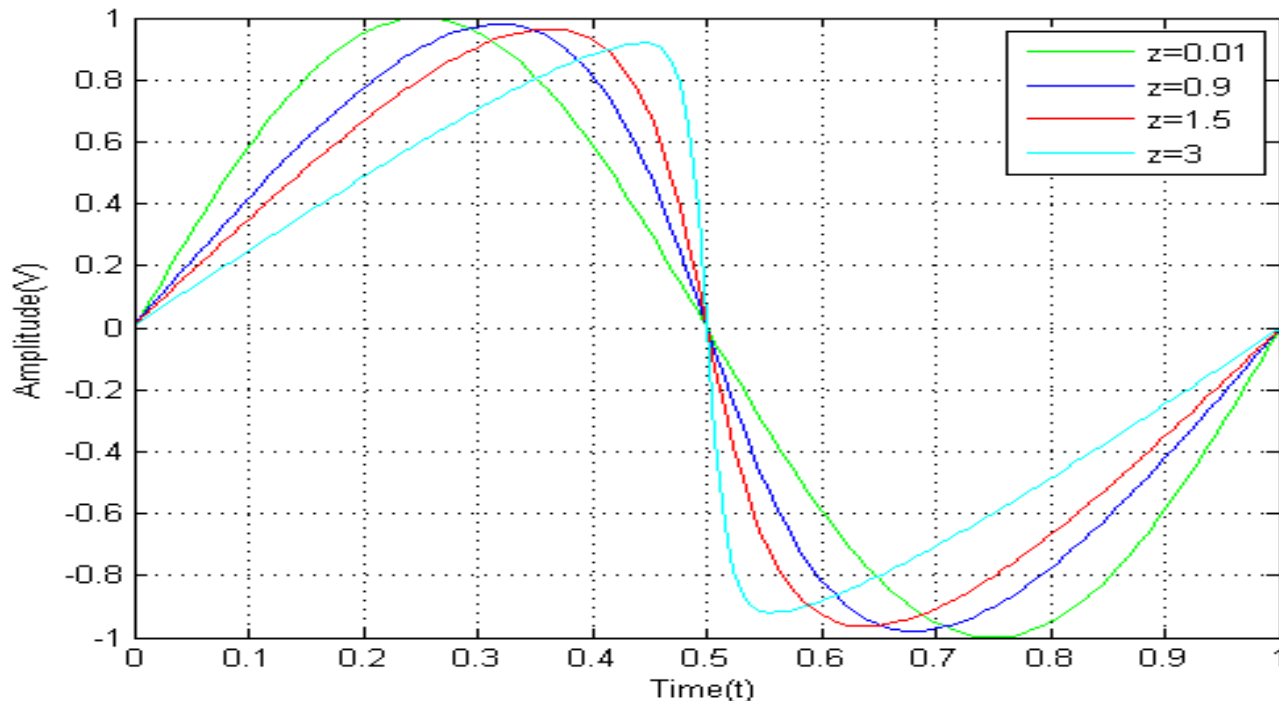
$$G(U) = \frac{1}{2} U^2, \quad L\left(\frac{\partial}{\partial \tau}\right) = \mu \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} \quad \Longrightarrow \quad \frac{\partial U}{\partial z} - \frac{1}{2} \frac{\partial U^2}{\partial \tau} = \mu \frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2}$$

Схема численного решения УБ принимает следующий вид:

$$C(\omega, z + \Delta z) = C(\omega, z) - i\omega \frac{1}{2} \Delta z F([F^{-1}(C(\omega, z))]^2) - \mu \omega^2 \Delta z C(\omega, z)$$

**Эволюция гармонического сигнала**

$$L(-i\omega) = -\mu\omega^2; \quad \mu = 0.1$$

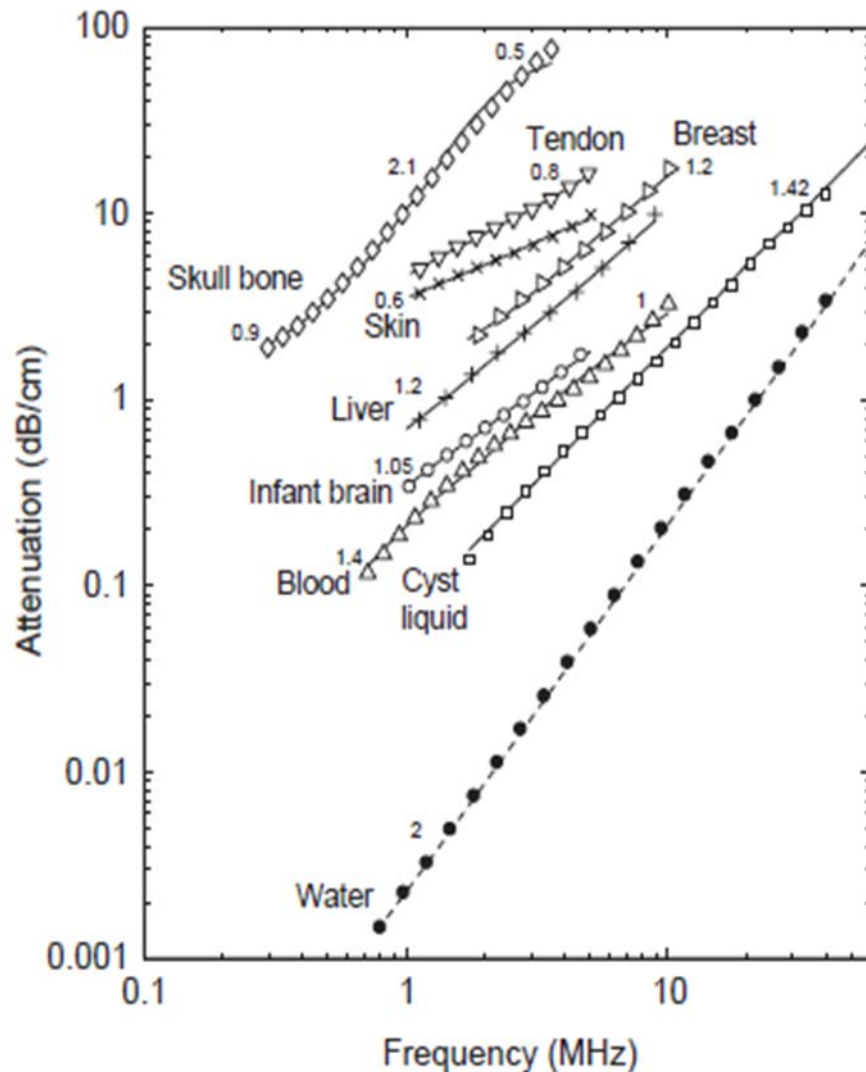


# Численный анализ распространение нелинейных акустических волн в средах со степенным показателем затухания (мягких биологических тканях)

Известно, что волновое уравнение для классической вязкой теплопроводящей жидкости содержит дифференциальный оператор, соответствующий поглощению, пропорциональному квадрату частоты. Механизмы поглощения в мягких биологических тканях значительно более сложные, они обусловлены различными видами колебательной, структурной и химической релаксации, что приводит к экспериментально наблюдаемому степенному частотному закону поглощения в виде

$$\gamma(\omega) = \gamma_0 \left| \frac{\omega}{\omega_0} \right|^\alpha,$$

где  $\gamma_0$  — коэффициент поглощения на частоте  $\omega_0$ ,  $\omega$  — круговая частота, а величина показателя степени  $\alpha$  обычно изменяется в диапазоне от 1 до 1.7 и приведен на рисунке



# Численный анализ распространение нелинейных акустических волн в средах со степенным показателем затухания (мягких биологических тканях)

Эволюция случайной волны для степени затухания  $\alpha=1.6$

