

# СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ КВАЗИОПТИМАЛЬНЫХ МЕТОДОВ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ОБРАБОТКИ ЧАСТИЧНО-КОГЕРЕНТНОГО СИГНАЛА, ПРИНИМАЕМОГО НА ФОНЕ ИНТЕНСИВНОЙ ПОМЕХИ

А.И. Малеханов<sup>1,2)</sup>, А.В. Смирнов<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> Институт прикладной физики РАН

<sup>2)</sup> ННГУ им. Н.И. Лобачевского

## Аннотация

В этой работе проводится сравнительный анализ эффективности рассмотренных ранее методов пространственной обработки сигнала (Труды 22-ой научной конференции по радиофизике) на фоне изотропного шума с интенсивной частично-когерентной помехой, описываемой той же двухмасштабной моделью ФПК. Источники сигнала и помехи расположены в разных углах по отношению к центру АР. Показана смена "иерархии" методов обработки в зависимости от совокупности параметров задачи: длины когерентности, величины "остаточной" когерентности, среднего угла пеленга на источники сигнала и помехи, дисперсии флуктуаций углов прихода.

## Постановка задачи и основные уравнения

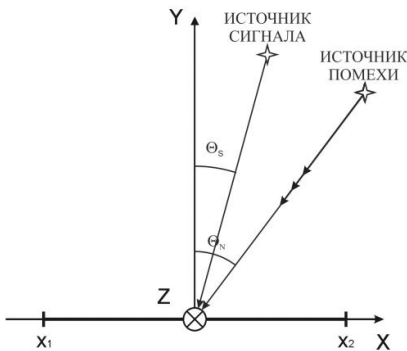


Рис. 1

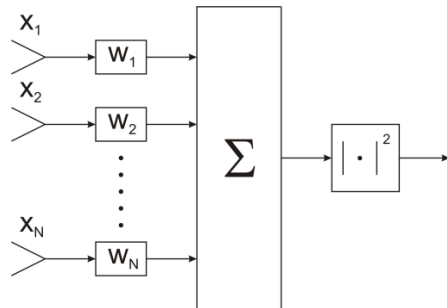


Рис. 2

Ненаправленный удаленный излучатель акустического поля находится под некоторым углом  $\theta_S$  по отношению к нормали линейной АР. Помимо полезного сигнала приемная АР принимает также изотропный шум (белый шум) и поле интенсивной удаленной помехи размещенной в угле  $\theta_N$  (Рис. 1). Линейная АР представляет собой эквидистантно расположенный набор ( $N$ ) из  $N$  приемных элементов вдоль прямой линии с межэлементным расстоянием  $d = \lambda/2$ . Средняя мощность сигнала, белого шума, помехи на входе единичного элемента АР будет соответственно  $\sigma_s^2$ ,  $\sigma_{\text{шн}}^2$  и  $\sigma_n^2$ . Критерием эффективности метода пространственной обработки является коэффициент усиления антенны  $G$  (от англ. "gain" - выигрыш), который определяется как отношение выходного отношения сигнал/шум (ОСШ) на АР к входному ОСШ на отдель-

ном элементе. Универсальное выражение для выигрыша при линейной пространственной обработке (схема на рис. 2) будет записано как:

$$G_0 = \sigma_s^{-2} \sigma_{\text{Noise}}^2 \frac{\mathbf{W}^+ \mathbf{R}_s \mathbf{W}}{\mathbf{W}^+ \mathbf{R}_{\text{Noise}} \mathbf{W}}, \quad \sigma_{\text{Noise}}^2 = \sigma_{\text{wn}}^2 + \sigma_n^2 \quad (1)$$

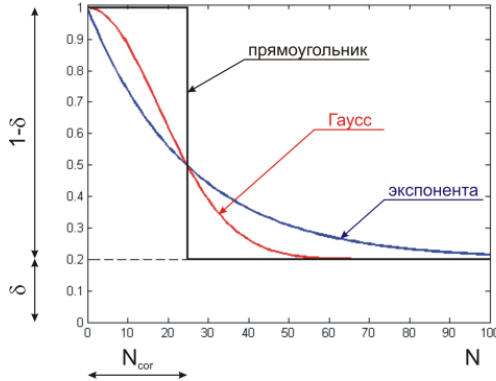


Рис. 3

где  $\mathbf{R}_s = \langle \mathbf{s} \mathbf{s}^+ \rangle$  ( $\mathbf{R}_{\text{Noise}} = \langle \mathbf{n} \mathbf{n}^+ \rangle$ ) – матрица пространственной когерентности сигнального  $\mathbf{s}$  (шумового  $\mathbf{n}$ ) поля на входе AP,  $\mathbf{W}$  – весовой вектор, "+" – означает эрмитово сопряжение,  $\langle \dots \rangle$  – означает усреднение по времени. Эффективность стандартной обработки фазированной антенны сильно зависит от угла прихода сигнала  $\theta_s$  и помехи  $\theta_n$ , угла сканирования  $\theta$ . Амплитудно-фазовое распределение для стандартной схемы обработки фазированной AP, которая отвечает фазированному накоплению сигнала по элементам, задается в виде распределения поля на антенне, сопряженного полю падающей плоской волны с некоторого угла  $\theta$  с волновым числом  $k$ :  $\mathbf{W}(\theta) = \exp\{ikd(\mathbf{N} - 1)\sin\theta\}$ . При дальнем распространении сигнала (помехи) сквозь случайно-неоднородную среду, матрицу пространственной корреляции можно представить как сложение матриц, отвечающих за когерентную и некогерентную компоненту поля на входе AP. Когерентная компонента поля  $\mathbf{R}_{SC}$  ( $\mathbf{R}_{NC}$ ) характеризуется уровнем "остаточной" когерентности  $\delta_S$  ( $\delta_N$ ), зависящим от дальности трассы распространения (аналогия с рассмотренной ранее эвристической экспоненциальной моделью – рис. 3). Считаем, что угол пеленга на излучатель сигнала (помехи) меняется в некотором диапазоне, характеризующийся значением среднего угла прихода  $\theta_S$  ( $\theta_N$ ) и дисперсией угла прихода  $\sigma_{S\theta}^2$  ( $\sigma_{N\theta}^2$ ). Используя известную модель плоской волны с флуктуирующим углом прихода, получим матрицу когерентности сигнала (помехи) описывающую рассеянную компоненту поля  $\mathbf{R}_{SH}$  ( $\mathbf{R}_{NH}$ ) и полную матрицу когерентности:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_S &= \mathbf{R}_{SC} + \mathbf{R}_{SH} = \sigma_s^2 \delta_S \mathbf{G}_S \mathbf{J} \mathbf{G}_S^+ + \sigma_s^2 (1 - \delta_S) \mathbf{G}_S \tilde{\mathbf{K}}_S \mathbf{G}_S^+, \\ \mathbf{R}_{\text{Noise}} &= \mathbf{R}_{WN} + \mathbf{R}_N = \sigma_{\text{WN}}^2 \mathbf{I} + \mathbf{R}_{NC} + \mathbf{R}_{NH}, \\ \tilde{\mathbf{K}}_{S(N)ij} &= \exp\left\{-\frac{(k(i-j)d\sigma_{S(N)\theta} \cos\theta_{S(N)})^2}{2}\right\}, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\mathbf{I}$  – единичная матрица,  $\mathbf{J}$  – матрица единиц,  $\mathbf{G}_S$  ( $\mathbf{G}_N$ ) – диагональная матрица, элементы которой представляют вектор функции Грина  $\mathbf{g}_S$  ( $\mathbf{g}_N$ ), описывающей распространение поля от излучателя до элемента AP  $\mathbf{g}_{S(N)} = \exp\{ikd(\mathbf{N} - 1)\sin\theta_{S(N)}\}$ .

Для определения выигрыша в случае метода фазированной решетки с аподизацией амплитудного распределения (оптимальный линейный метод) необходимо решить задачу по поиску собственных значений  $\lambda_i$  и собственных векторов матрицы  $\mathbf{R}_{\text{Noise}}^{-1}\mathbf{R}_S$ :

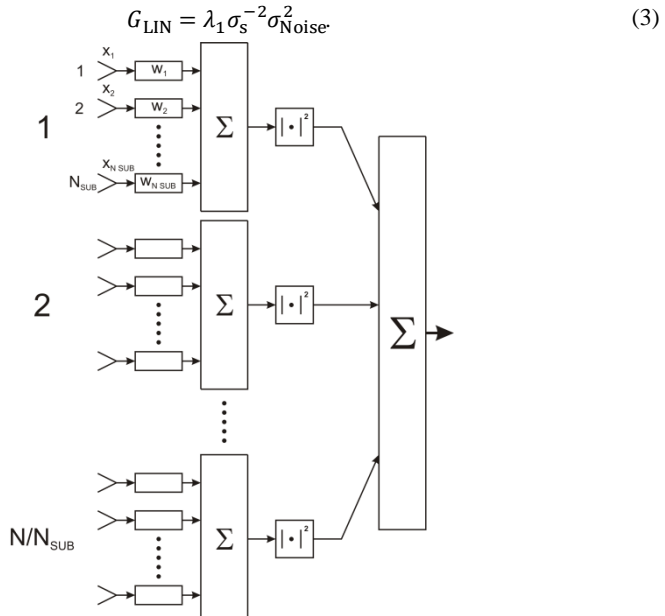


Рис. 4

Метод субапертурной обработки (метод подрешеток см. схему на рис. 4) – квадратичный метод, заключается в том, что AP делится нацело на подрешетки длиной  $N_{\text{SUB}}$ , каждая из которых фазуется в направлении угла  $\theta$ , а затем вся совокупность подрешеток обрабатывается квадратично и происходит некогерентное сложение. Выражение для выигрыша при квадратичной обработке:

$$G_{\text{SUB}} = \sigma_s^{-2} \sigma_{\text{Noise}}^2 \frac{\text{Sp}(\mathbf{A}\mathbf{R}_S)}{\text{Sp}^{1/2}((\mathbf{A}\mathbf{R}_{\text{Noise}})^2)}, \quad (4)$$

где  $\text{Sp}(\dots)$  – след матрицы;  $\mathbf{A}$  – матрица обработки сигнала на AP, в случае субапертурной обработки состоит из матриц обработки сигнала на подрешетках  $\mathbf{A} = \text{diag}(\mathbf{A}_1, \dots, \mathbf{A}_l, \dots, \mathbf{A}_{N/N_{\text{SUB}}})$ ,  $\mathbf{A}_l = \mathbf{W}_{\text{SUB}l}^+ \mathbf{W}_{\text{SUB}l}$ ,  $\mathbf{W}_{\text{SUB}l}(\theta) = \exp\{ikd(N_{\text{SUB}} - 1)\sin\theta\}$ .

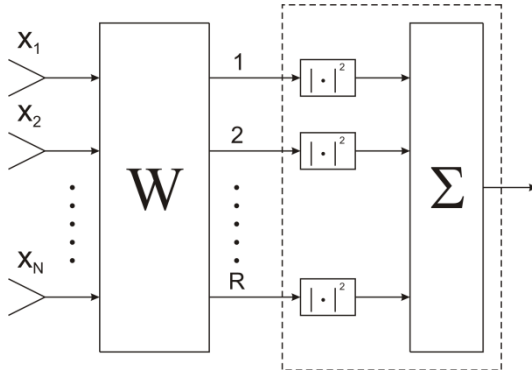


Рис. 5

Оптимальный квадратичный метод (схема на рис. 5) осуществляется путем формирования оптимальной весовой матрицы  $\mathbf{A} = \mathbf{W}^+ \mathbf{W}$ . Определение выигрыша  $G_{OPT}$  достигается через решение задачи на собственные значения  $\lambda_i$  и собственные вектора матрицы  $\mathbf{R}_{Noise}^{-1} \mathbf{R}_S$ . При этом выигрыш можно записать как через матрицы когерентности, так и через собственные значения:

$$G_{OPT} = \sigma_s^{-2} \sigma_{Noise}^2 \text{Sp}^{1/2} \left( (\mathbf{R}_{Noise}^{-1} \mathbf{R}_S)^2 \right) \text{ или } G_{OPT} = \sigma_s^{-2} \sigma_{Noise}^2 \sqrt{\sum_i \lambda_i^2}. \quad (5)$$

### Результаты численного моделирования и выводы

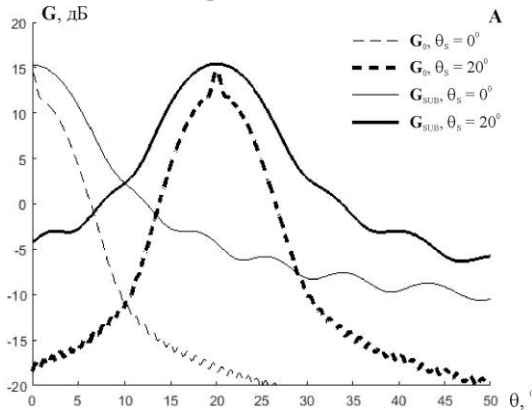


Рис. 6

Численное моделирование проведено для АР длиной  $N = 128$  с межэлементным расстоянием  $d = 5$  м, при настройке АР на длину волны  $\lambda = 10$  м. В начале изучена "иерархия" методов обработки приемного сигнала на фоне белого шума (ОСШ  $\sigma_s^2 \sigma_{wn}^{-2} = -6$  дБ) в зависимости от углового положения источника ( $\theta_s = 0^0$  и  $\theta_s = 20^0$ ) при разных когерентных свойствах входного сигнала. На рис. 6 продемонстриро-

ваны выигрыши фазированной и субапертурной ( $N_{SUB} = 16$ ) обработки в случае малого значения уровня когерентности ( $\delta_S = 0.1$ ) и дисперсии угла  $\sigma_{S\theta}^2$  прихода сигнала эквивалентной длине когерентности рассеянной компоненты  $N_{Scor} = 10$ . Размер подрешетки ( $N_{SUB} \approx 1.5N_{Scor}$ ) выбран не случайно и определен ранее нами оптимальным для такого сигнала. Масштабы когерентности сигнала влияют на  $G_0(\theta)$  по-разному: повышение уровня остаточной когерентности  $\delta_S$  увеличивает значение выигрыша в направлении на источник, становятся заметны боковые максимумы диаграммы направленности (ДН); снижение эффективной длины когерентности  $N_{Scor}$  сглаживает зависимость, увеличивает ширину главного лепестка. Показано, что субапертурная обработка остается квазиоптимальной при увеличении среднего угла пеленга на сигнал, несмотря на рост длины когерентности рассеянной компоненты и уширения главного лепестка подрешеток и всей АР (эффективное уменьшение числа элементов). Выигрыш для линейной обработки с аподизацией составил примерно 14.5 дБ ( $G_0 \approx G_{LIN}$ ), а для оптимальной квадратичной – 16.4 дБ, что лишь на 1 дБ выше субапертурной. При незначительном увеличении уровня  $\delta_S = 0.3$  (больше порогового значения  $\delta_{Спорог} \approx 0.16$ ) показана смена эффективности методов (рис. 7): субапертурная обработка ( $G_{SUB} \approx 15.6$  дБ) даже в случае оптимального размера подрешеток проигрывает стандартной фазированной обработке ( $G_0 = 17$  дБ), которая становится практически оптимальной ( $G_{LIN} \approx 17$  дБ,  $G_{OPT} = 17.5$  дБ).

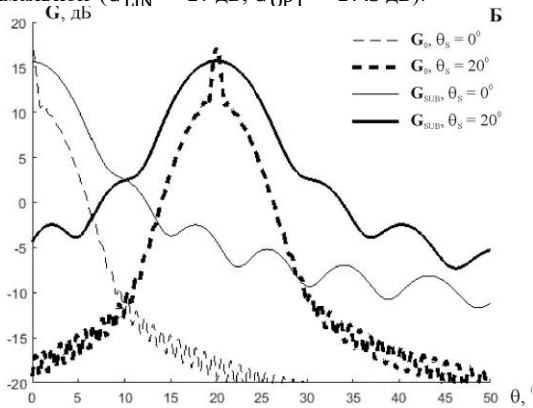


Рис. 7

При наличии сильной интенсивной помехи (ОСШ  $\sigma_s^2 \sigma_n^{-2} = -20$  дБ, см. рис. 8), приходящей с угла  $\theta_N = 40^\circ$ , зависимость выигрыша в случае малого значения когерентной компоненты качественно изменяется. Дисперсия угла флуктуации прихода помехового поля меньше ( $N_{Ncor} = 30$ ), чем у сигнала, а уровень остаточной когерентности выбран таким же ( $\delta_N = \delta_S = 0.1$ ). Боковые максимумы ДН помехи снижают уровень выигрыша при фазированной и субапертурной обработке, что может привести к смене иерархии квазиоптимальных методов. Тем не менее, при субапертурной обработке, несмотря на потери выигрыша при настройке подрешеток на средний угол прихода сигнала (если пеленг определить удастся), значение выигрыша в целом меньше зависит от наличия помехи, чем у выигрыша фазированной обработки. Оба

метода по эффективности практически не уступают линейной обработке с аподизацией ( $G_{LIN} \approx 28.7$  дБ), и проигрывают оптимальной обработке на 2 дБ.

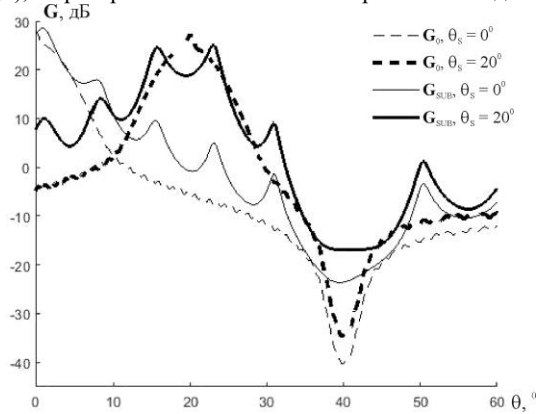


Рис. 8

Таким образом, в данной работе на примере численного моделирования показана смена иерархии эффективности рассмотренных методов пространственной обработки сигнала, описываемого двухмасштабной моделью пространственной когерентности, в зависимости от совокупности параметров, к которым относятся: параметры сигнала и помехи (длина когерентности, величина "остаточной" когерентности, средний угол пеленга на источник, дисперсия флуктуаций угла прихода), геометрические размеры АР и размер её подрешетки.