

Труды XXIV научной конференции по радиофизике

**СЕКЦИЯ  
«АКУСТИКА»**

Председатель – С.Н. Гурбатов, секретарь – А.А. Хилько.  
Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского.

## О ВЛИЯНИИ ОТРАЖАЮЩИХ СВОЙСТВ ДОННЫХ ПОРОД НА ДИСТАНЦИОННУЮ АКУСТИЧЕСКУЮ ДИАГНОСТИКУ РАСПОЛОЖЕННЫХ НА ДНЕ ДИСКРЕТНЫХ СЛУЧАЙНЫХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ

Е.М. Гвоздков, И.Ю. Грязнова

*ННГУ им. Н.И. Лобачевского*

В данной работе исследуется обратное рассеяние акустических волн на дискретных случайных неоднородностях, расположенных на плоском слабо отражающем дне. Показано, как изменение характеристик подстилающих неоднородности осадочных пород (плотности, скорости звука, коэффициента затухания) влияет на статистические характеристики обратного рассеяния.

Сначала рассмотрим задачу дистанционного акустического зондирования случайных дискретных неоднородностей, хаотически расположенных на плоском звукопрозрачном дне. Несложно получить монотонно нарастающую зависимость средней интенсивности рассеянного в обратном направлении поля, рассчитанного в приближении однократного рассеяния, от концентрации рассеивателей. Однако результаты физического моделирования не подтвердили монотонный рост средней интенсивности рассеянного сигнала с увеличением средней концентрации дискретных неоднородностей. Чтобы понять возможные причины возникновения несоответствия экспериментальных данных предложенной теории, следует обратиться к модели обратного рассеяния с учетом сигнала, отраженного от поверхности «чистого» дна.

Прежде чем перейти к моделированию обратного рассеяния от незвукопрозрачного дна, были проведены расчеты коэффициента отражения от плоскости дна, не содержащего дискретные вкрапления, построены зависимости модуля ( $|V|$ ) и фазы ( $\varphi_V$ ) коэффициента отражения от коэффициента затухания акустических волн в подложке ( $\eta$ ) при различных значениях скорости звука ( $c$ ) и плотности ( $\rho$ ) подложки.

Результаты моделирования представлены на рис. 1 и 2 для модуля и фазы коэффициента отражения соответственно: синие кривые -  $z=1,83 \cdot 10^6$  кг/м<sup>2</sup>; красные кривые -  $z=1,92 \cdot 10^6$  кг/м<sup>2</sup>; желтые кривые -  $z=4 \cdot 10^6$  кг/м<sup>2</sup>, где  $z=\rho c$  – акустический импеданс подложки.

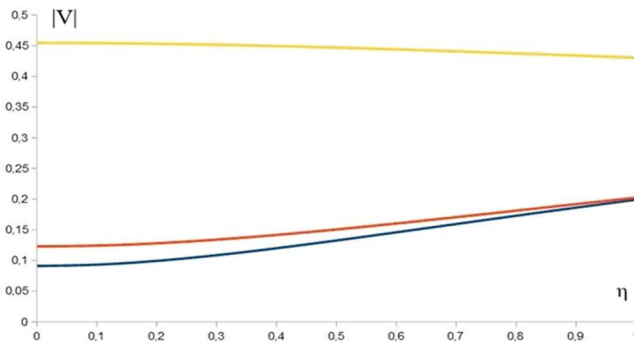


Рис. 1

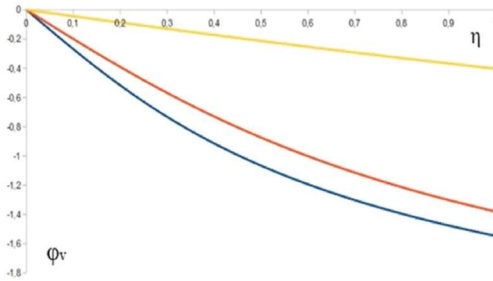


Рис. 2

При расчете средней интенсивности обратного рассеяния от дискретных случайных неоднородностей с учетом отражения от дна следует полагать, что принятый сигнал складывается из суммы сигналов, отраженного от дна и рассеянного неоднородностями. Следовательно, в выражении для средней интенсивности обратного рассеяния, кроме суммы интенсивностей сигналов, рассеянного неоднородностями и отраженного от незанятого рассеивателями дна, возникает дополнительное слагаемое, описывающее интерференцию их когерентных компонент. Интерференция может приводить как к увеличению, так и к уменьшению интенсивности по сравнению со случаем, когда отражение от подложки не учитывалось. На рис. 3 показаны зависимости нормированной интенсивности от относительной площади дна, занятого рассеивателями, при различных коэффициентах затухания в подложке (синяя кривая -  $\eta=0.1$ ; красная кривая -  $\eta=1$ ; желтая кривая -  $\eta=2.2$ ; акустический импеданс подложки -  $z=1,92 \cdot 10^6$  кг/м<sup>2</sup>).

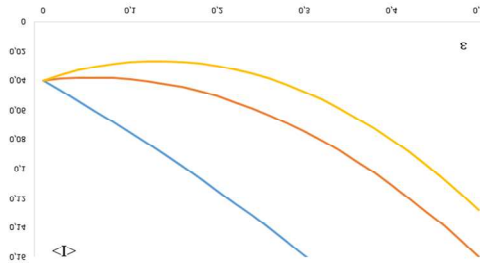


Рис. 3

Результаты численного моделирования показывают, что учет сигнала, отраженного от дна, приводит к относительно большим изменениям средней интенсивности суммарного поля.

## ИЗМЕРЕНИЯ ВЯЗКИХ И УПРУГИХ ХАРАКТЕРИСТИК ФАНТОМОВ БИОЛОГИЧЕСКИХ ТКАНЕЙ.

А.В. Иванова<sup>1</sup>), А.Е. Спивак<sup>1</sup>), А.А. Лисин<sup>1</sup>), И.Ю. Демин<sup>1</sup>),  
П.И. Рыхтик<sup>2</sup>), Д.В. Сафонов<sup>3</sup>)

<sup>1</sup>) ННГУ им. Н.И. Лобачевского

<sup>2</sup>) Приволжский окружной медицинский центр

<sup>3</sup>) Приволжский исследовательский медицинский университет

Упругие свойства мягких биологических тканей живых организмов являются фундаментальными. Изучение этих свойств представляет несомненный клинический интерес, в связи с чем, актуальна разработка методов, позволяющих проводить их оценку. Важными диагностическими параметрами в медицине, связанными с ранним обнаружением различных новообразований, являются модули Юнга и сдвига в мягких биологических тканях. Это связано с тем, что изменения упругих характеристик биологических тканей могут достигать нескольких порядков и, соответственно, обладают диагностической информативностью. Также большое значение приобретает правильное измерение и оценка коэффициента вязкости биологических тканей, особенно при медицинской диагностике заболеваний печени.

В работе [1] была предложена методика измерения коэффициента вязкости по затуханию колебаний камертона

$$\eta = \frac{K_{эфф}}{\rho} (\gamma - \gamma_0)^2$$

где  $K_{эфф}$  – коэффициент пропорциональности (определяется при калибровке камертона),  $\rho$  – плотность жидкости,  $(\gamma - \gamma_0)$  – разность декрементов затухания колебаний камертона с каплей и без неё.

Метод камертона не требует погружения колеблющегося тела в исследуемую жидкость: капли вещества наносятся на поверхность камертона. Это позволяет уменьшить объем пробы до 1 мл и менее. Кроме того, описываемая лабораторная модель вискозиметра позволяет проводить измерения в режиме реального времени. Основной частью экспериментальной установки (см. рис. 1) является высокочастотный лабораторный камертон (собственная частота  $f = 400$  Гц), представляющий собой П-образную металлическую рамку. На поверхность камертона (на его «ножки») наносятся капли исследуемой жидкости. Колебания камертона возбуждаются молоточком и регистрируются с помощью микрофона Brüel & Kjær 4189, подключённого к осциллографу TEKTRONIX DPO 4034. Данные, записанные на осциллограф, обрабатываются на компьютере в программной среде MATLAB. После этого вычисляется декремент затухания и искомый коэффициент вязкости.

При разработке новых методов медицинской диагностики мягких тканей принципиальное значение имеет правильный выбор материалов, имитирующих определенные свойства тканей: важно, чтобы фантом обладал упругими и вязкими свойствами аналогичными мягким тканям. В работе исследовались сметановидные фантомы, которые были изготовлены из сметано-молочной продукции. (молоко, кефир, зерненный творог, сметана)



Рис. 1

Измеренный с помощью камертона декремент затухания сметановидных фантомов был пересчитан в коэффициент динамической вязкости молочных продуктов. Основная погрешность измерений была связана со сложностью получить одинаковые размеры капель. Было получено, что коэффициент вязкости молока схож с коэффициентом вязкости воды, а также с табличными значениями. Коэффициенты вязкости кефира, сметаны и творога близки к данным, полученными другими методами измерения. Результаты измерений представлены в таблице.

Табл.

Исследуемый образец	Модуль Юнга (кПа)	Коэффициент вязкости (Па*с)
вода	–	0,00101
молоко	–	0,02790
кефир	5,2	0,88680
сметана	3,5	4,95240
творог	15,9	3,88439

В докладе также представлены результаты по измерению коэффициента вязкости биологических тканей, гнойного содержания (киста). Актуальность этого исследования обусловлена тем, что киста представляет собой патологическую полость в тканях или органах, имеющая стенку и содержимое, как правило гной и биологическая жидкость. Поэтому в общем случае сдвиговые характеристики (модуль Юнга и модуль сдвига) либо не определяются, либо малы.

Было проведено измерение упругих характеристик (модуль Юнга) сметановидных фантомов и образцов, содержащих гной (см рис. 2). Измерения проводились с помощью УЗ-томографа экспертного класса Supersonic Aixplorer в Приволжском окружном медицинском центре (ПОМЦ) с использованием технологии Supersonic Shear Imaging (SSI).

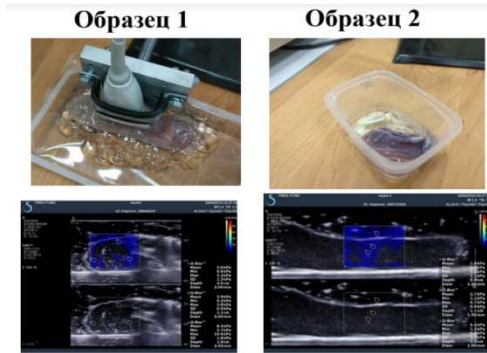


Рис. 2

Данные измерения были сопоставимы с измерениями, проведенными в лаборатории «МедЛаб» кафедры акустики ННГУ им. Н.И. Лобачевского с использованием акустической системы Verasonics, на которой реализован метод эластографии сдвиговой волны SSI [2]. На диаграмме (см. рис. 3) показаны значения, измеренных модуля Юнга и коэффициента вязкости образцов 1 и 2

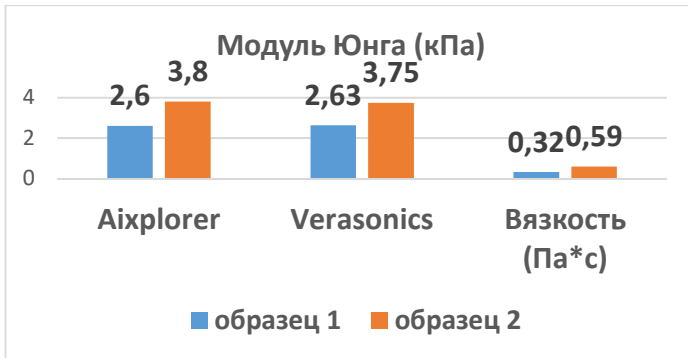


Рис. 3

Из приведенных результатов видно, что коэффициент вязкости наряду с упругими характеристиками мягких биологических тканей даст дополнительную диагностическую информацию при исследовании мягких биологических тканей.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ, проект 18-42-520056.

- [1] Жданов А.Г., Пятаков А.П. // Физическое образование в вузах. 2002. № 4. С. 117.
- [2] Демин И.Ю., Спивак А.Е., Лисин А.А. // Проектирование и технология электронных средств. № 1. 2019. С. 50.

## РАЗРАБОТКА ПОСЛОЙНОГО АЛГОРИТМА ОЦЕНКИ ГЕОФИЗИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ДОННЫХ СЛОЕВ С ПОМОЩЬЮ КОГЕРЕНТНЫХ СЕЙСМОАКУСТИЧЕСКИХ ИМПУЛЬСОВ МЕТОДАМИ СТОХАСТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

В.И. Калинина<sup>1,2)</sup>, А.И. Хилько<sup>1,2)</sup>, И.П. Смирнов<sup>2)</sup>, А.И. Малеханов<sup>1,2)</sup>

<sup>1)</sup> ННГУ им. Н.И. Лобачевского

<sup>2)</sup> Институт прикладной физики РАН

Алгоритм послойной реконструкции геофизических параметров осадочных слоев дна мелкого моря основан на корреляционной обработке отраженных от донных слоев когерентных сейсмоакустических сигналов. С помощью разрабатываемого алгоритма оцениваются значения толщин донных слоев, а также плотностей и скоростей продольных и поперечных волн в донных слоях [1]. При этом поиск значений параметров донных слоев происходит последовательно и послойно, а локально найденные экстремумы, соответствующие параметрам предыдущего слоя, принимаются в качестве искомым оценок и учитываются при поиске параметров последующего слоя с последующим итерационным возвратом к их оценкам. Для решения обратной задачи оценки параметров используются априорные данные в виде моделей формирования сигналов и помех при отражении сейсмоакустических сигналов от слоистого морского дна [2]. Оценки параметров донных слоев находятся максимизацией выходной мощности обобщенного процессора AMUSIC [3].

Для описания работы используемого в алгоритме процессора AMUSIC рассмотрим одномерный волновод глубины  $H$  с помещенным в него точечным источником  $(x_S, y_S = 0, z_S)$  и приемной линейной антенной из  $N_a$  гидрофонов, расположенных в точках  $\mathbf{r}_g(k) = \{x_g(k), y_g(k) = 0, z_g(k)\}$ ,  $x_g(k) = x_g(1) + (k - 1)l_g \cos \alpha_g$ ,  $z_g(k) = z_g(1) + (k - 1)l_g \sin \alpha_g$ ,  $k = 1, \dots, N_a$ . Здесь  $l_g$  — расстояние между отдельными гидрофонами,  $\alpha_g$  — угол наклона антенны в плоскости  $xz$  (см. рис. 1). Скорость звука в заполняющий волновод воде  $c_0$ , плотность воды  $\rho_0$ , затухание в воде  $\delta_0$ , скорость звука в воздухе и плотность воздуха —  $c_V$  и  $\rho_V$  соответственно. Объектом наблюдения является двухслойное дно, состоящее из жидкого слоя толщиной  $h_1$ , лежащего на жидком полупространстве, что соответствует осадочным слоям в реальных природных условиях, а искомым является вектор шести параметров - толщины слоя, скорости звука в слое, плотности породы слоя, затухания в слое, скорости звука в полупространстве, плотности породы полупространства  $\Phi = \{h_1, c_1, \rho_1, \delta_1, c_2, \rho_2\}$ .

Принимаемый сигнал рассчитывается как сумма импульсов, отраженных от всех границ донных слоев в присутствии нормального шума. Далее, согласно используемому в разрабатываемом алгоритме и модифицированному под него методу AMUSIC,

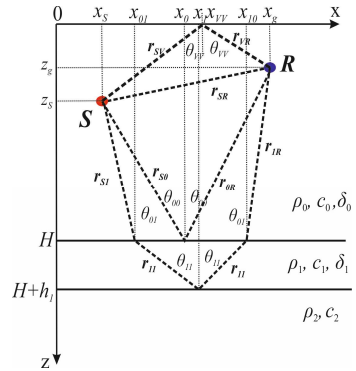


Рис. 1

рассчитываются спектры принятого сигнала на каждом гидрофоне, спектральные амплитуды принятого сигнала на заданной частоте  $\omega$ , корреляционные матрицы спектральных амплитуд принятого сигнала на заданной частоте  $\omega$ , собственные вектора, соответствующие шумовому подпространству. Для оценки параметров донных слоев необходимо минимизировать значение пространственного спектра на выходе адаптивного процессора AMUSIC, который задается формулой:

$$W_{AMUSIC}(\varepsilon, \boldsymbol{\varphi}) = [\mathbf{e}^+(\boldsymbol{\varphi}, \varepsilon) \hat{\mathbf{\Pi}}_n \mathbf{e}(\boldsymbol{\varphi}, \varepsilon)]^{-1}, \quad (1)$$

где  $\mathbf{e}$  — направляющий сигнальный вектор на гидрофонах  $\mathbf{r}_R(k)$ ,  $k = 1, \dots, N_a$  приемной антенны,  $\hat{\mathbf{\Pi}}_n \equiv \hat{\mathbf{\Psi}}_n \hat{\mathbf{\Psi}}_n^+$  — проекционная матрица, а  $\hat{\mathbf{\Psi}}_n = [\hat{\psi}_{J+1}, \dots, \hat{\psi}_N]$  — матрица, сформированная из собственных векторов шумового подпространства,  $\varepsilon$  — управляемый параметр процессора.

Для реализации алгоритма оценки геоакустических параметров для общего случая, когда дно определено как набор из  $N$  слоев, фиксируем значения параметров всех донных слоев, начиная со второго, исходя из априорных данных о них, и решаем задачу восстановления параметров первого слоя. В качестве функционала невязки используем адаптивный процессор AMUSIC  $W_{AMUSIC}$ , подбирая соответствующие значения параметра регуляризации  $\varepsilon$  (1). Далее, используя найденные значения параметров первого слоя и фиксируя (из априорных данных) параметры всех слоев, начиная с третьего, решаем задачу восстановления параметров второго слоя и т.д. При необходимости достижения заданной точности оценок процесс может становиться итерационным и этапы повторяем нужное число раз, используя в качестве информации апостериорную, полученную на предыдущих этапах.

Для лучшей локализации экстремума при расчете мощности процессора AMUSIC, можно использовать предлагаемые в работе обобщенные параметрические процессоры  $W_{AMUSICf_{1,2}}(\varepsilon, \boldsymbol{\varphi}, K)$ :  $W_{AMUSICf_1}(\varepsilon, \boldsymbol{\varphi}, K) = \sum_{k=1}^K W_{AMUSIC}(\varepsilon, \boldsymbol{\varphi}, K)$  и  $W_{AMUSICf_2}(\varepsilon, \boldsymbol{\varphi}, K) = \prod_{k=1}^K W_{AMUSIC}(\varepsilon, \boldsymbol{\varphi}, K)$ , представляющие собой соответственно сумму или произведение парциальных мощностей парциальных процессоров для различных частот зондирования.

Применим для задачи восстановления плотности и скорости в 1 слое обобщенный частотный процессор, то есть разобьем весь интервал излучения сигнала (рассматривается излучаемый сигнал с широкой полосой, например, ЛЧМ-сигнал) на  $K$  отрезков и рассчитаем значение процессора  $W_{AMUSIC}(\varepsilon, \boldsymbol{\varphi}, \omega_k)$  на каждой частоте  $\omega_k$ . На рис. 2 приведены примеры распределения обобщенных мощностей  $W_{AMUSICf_1}(\varepsilon, \boldsymbol{\varphi}, K)$  (левый столбец) и  $W_{AMUSICf_2}(\varepsilon, \boldsymbol{\varphi}, K)$  (правый столбец) для  $K = 3, 6, 10$  (сверху вниз) (при каждом  $K$  частоты выбирались эквидистантно из отрезка  $[100, 1000]$  (Гц) ( $f(1) = 100, \dots, f(K) = 1000$ ). Видно, что с ростом  $K$  обобщенная мощность все плотнее локализуется на кривой локализации; при этом у мощности  $W_{AMUSICf_2}(\varepsilon, \boldsymbol{\varphi}, K)$  при росте  $K$  все максимумы исчезают за исключением главного (правый столбец рисунка 2). Значения параметров первого слоя, в которых находится экстремум на выходе обобщенного процессора, принимаются как значения параметров первого слоя  $(\rho_1, c_1)$ .



После оценивания параметров первого слоя можно перейти ко второму этапу — оцениванию параметров второго слоя ( $\rho_2, c_2$ ). При этом расчетная среда всегда будет отличаться от истинной вследствие неизбежных ошибок, допущенных на первом этапе.

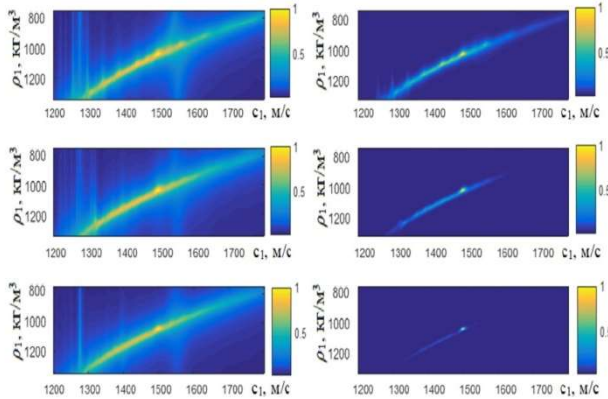


Рис. 2

Для локализации параметров второго слоя предлагается использовать кроме обобщенного процессора на разных частотах  $W_{AMUSIC_{f_{1,2}}}(\varepsilon, \varphi, K)$  еще, например, обобщенный адаптивный процессор  $W_{AMUSIC_{r_{1,2}}}(\varepsilon, \varphi, K)$ , который строится на одной частоте, но на разных удалениях приемной системы от излучателя. На рис. 3 приведены примеры распределения выходной мощностей обобщенных процессоров AMUSIC  $W_{AMUSIC_{r_1}}(\varepsilon, \varphi, 5)$  (рис. 3, а) и  $W_{AMUSIC_{r_2}}(\varepsilon, \varphi, 5)$  (рис. 3, б) в плоскости параметров ( $\rho_2, c_2$ ) на частоте источника 500 Гц для пяти удалений до антенны из диапазона [100, 300] (м) и распределения выходных мощностей обобщенных процессоров AMUSIC  $W_{AMUSIC_{f_1}}(\varepsilon, \varphi, 5)$  (рис. 3, в) и  $W_{AMUSIC_{f_2}}(\varepsilon, \varphi, 5)$  (рис. 3, г) в плоскости параметров ( $\rho_2, c_2$ ) на пяти частотах из диапазона [100, 1000] (Гц) при удалении до антенны на 100 м.

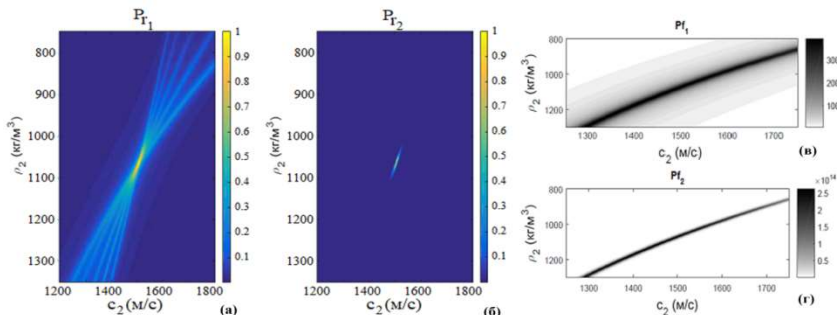


Рис. 3

Из приведенных на рис. 3 графиков следует, что в данной ситуации процессор  $W_{AMUSIC}$  в отличие от процессора  $W_{AMUSICr}$  не обеспечивает локализацию параметров  $(\rho_2, c_2)$ , что связано с тем, что наклон кривой локализации в плоскости  $(\rho_2, c_2)$  не зависит от частоты сигнала, то есть для восстановления параметров дна *эффективно использование комбинаций различных обобщенных процессоров*.

В качестве примера использования итерационной составляющей алгоритма, приведем результаты сходимости оценок к истинным значениям при реконструкции параметров дна, состоящего из жидкого слоя, лежащего на жидком полупространстве. На рис. 4 показана сходимость оценок к истинным значениям при одинаковом отношении сигнал/шум при различных начальных приближениях (толстой черной линией указаны истинные значения параметров). Видно, что с увеличением числа итераций качество оценок монотонно растет и средние значения сходятся к истинным.

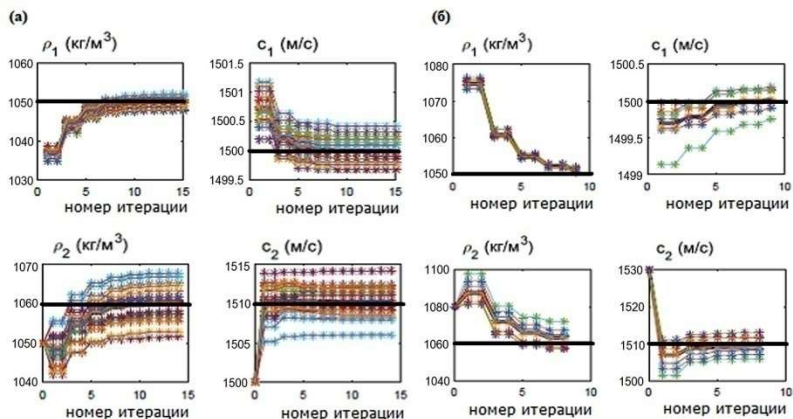


Рис. 4

Установлено, что использование взаимосвязи параметров донных слоев и комбинация предложенных в работе модификаций обобщенных процессоров AMUSIC позволяет сужать интервалы поиска решения в многомерном пространстве параметров слоистого дна при их послойной реконструкции.

Работа выполнена в рамках базовой части государственного задания (проект 0729-2020-0037).

- [1] Лазарев В.А., Малеханов А.И., Мерклин Л.Р., Романова В.И., Таланов В.И., Хилько А.И. // Океанология. 2013. Т. 53, № 6. С. 843.
- [2] Калинина В.И., Смирнов И.П., Хилько А.И. // Ученые записки Физического факультета Московского университета. 2017. № 5. С. 1750131.
- [3] Сазонтов А.Г., Смирнов И.П., Матвеев А.Л. // Акустический журнал. 2015. Т. 61, № 1. С. 114.

## **ЭКСПЕРИМЕНТЫ ПО РЕКОНСТРУКЦИИ ПАРАМЕТРОВ ДОННЫХ СЛОЕВ В ЧЕРНОМ МОРЕ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ КОГЕРЕНТНЫХ СЕЙСМОАКУСТИЧЕСКИХ ИМПУЛЬСОВ В ПРИСУТСТВИИ РЕВЕРБЕРАЦИОННЫХ ПОМЕХ И ШУМОВ СУДОХОДСТВА**

**В.И. Калинин<sup>1, 2)</sup>, А.И. Хилько<sup>1, 2)</sup>, А.И. Малеханов<sup>1, 2)</sup>**

<sup>1)</sup> *ННГУ им. Н.И. Лобачевского*

<sup>2)</sup> *Институт прикладной физики РАН*

Для экспериментальной апробации возможности реконструкции структуры морского дна при когерентном сейсмопрофилировании были проведены эксперименты в мелководном районе Черного моря с глубинами около 50 м. Комплект оборудования, закрепленный на борту НИС «Аквамарин», включал когерентный излучатель, работавший в частотном диапазоне 200-1000 Гц и 200–8000 Гц и буксировавшийся на глубине 20 м, длительность излучаемых ЛЧМ-импульсов составляла от 0.5 до 1 сек, период следования 1.5 сек. Измерения структуры сейсмоакустических сигналов осуществлялись с помощью сейсмокосы из 16 гидрофонов, расположенных с шагом 1.5 метра, буксируемой со скоростью 3 узла в горизонтальном положении на глубине 17.5 метров и расстоянии 5 метров от НИС. В условиях эксперимента входное отношение сигнал/шум (в зависимости от мощности излучения от 50 до 100 Вт) составляло -5 – 0 дБ.

Буксировка акустического излучателя и сейсмокосы осуществлялась в несколько галсов с изменением режимов излучения протяженностью около 1 км. При проведении испытаний дул ветер со скоростью порядка 3 м/с. На поверхности моря, наблюдалось волнение 2-3 балла. Судно двигалось по прямой траектории (профилю) с рабочей скоростью порядка 3 узлов. Сейсмокоса буксировалась заглубленной, для этого, на оголовье косы был прицеплен заглубитель (70 кг). Заглубление косы составляло величину порядка 15 м. За счет движения НИС «Аквамарин» сейсмокоса растягивалась. При буксировке конец сейсмокосы всплывал ближе к поверхности и колебался по глубине, коса меняла свою форму. За счет неустойчивости движения НИС "Аквамарин" на малых скоростях, влияния ветрового волнения, а также из-за регулировки курса НИС при компенсации сноса, возникающего за счет влияния ветра и течения, акустический излучатель и сейсмокоса колебались как по глубине, так и по курсу. «Хвост» сейсмокосы отклонялся по курсу вправо на величину до 5-6 метров, что подтверждает анализ полученных данных (см. рис. 1), а также испытывал колебания по курсу и глубине во время буксировки. В результате обработки экспериментальных данных рассчитана структура приходов импульсов водной волны при несимметричном расположении решетки относительно излучателя, с учетом всплытия хвостовой части косы на 3-4 метра (см. рис. 1), и восстановленная по результатам анализа измерений геометрия положений решетки и излучателя (см. рис. 2). Видно, что волновые размеры пространственных задержек взаимного расположения гидрофонов решетки и излучателя достигают 1-2 длин волн и варьируются по мере буксирования по профилю. Можно сделать вывод, что для эффективного когерентного сложения (накопления) полезных сигналов необходимо учитывать пространственные вариации, то есть, компенсировать фазовые набегии сигналов различных импульсов на различных гидрофонах.

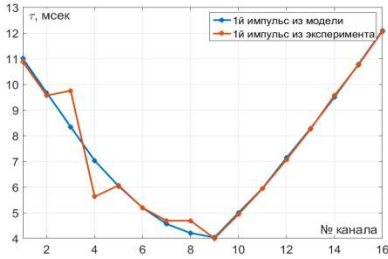


Рис. 1

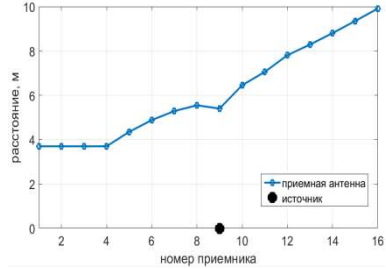


Рис. 2

Как следует из восстановленной геометрии расположения элементов в схеме измерений, излучатель располагался вблизи 8-го или 9-го гидрофонов решетки. В результате такого расположения импульсный фронт на раскрыве решетки имеет параболическую форму (см. рис. 3). Из полученных данных видно, что кривизна фронта (кривая времен прихода импульсов) достигает 5-8 мсек.

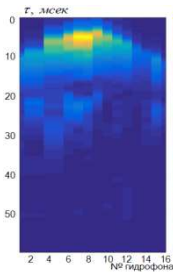


Рис. 3

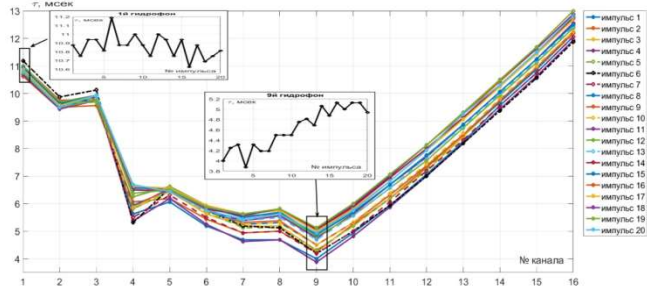


Рис. 4

На рис. 4 показана структура времен прихода водного сигнала на раскрыве приемной решетки для двадцати импульсов по трассе, из которой видно, что по мере буксировки задержки увеличиваются на 1-2 мсек, что соответствует увеличению расстояния между источником и решеткой гидрофонов в целом. Отметим также, что вариации такого расстояния для первого гидрофона примерно в два раза меньше, чем вариации, наблюдаемые для самого близкого (девятого) гидрофона. На левой врезке на рис. 4 показаны вариации первого гидрофона для двадцати импульсов, из которой видно, что гидрофон периодически колеблется по глубине на 0.5 м ( $1/3$  длины волны), с периодом порядка 4 сек. На врезке по центру на рис. 4 показаны квазипериодические колебания девятого гидрофона, из которых видно, что их амплитуда и квазипериод остаются теми же, но появляется плавное увеличение дистанции между гидрофоном и излучателем на 2-3 м ( $1-2$  длины волны). Указанные явления могут быть объяснены, во-первых, колебаниями сейсмоакустической косы, которые малы у первого гидрофона, поскольку он более крепко соединен с заглубителем, во-вторых, можно полагать, что свободный конец сейсмокосы по мере буксировки всплывает на 2-3 метра за время буксировки. Возможна и другая интерпретация наблюдаемых

зависимостей: сейсмокоса может по мере буксировки отклоняться к курсу, в частности, вправо по движению НИС-буксировщика, при этом, поскольку первый гидрофон более стабилизирован по положению заглубителем, отклонение по курсу нарастает с ростом номера гидрофона.

На рис. 5 показаны наблюдаемые при измерениях вариации приходов импульсов во время буксировки: (а) – гидрофон №1, (б) – гидрофон №9. Анализ таких распределений показывает, что водные компоненты (прямой сигнал), характеризуются относительной стабильностью. Монотонное ослабление амплитуд откликов с ростом номеров импульсов связано с увеличением расстоянием между излучателем и гидрофоном, которое меньше для первого, закрепленного заглубителем, гидрофона, и больше для девятого, и еще больше для шестнадцатого, гидрофонов. Как видно из измерений, вариации прихода импульсов, связанных с волной, отраженной от свободной поверхности воды, имеют большую величину, это обусловлено вариациями глубины излучателя и приемной решетки.

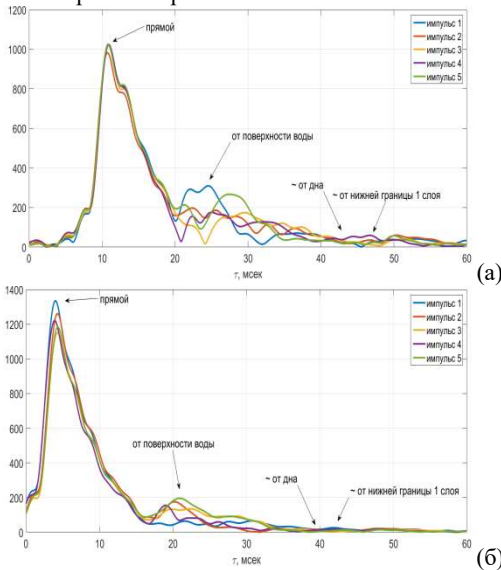


Рис. 5

полученных данных видно, что дно в районе измерений состоит из относительно толстого слоя влажных глинистых осадков, который лежит на еще более толстом слое более консолидированных осадков в виде твердого ила, песка с мелким галечником. Амплитуды и задержки импульсов, отраженных от донной поверхности варьируются, что, по-видимому, является следствием пространственных вариаций элементов системы акустического профилирования из-за неравномерности буксировки, а также из-за изменчивости (изрезанности) рельефа дна и его отражательных характеристик. Каждый из гидрофонов характеризуется флуктуациями, присущими лишь этому гидрофону. На рис. 6 (а) приведен выход согласованного фильтра с профиля ЛЧМ сигнала

Для накопления полезных сигналов необходимо когерентно сложить сигналы на гидрофонах, что можно сделать лишь устранив паразитные задержки времен прихода импульсов, связанных с неконтролируемыми колебаниями элементов системы профилирования при буксировке. При такой обработке возможно увеличение отношения сигнал/шум на 7–8 дБ. В противном случае, такого накопления не получится, и, кроме этого, пространственное разрешение при профилировании окажется несколько меньше.

На рис. 6 продемонстрированы возможности когерентного накопления сигналов в используемой системе наблюдения.

лов, записанных на 1 гидрофон, излучаемых в полосе от 200 до 1000 Гц, длительностью 1 с. На рис. 6 (б) показан результат применения совокупности процедур: когерентного накопления принятых сигналов на антенне и когерентного траекторного накопления по 10 импульсов вдоль траекторий границ донных слоев [1, 2]. В результате всех процедур когерентного сжатия сигналов, когерентного накопления по антенне и по траектории уровень шумов был ослаблен на величину до 30 дБ, и, кроме того, ослабили помехи, связанные с вариациями пространственного расположения элементов акустического профилирования.

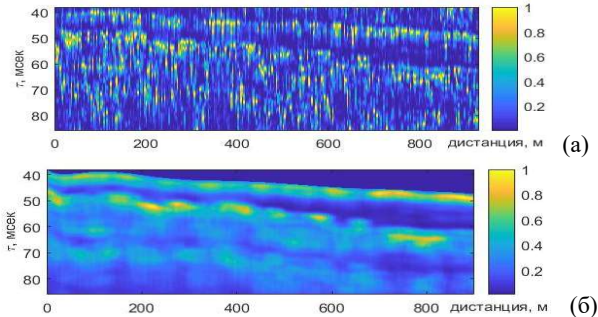


Рис. 6

В результате обработки данных сейсмоакустического импульсного зондирования морского дна в мелководном районе Черного моря в присутствии реверберационных помех и шумов судоходства при буксировке в подводном положении когерентного излучателя и горизонтальной приемной решетки, было исследовано влияние пространственных флуктуаций гидрофонов при их буксировке с меняющейся во времени скоростью. Показано, что при пространственных вариациях элементов системы сейсмоакустического зондирования морского дна на величину порядка нескольких длин волн поля излучения, возникают интерференционные помехи, ослабляющие эффективность когерентного накопления сигналов, рассмотрены возможности устранения таких помех. Показано, что при зондировании морского дна в мелководных районах отклики, соответствующие границам донных слоев маскируются шумами корабля-буксировщика, а также реверберацией, возникающей при рассеянии зондирующих импульсов на шероховатостях донной поверхности. Показано, что применение процедур когерентного накопления сигналов позволяет повышать отношение сигнал/шум и выявлять границы, ранее маскируемые помехами.

Работа выполнена в рамках базовой части РНФ (проект № 20-19-00383).

- [1] Лазарев В.А., Малеханов А.И., Мерклин Л.Р., Романова В.И., Стромков А.А., Таланов В.И., Хилько А.И. // Акустический журнал. 2012. Т. 58, № 2. С. 227.
- [2] Лазарев В.А., Малеханов А.И., Мерклин Л.Р., Романова В.И., Таланов В.И., Хилько А.И. // Океанология. 2013. Т. 53. № 6. С. 843.

## АНАЛИТИЧЕСКОЕ И ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН В СРЕДЕ СО СТЕПЕННОЙ ЗАВИСИМОСТЬЮ КОЭФФИЦИЕНТА ПОГЛОЩЕНИЯ ОТ ЧАСТОТЫ

Е.М. Калинин, И.Ю. Демин

*ННГУ им. Н.И. Лобачевского*

Изучение эволюции акустических волн в нелинейных поглощающих средах представляет собой одно из перспективных направлений современной акустики. Во многом это связано с развитием новых приложений мощного ультразвука в медицине. Примерами являются ультразвуковая эхография с использованием высших гармоник, разрушение почечных камней сфокусированными ударными импульсами. Основные результаты в данной области получены для однонаправленного распространения плоских волн и ограниченных пучков в воде и биологических тканях, описываемых модельными нелинейными уравнениями эволюционного типа [1]. Однако часто для решения практически важных задач визуализации воздействия ультразвука на ткань необходимо учитывать эффекты отражения и рассеяния через слои тканей различного типа. В этом случае встает вопрос о построении и решении полного нелинейного волнового уравнения, где результатов на сегодняшний день получено гораздо меньше. Важной частью построения полной волновой модели является включение в нее степенного закона нелинейности среды и частотно-зависимого поглощения и дисперсии, удовлетворяющих экспериментальным данным и соответствующих принципу причинности. Изучение общих свойств нелинейных волн в таких средах важно и для многих других современных приложений мощного ультразвука. В этих задачах наталкиваются на существенные трудности в решении нелинейных интегро-дифференциальных уравнений, поэтому их приходится решать численными методами.

В данной работе рассмотрено численное моделирование эволюционного уравнения распространения нелинейных акустических волн – уравнения Бюргерса (приведено для одномерной задачи в безразмерном виде) [1]

$$\frac{\partial U}{\partial z} - \frac{\partial G(U)}{\partial \tau} = L \left( \frac{\partial}{\partial \tau} \right) U. \quad (1)$$

Для численного решения уравнения (1) использован спектральный метод, позволяющий получать решения на любых расстояниях от источника, а также для произвольных видов нелинейности среды  $G(U)$  и законов затухания  $L \left( \frac{\partial}{\partial \tau} \right)$ , что характерно для мягких биологических тканей. Для сред с квадратичной нелинейностью ( $G(U)=U^2$ ) и затуханием  $L = \mu \frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2}$  спектральная схема решения уравнения (1) для спектра нелинейной волны  $C(\omega, z)$  имеет вид:

$$C(\omega, z + \Delta z) = C(\omega, z) - i\omega \frac{1}{2} \Delta z F \left( [F^{-1}(C(\omega, z))]^2 \right) - \mu \omega^2 \Delta z C(\omega, z). \quad (2)$$

Для реализации схемы решения (2) была написана программа на языке программирования Python с использованием стандартных функций библиотеки. Приведем примеры численного анализа эволюции акустических волн в таких средах на примере регулярных волн. На рис. 1 приведена эволюция профиля начальной синусоидальной волны в среде с квадратичной нелинейностью и затуханием  $\mu = 0,1$ .

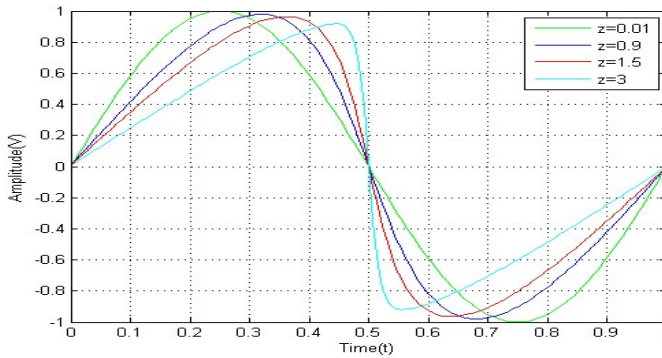


Рис. 1

В начальном синусоидальном сигнале по мере распространения ( $z$  растет) происходит укрупнение фронта волны (нелинейные искажения) и уменьшение амплитуды (среда с затуханием), что говорит об убывании энергии сигнала.

Известно, что волновое уравнение для классической вязкой теплопроводящей жидкости содержит дифференциальный оператор, соответствующий поглощению, пропорциональному квадрату частоты. Механизмы поглощения в мягких биологических тканях значительно более сложные, они обусловлены различными видами колебательной, структурной и химической релаксации, что приводит к экспериментально наблюдаемому степенному частотному закону поглощения в виде

$$\gamma(\omega) = \gamma_0 \left| \frac{\omega}{\omega_0} \right|^\alpha, \quad (3)$$

где  $\gamma_0$  — коэффициент поглощения на частоте  $\omega_0$ , а величина показателя степени  $\alpha$  обычно изменяется в диапазоне от 1 до 1,7.



При проведении численного моделирования интегральный вид оператора поглощения существенно замедляет расчеты. Моделирование распространения акустических волн в средах со степенным законом поглощения по частоте сводится к введению в волновое уравнение дробного Лапласиана в пространственных координатах или интегрального временного оператора поглощения. В сравнении с оператором временной свертки, вычисление дробного Лапласиана зависит только от значений поля давления в текущие моменты времени. Это позволяет эффективно проводить численные расчеты с использованием спектрального метода. Решение нелинейных интегро-дифференциальных уравнений является весьма сложной задачей. Даже при численном моделировании необходимо проведение операции свертки на каждом шаге схемы, что существенно затрудняет и замедляет расчеты; приближенные аналитические решения удастся получить лишь в некоторых частных случаях. Использование спектрального подхода является более эффективным и позволяет моделировать нелинейное распространение волны без реконструирования эволюционного уравнения.

На рисунке 3 приведена эволюция интенсивной случайной волны в среде со степенной зависимостью затухания от частоты, степень  $\gamma=1,6$ .

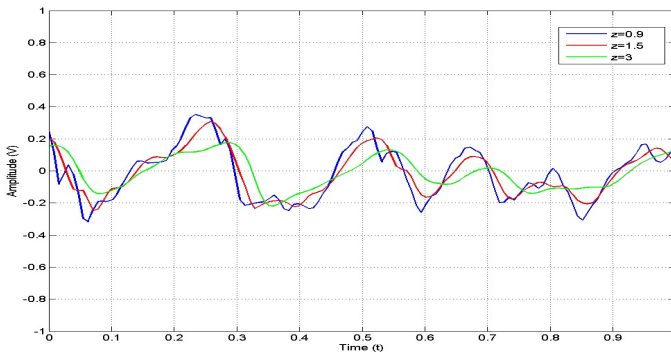


Рис. 2

Из рисунка хорошо видно влияние дисперсии, проявившейся из-за степенного характера затухания (отличного от 2). Влияние дисперсии проявляется в несимметричном искажении профиля волны: отрицательный полупериод становится более острым, положительный, напротив, «затягивается», положение максимума волны сильнее отстает от фронта. Такая несимметрия профиля характерна для сред с дисперсией, например, для среды с релаксацией. Ударный фронт в диспергирующей среде смещается за счет более быстрого распространения высоких частот, формирующих разрыв.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФ, проект № 19-12-00-256.

[1] Руденко О.В., Гурбатов С.Н., Демин И.Ю. // Акуст.журнал. 2014. № 5. С. 459.

## ПИЛООБРАЗНЫЕ ВОЛНЫ В КОЛЬЦЕВОМ РЕЗОНАТОРЕ С КВАДРАТИЧНОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ И ЛИНЕЙНОЙ ДИССИПАЦИЕЙ

В.Е. Назаров, С.Б. Княшко

*Институт прикладной физики РАН*

Уравнение состояния среды с квадратичной нелинейностью и линейной диссипацией, обусловленной ее вязкостью и теплопроводностью, имеет вид:

$$\sigma(\varepsilon) = E(\varepsilon - \gamma\varepsilon^2) + \alpha\rho\dot{\varepsilon}, \quad (1)$$

где  $\sigma$ ,  $\varepsilon$ ,  $\dot{\varepsilon}$  – продольные напряжение, деформация и скорость деформации,  $E$  – модуль упругости,  $\gamma$  – параметр нелинейности,  $\alpha$  – коэффициент диссипации,  $\rho$  – плотность,  $|\gamma\varepsilon| \ll 1$ ,  $\frac{\alpha\omega^2}{C_0^2} \ll 1$ ,  $C_0^2 = E/\rho$ .

Подставляя (1) в уравнение движения  $\rho U_{tt} = \sigma_x(\varepsilon)$ ,  $U$  – смещение, и переходя к переменным  $\tau = t - x/C_0$ ,  $x' = x$  получим уравнение Бюргера для безразмерной скорости  $W(z, \theta) = V(x, \tau)/V_0$ ,  $V(x, \tau) = \partial U(x, \tau)/\partial \tau$ , описывающее распространение продольной волны, бегущей в положительном направлении оси (т.е. по часовой стрелке в кольцевом резонаторе):

$$\frac{\partial W}{\partial z} = W \frac{\partial W}{\partial \theta} + \Gamma \frac{\partial^2 W}{\partial \theta^2} \quad (2)$$

где  $\theta = \omega\tau$ ,  $z = \gamma\omega V_0 x/C_0^2$ ,  $\eta = \gamma/C_0^2$ ,  $\mu = \alpha/2C_0^2$ ,  $\Gamma = \alpha\omega/2\gamma C_0 V_0$ ,  $V_0$ ,  $\omega$  – характерные амплитуда и частота волны.

В безразмерном виде уравнение Бюргера удобно тем, что содержит только один коэффициент  $\Gamma$ , зависящий от параметров среды и входного воздействия.

Принято считать, что одним из точных решений уравнения Бюргера (3) является решение Хохлова [2-5], описывающее форму одного периода пилообразной волны с конечной шириной фронта:

$$W(z, \theta) = \frac{1}{1+z} \left[ -\theta + \pi th \left( \frac{\pi\theta}{2\Gamma(1+z)} \right) \right], |\theta| < \pi. \quad (3)$$

Заметим, однако, что решение (3) является точным только на бесконечной оси  $\theta$  но как только это решение ограничивается по времени  $|\theta| < \pi$ , оно становится неточным. Для периодической пилообразной волны решение (3) также не является точным, поскольку оно отличается от точного решения на бесконечной оси  $\theta$ . В точном же решении  $W(z = \text{const}, \theta = \pm\infty) = \mp\infty$  – что нереально. Точность периодического решения (3) тем выше, чем меньше параметр  $\Gamma$ . Отметим некоторые свойства решения Хохлова. При  $\Gamma \rightarrow 0$  решение (3) переходит в выражение для одного периода периодической пилообразной волны в идеальной среде, но это решение не допускает предельного перехода к линейной волне в диссипативной среде ( $\Gamma \rightarrow \infty$ ), когда волна гармоническая. Далее, решение (3) обладает “нефизической” особенностью, связанной с тем, что на расстоянии  $z = z_0 \cong \pi^2/2\Gamma - 1 > 0$  волна затухает практически до нуля и инвертируется, т.е. ее фаза (или полярность) изменяется на  $\pi$ . В результате, амплитуда волны с ростом координаты  $z$  ведет себя немонотонно: в начале (при  $z < z_0$ ) она уменьшается и достигает минимума (вблизи точки  $z = z_0$ ), а затем, при  $z > z_0$

– растёт, достигает некоторого максимума и только потом асимптотически стремится к нулю. Решение Хохлова (3) вполне применимо в области относительно стабильной формы пилообразной волны, т.е. при  $\Gamma(1+z) \ll 1$  и  $z < z_0$ .

Периодически продолженное решение (3) можно разложить в ряд Фурье и проследить при  $\Gamma(1+z) \ll 1$  за поведением амплитуд высших гармоник волны:

$$W(z, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\Gamma \sin(n\theta)}{\text{sh}(n\Gamma(1+z))}. \quad (4)$$

Это разложение называется решением Фея [10]. Оно хорошо описывает (при  $\Gamma(1+z) \ll 1$ ) спектр пилообразной волны с конечной шириной фронта и относительно медленное затухание высших гармоник, амплитуды которых при  $z \gg 1$  уменьшаются приблизительно по закону  $\exp(-n\Gamma z)$ , а не  $\exp(-n^2\Gamma z)$  – как в линейной теории и не  $1/z$  – как в ударной волне; это связано с подкачкой энергии от низших частот к высшим [2-4]. В результате, амплитуда первой гармоники волны определяется потерями не только на частоте  $\omega$  но и на частотах высших гармоник, амплитуды которых зависят от параметра нелинейности  $\gamma$ . На больших расстояниях ( $z\Gamma \gg 1$ ) высшие гармоники волны (5) сильно затухают и она превращается в синусоидальную:

$W(z, \theta) = 4\Gamma \exp(-z\Gamma) \sin\theta$  или  $V(x, \tau) = \frac{2\alpha\omega}{\gamma c_0} \exp\left(-\frac{\alpha\omega^2 x}{2c_0^3}\right) \sin(\omega\tau)$  при этом ее амплитуда не зависит от начальной амплитуды  $V_0$ . Заметим, что в решении Фея частота волны  $\omega$  не зависит ни от расстояния  $z$  ни от параметра  $\Gamma$ .

При решении задачи о возбуждении бегущей волны в кольцевом резонаторе с квадратичной нелинейностью и линейной диссипацией воспользуемся решениями Хохлова (3) и Фея (4) для формы и спектра периодической пилообразной волны в безграничной среде при  $\Gamma(1+z) \ll 1$  и  $z < z_0$ . Определим резонансную кривую, амплитуду волны и нелинейную добротность резонатора, когда в нем сформировалась бегущая пилообразная волна (3), (4). Для кольцевого резонатора одно из граничных условий связано с периодичностью для скорости  $V(x, t)$ :  $V(x, t) = V(x + L, t)$  где  $L$  длина резонатора. Другое граничное условие (на излучателе) зададим в следующем виде:  $V(x = 0, t) = v_0 \sin\omega t$  или  $W(z = 0, t) = (v_0/V_0) \sin\theta$ . Здесь, однако, надо иметь в виду, что характерная амплитуда  $V_0$  волны в резонаторе зависит от расстройки частоты  $\omega$  возбуждения резонатора от его резонансной частоты. При гармоническом возбуждении резонатора в нем установится бегущая пилообразная волна (3), (4), при этом для амплитуды  $W_1(L) = V_1(L)/V_0$  ее первой гармоники будет выполняться соотношение:

$$W_1(L) = W_1(L) \exp\{-ik_p L [1 + \Delta_p - i\delta_{nl}(L)]\} + \frac{v_0}{V_0}, \quad (5)$$

где  $k_p = \omega_p/c_0$  – волновые числа резонатора,  $\omega_p = 2\pi p c_0/L$  – его резонансные частоты,  $k_p L = 2\pi p$ ,  $p$  – номер моды ( $p = 1, 2, 3 \dots$ ),  $V_0 = V_0(\Delta_p)$ ,  $z_L = z_L(V_0) = \frac{\gamma\omega_p V_0 L}{c_0^3} = \frac{2\gamma\pi p V_0}{c_0}$ ,  $\Gamma = \Gamma(V_0) = \frac{\alpha\omega_p}{2\gamma c_0 V_0} = \frac{c_0}{\gamma Q_p V_0} \ll 1$ ,  $z_L(V_0)\Gamma(V_0) = \frac{2\pi p}{Q_p} \ll 1$ ,  $\Delta_p = (\omega - \omega_p)/\omega_p$ ,  $|\Delta_p| \ll 1/p$ ,  $Q_p = \frac{c_0 L}{\pi r \alpha} = \frac{Q_1}{p}$  – линейная добротность,  $p$ -ой моды резонатора,  $Q_1 = \frac{c_0 L}{\pi \alpha}$  а

нелинейные потери  $\delta_{nl}(L)$  определяется затуханием первой гармоники из решения Фея (4):  $\exp(-k_p L \delta_{nl}(L)) = \frac{\text{sh}[\Gamma(V_0)]}{\text{sh}\{[1+z_L(V_0)]\Gamma(V_0)\}} \approx \frac{1}{1+z_L(V_0)} < 1$ .

Из уравнения (5), при  $2\pi p|\Delta_p| \ll 1$ ,  $2\pi p\delta_{nl}(L) \ll 1$ , получаем выражение для резонансной кривой резонатора:

$$W_1(L) = \frac{v_0/V_0}{2\pi p \sqrt{\Delta_p^2 + (\gamma V_0/C_0)^2}}. \quad (7)$$

Из уравнения (7) получаем уравнения для амплитуд  $\varepsilon_1(L) = V_1(L)/C_0$  и  $\varepsilon_0 = V_0/C_0$ :

$$\varepsilon_1(L) = \frac{e_0}{2\pi p \sqrt{\Delta_p^2 + (\gamma \varepsilon_0)^2}} \approx \frac{2V_0}{1+z_L(V_0)}, \varepsilon_0(L) \approx \frac{\varepsilon_1(L)}{2[1-\gamma p \varepsilon_1(L)]}, \quad (8)$$

где  $e_0 = v_0/C_0$ ,  $z_L(\varepsilon_0) = 2\gamma p \varepsilon_0$ .

В резонансе  $\Delta_p = 0$ , из выражений (8) получаем несколько простых формул для амплитуд  $\varepsilon_{1,res} = \varepsilon_{1,res}(L)$ ,  $\varepsilon_{0,res}$  и нелинейной добротности  $Q_{p,nl} \approx \varepsilon_{1,res}/e_0$  резонатора на частоте  $\omega_p$  (при  $\pi p \gamma \varepsilon_0 \ll 1$ ):

$$\begin{aligned} \varepsilon_{1,res} &= \frac{2\varepsilon_{0,res}}{1+2\pi p \gamma \varepsilon_{0,res}} = \frac{2(\pi p \gamma)^{-1}}{1+\sqrt{1+4(\pi p \gamma \varepsilon_0)^{-1}}} \approx \sqrt{\frac{e_0}{\pi p \gamma}} \gg e_0, \\ \varepsilon_{0,res} &= \frac{e_0[1+\sqrt{1+4(\pi p \gamma \varepsilon_0)^{-1}}]}{4} \approx \frac{1}{2} \sqrt{\frac{e_0}{\pi p \gamma}} \gg e_0, \\ Q_{p,nl} &\approx \frac{2(\pi p \gamma \varepsilon_0)^{-1}}{1+\sqrt{1+4(\pi p \gamma \varepsilon_0)^{-1}}} \approx \sqrt{\frac{1}{\pi p \gamma \varepsilon_0}} < Q_p. \end{aligned} \quad (9)$$

На рисунке приведено семейство нормированных резонансных кривых, т.е. зависимостей  $Y_1(\Delta_p) = \varepsilon_1(L)/\varepsilon_{1,res}$  от  $\Delta_p$  построенных при  $\gamma = 5$ ,  $p = 10$ ,  $Q_p = 10^4$  и различных значениях  $e_0$ : 1 -  $e_0 = 10^{-8}$ , 2 -  $e_0 = 10^{-7}$ , 3 -  $e_0 = 10^{-6}$ , 4 -  $e_0 = 10^{-5}$ . Как видно из рисунка, при увеличении амплитуды  $e_0$  резонансные кривые симметрично расширяются, т.е. нелинейная добротность  $Q_{p,nl}$  резонатора уменьшается, что связано с генерацией высших гармоник и их затуханием.

В заключение отметим, что такие же амплитудные закономерности для периодических пилообразных волн будут иметь место для кольцевых и стержневых резонаторов с жесткими границами из аналогичных материалов, в которых реализуется режим стоячих волн (являющихся суммой двух встречных бегущих волн), т.к. встречные волны в средах с квадратичной нелинейностью не взаимодействуют [1-6].

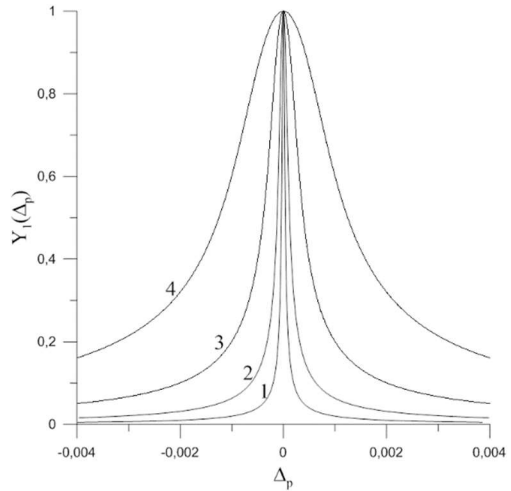


Рис.

Работа выполнена в рамках Госзадания ИПФ РАН по теме № 0030-2019-0020 и частично поддержана РФФИ (грант N20-02-00215A).

- [1] Зарембо Л.К., Красильников В.А. Введение в нелинейную акустику. – Москва: Наука, 1966, 520 с.
- [2] Руденко О.В., Солуян С.И. Теоретические основы нелинейной акустики. – Москва: Наука. 1975, 288 с.
- [3] Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П. Теория волн. – Москва: Наука, 1990, 432 с.
- [4] Naugol'nykh K.A. and Ostrovsky L.A. Nonlinear Wave Processes in Acoustics. – Cambridge: Cambridge University Press. 1998, 298 p
- [5] Гурбатов С.Н., Руденко О.В., Саичев А.И. Волны и структуры в нелинейных средах без дисперсии. – Москва: Физматлит, 2008, 496 с.
- [6] Канер В.В., Руденко О.В., Хохлов Р.В. // Акустический журнал. 1977. Т. 23, № 5. С. 756.
- [7] Островский Л.А., Папилова И.А., Сутин А.М. // ЖТФ. 1973. Т. 43, № 10. С. 2213.
- [8] Соустова И.А., Сутин А.М. // Акустический журнал. 1975. Т. 21, № 6. С. 953.
- [9] Островский Л.А., Соустова И.А. // Акустический журнал. 1976, Т. 22, № 5. С.742.
- [10] Fay R.D. // JASA. 1931. Vol. 34. P. 221.

## ДЕЙСТВИЕ РАДИАЦИОННОЙ СИЛЫ НА ПУЗЫРЬКИ В АКУСТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

Т.С. Корчагина<sup>1)</sup>, И.Н. Диденкулов<sup>1,2)</sup>, Н.В. Прончатов-Рубцов<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> ННГУ им. Н.И. Лобачевского

<sup>2)</sup> Институт прикладной физики РАН

В работе рассматривается действие радиационной силы на газовые пузырьки. Проанализированы особенности радиационной силы в слабых и сильных акустических полях.

### Введение

В предыдущих работах было проанализировано движение газовых пузырьков в слабых акустических полях в резонаторах и волноводах с потоком жидкости, были получены аналитические решения и выполнены численные расчеты движения пузырьков в проточных акустических резонаторах и волноводах [1,2,3]. Было показано, что действие радиационной силы приводит к неоднородному периодическому распределению концентрации пузырьков вдоль оси акустического резонатора. В поперечном направлении действие радиационной силы в резонаторах и волноводах приводит к втягиванию маленьких пузырьков (по сравнению с резонансным размером) в область сильного поля (на оси), а больших – к выталкиванию на периферию.

Однако в этих работах предполагалось, что акустическое поле слабое, то есть колебания пузырьков являются линейными, теперь же мы рассмотрим поведение пузырьков в сильных акустических полях, когда их колебания станут нелинейными.

### Сильные поля

Движение пузырьков в акустических системах определяется радиационной силой. Поэтому, для решения нашей задачи необходимо, прежде всего, найти зависимость радиационной силы от величины акустического поля, которое определяет колебания пузырька. Для решения этой задачи было рассмотрено уравнение Рэлея-Плессета:

$$R\ddot{R} + \frac{3}{2}\dot{R}^2 + \frac{1}{\rho} \left( -P_g + P_0 + P(t) + \frac{2\sigma}{R} + \frac{4\eta\dot{R}}{R} \right) = 0, \text{ где} \quad (1)$$

$R$  – радиус пузырька,  $\rho$  – плотность окружающей жидкости (в нашем случае воды),  $P_g$  – давление газов смеси в пузырьке,  $P_0$  – статическое давление,  $P(t)$  – внешнее давление (связано с акустической силой),  $\sigma$  – поверхностное натяжение границы пузырька и жидкости,  $\eta$  – кинематическая вязкость жидкости. Точки над радиусом обозначают дифференцирование по времени.

Приведем уравнение (1) к безразмерному виду, для этого введем следующие величины:  $\tau = \frac{t}{T} = \frac{t\omega}{2\pi}$  – время нормированное на период поля,  $r = \frac{R}{R_0}$  – радиус нормированный на равновесный радиус пузырька.

После несложных преобразований получим уравнение (2) для безразмерных переменных  $r$  и  $\tau$ . Здесь точки над радиусом обозначают дифференцирование по  $\tau$ :

$$r\ddot{r} + \frac{3}{2}\dot{r}^2 + \frac{(2\pi)^2 \omega_0^2}{3\gamma} \frac{1}{\omega^2} \left( -P_g + P_0 + P(\tau) + \frac{2\sigma}{rR_0} + \frac{2\omega\eta\dot{r}}{\pi r} \right) = 0, \text{ где} \quad (2)$$

$\omega_0$  – резонансная частота пузырька,  $\omega$  – частота колебаний поля.

В дальнейших расчетах мы пренебрегли силой поверхностного натяжения.

Рассматривался случай гармонических колебаний акустического давления:

$$P(\tau) = P_a \cos(2\pi\tau - kx). \quad (3)$$

Давление газа в пузырьке полагаем подчиняющимся адиабатическому закону:

$$P_g = P_0 \left( \frac{R_0}{R} \right)^{3\gamma} = \frac{P_0}{r^{3\gamma}}. \quad (4)$$

В уравнениях (3), (4)  $P_a$  – амплитуда акустического давления,  $\gamma$  – показатель адиабаты.

Уравнение (2) – нелинейное дифференциальное уравнение второго порядка, которое решалось численно в среде «Mathlab» с помощью встроенной функции ode23.

На рис. 1 приведен график  $r(\tau)$  для следующих параметров:  $R_0=1$  мкм,  $\omega_0=2,05 \cdot 10^7$  рад/с ( $\approx 70$  кГц),  $P_0=10^5$  Па,  $\frac{\omega}{\omega_0}=45$ ,  $\frac{P_a}{P_0}=1,3$ .

Из рисунка видно, что колебания действительно сильно-нелинейные (радиус изменяется больше, чем на

порядок) и на один период поля приходится несколько колебаний пузырька. Причем в фазе расширения размеры пузырька относительно медленно увеличиваются, а дальше происходит быстрое его схлопывание с последующими постепенно затухающими отскоками-схлопываниями.

Далее рассчитывалось мгновенное значение радиационной силы, действующей на пузырек, и проводилось ее усреднение по периоду поля:

$$F_{av} = -\frac{1}{2} \langle V \nabla P^* \rangle, \text{ где} \quad (5)$$

$V=(4/3)\pi R^3$  – объем пузырька,  $\nabla P^*$  – градиент поля (комплексно сопряженный).

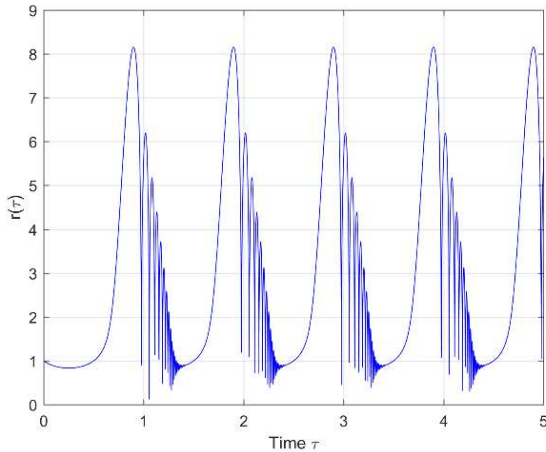


Рис. 1

Значение усредненной радиационной силы рассчитывалось для различных амплитуд акустического поля, в результате была получена зависимость радиационной силы от амплитуды акустического давления. Эта зависимость приведена на рис. 2.

По вертикальной оси на графике отложено значение силы, а по горизонтальной – отношение  $(P_d/P_0)^2$ . Из приведенных на рис. 2 данных видно, что при малых значениях амплитуды акустического поля (менее  $\approx 1$ ) радиационная сила пропорциональна квадрату амплитуды поля, при больших значениях – меняется быстрее (показатель степени  $>2$ ).

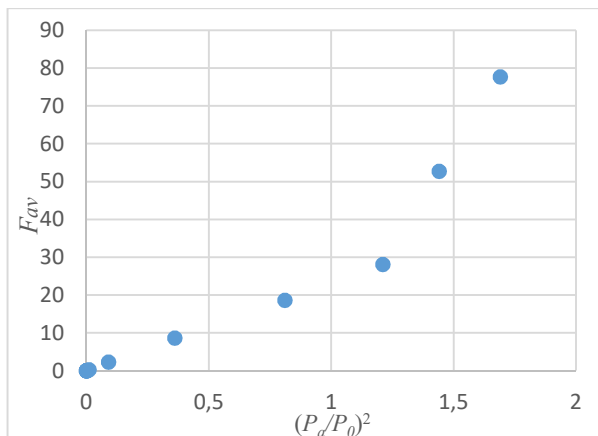


Рис. 2

### Заключение

В работе были рассмотрены колебания пузырька в слабых и сильных акустических полях. Выполнены расчеты радиационной силы, действующей на пузырек, для различных амплитуд акустического поля. Показано, что в слабых акустических полях радиационная сила пропорциональна квадрату амплитуды поля, а в сильных акустических полях показатель степени становится больше 2. Таким образом, в проточных системах сильные акустические поля создают непропорционально большую величину радиационной силы, что приводит к большей пространственной модуляции концентрации пузырьков.

Работа выполнена при поддержке РФФ, проект 19-12-00256.

- [1] Диденкулов И.Н., Корчагина Т.С., Прончатов-Рубцов Н.В., Сагачева А.А. Распространение звука в суспензиях: вращательные движения частиц и управление потоками // Известия РАН, серия физическая. 2020. Т 84, № 6. С. 772.
- [2] Корчагина Т.С., Диденкулов И.Н., Прончатов-Рубцов Н.В. Особенности движения газовых пузырьков под действием течения и радиационной силы в акустическом резонаторе // Труды XXII конф. по радиофизике. – Н. Новгород, ННГУ, 2018. С. 430.
- [3] Корчагина Т.С., Диденкулов И.Н., Прончатов-Рубцов Н.В. Поведение пузырьков в акустическом волноводе с потоком жидкости // Труды XXIII конф. по радиофизике. – Н. Новгород, ННГУ, 2019. С. 454.



## КОЭФФИЦИЕНТ УСИЛЕНИЯ ВЕРТИКАЛЬНОЙ АНТЕННОЙ РЕШЕТКИ В СЛУЧАЙНО-НЕОДНОРОДНОМ ПОДВОДНОМ ЗВУКОВОМ КАНАЛЕ: ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ПОЛОЖЕНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ В КАНАЛЕ КАК ФАКТОРА ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

М.С. Лабутина<sup>1)</sup>, А.И. Малеханов<sup>1,2)</sup>, А.В. Смирнов<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup> ННГУ им. Н.И. Лобачевского

<sup>2)</sup> Институт прикладной физики РАН

Проведено численное моделирование выигрыша вертикальной антенной решетки, размещенной в случайно-неоднородном канале мелкого моря и принимающей модовый сигнал удаленного источника на фоне анизотропных шумов моря. Показано, что положение элементов антенны в канале является фактором, существенно влияющим на величину достигаемого выигрыша, что указывает на возможность специального выбора положения антенны для его повышения. Анализ и моделирование выполнены для двух практически интересных постановок: (1) варьирование по глубине положения антенны как целого при фиксированном межэлементном расстоянии и (2) варьирование межэлементного расстояния при фиксированной глубине первого элемента.

### *Постановка задачи и основные уравнения*

Предполагается, что пространственные распределения на входе вертикальной АР полезного сигнала  $\mathbf{s}$  и помех  $\mathbf{n}$  формируются конечным числом  $M$  мод дискретного спектра:

$$\mathbf{s} = \sum_{m=1}^M a_m \mathbf{u}_m, \quad \mathbf{n} = \mathbf{n}_0 + \sum_{m=1}^M b_m \mathbf{u}_m, \quad (1)$$

где векторы  $\mathbf{u}_m$  – регулярные модовые распределения (модовые векторы),  $a_m$  и  $b_m$  – модовые амплитуды сигнала и помех, соответственно;  $\mathbf{n}_0$  – шумы сплошного спектра, полагаемые в дальнейшем пространственно-белым шумом единичной мощности; все «входные» векторы имеют размерность  $N \times 1$ , где  $N$  – число элементов АР. Простая в своей формулировке модель (1) позволяет продвинуться достаточно далеко в плане анализа задач обработки, специфичных для вертикальных АР [1-4]. С практической точки зрения, особый интерес представляют ситуации, когда сигнал и помехи формируются достаточно большим количеством мод, однако, распределения их интенсивностей по модам существенно различны. В такой ситуации можно ожидать значительно выигрыша АР при «правильной» фильтрации мод сигнального поля.

Опуская промежуточные матричные преобразования, связанные с переходом из «пространства элементов» размерности  $N$  в «модовое пространство» размерности  $M$ , приведем общие выражения для отношения сигнал/шум (ОСШ) на выходе АР с некоторым (произвольным) весовым вектором  $\mathbf{W}$  и на выходе отдельного приемника единичной чувствительности (по смыслу, ОСШ на входе АР) [3,4]:

$$SNR_{array} = \frac{\mathbf{f}^+ \mathbf{Q} \mathbf{M}_s \mathbf{Q} \mathbf{f}}{\mathbf{f}^+ (\mathbf{Q} + \mathbf{Q} \mathbf{M}_n \mathbf{Q}) \mathbf{f}}, \quad SNR_{receiver} = \frac{\mathbf{a}^+ \mathbf{Q} \mathbf{a}}{N + \mathbf{b}^+ \mathbf{Q} \mathbf{b}}, \quad (2)$$

Здесь размерность всех матриц и векторов определяется величиной  $M$ ,  $\mathbf{f}$  – вектор, состоящий из коэффициентов разложения вектора  $\mathbf{W}$  по модовым векторам (анало-

гичного разложению (1));  $\mathbf{M}_S = \langle \mathbf{a}\mathbf{a}^+ \rangle$  и  $\mathbf{M}_N = \langle \mathbf{b}\mathbf{b}^+ \rangle$  – матрицы взаимных корреляций модовых амплитуд сигнала и помех, соответственно ( $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$  – векторы-столбцы модовых амплитуд);  $\mathbf{Q} = \mathbf{U}^+\mathbf{U}$  – матрица ортогональности модовых векторов, которую можно интерпретировать как матрицу разрешающей способности АР в модовом пространстве;  $\mathbf{U} = [\mathbf{u}_m]$  – матрица модовой структуры волновода, состоящая из  $M$  векторов-столбцов  $\mathbf{u}_m$ . В предельном случае, когда плотная АР перекрывает весь волновод, матрица  $\mathbf{Q}$  становится диагональной, что отвечает случаю полного разрешения модовой структуры. Считаем, что помехи представляют собой собственные шумы океана, для моделирования которых привлекаются результаты работы [5]. Когерентные свойства полезного сигнала, создаваемого удаленным точечным источником, моделируются нами на основе параметрической модели матрицы межмодовых корреляций, содержащей некоторый внутренний масштаб (число мод, достаточно хорошо коррелированных с данной). В асимптотике больших трасс распространения эта матрица становится диагональной, что соответствует полному затуханию взаимных корреляций амплитуд мод даже для соседних номеров. Её диагональные элементы отвечают интенсивности мод, зависимость которой от номеров мод испытывает эволюцию по трассе распространения, обусловленную статистическими эффектами.

Выигрыш АР  $G$  стандартно определяется нами как отношение величин выходного и входного ОСШ. Эта величина в наибольшей степени характеризует эффективность многоэлементной АР (при заданном весовом векторе) как пространственного фильтра в сравнении с ее одиночным элементом. При настройке весового вектора на  $m$  моду получим:

$$G_m = \frac{(\mathbf{Q}\mathbf{M}_S\mathbf{Q})_{mm}}{(\mathbf{Q}\mathbf{M}_N\mathbf{Q})_{mm} + \mathbf{Q}_{mm}} \times \frac{N + \langle \mathbf{b}^+\mathbf{Q}\mathbf{b} \rangle}{\langle \mathbf{a}^+\mathbf{Q}\mathbf{a} \rangle} \quad (3)$$

(двойные индексы означают номера матричных элементов). Для нахождения оптимального весового вектора ранее получено выражение [3,4]:

$$\mu_m \mathbf{f}_m = (\mathbf{I} + \mathbf{M}_N\mathbf{Q})^{-1} \mathbf{M}_S \mathbf{Q} \mathbf{f}_m, \quad m = 1, 2, \dots, M. \quad (4)$$

Оптимальный модовый вектор  $\mathbf{f}_{\text{opt}}$  совпадает с вектором, отвечающим максимальному собственному значению  $\mu_1$ , а искомый весовой вектор АР находится отсюда как  $\mathbf{W}_{\text{opt}} = \mathbf{U}\mathbf{f}_{\text{opt}}$  (здесь  $\mathbf{I}$  – единичная матрица).

### **Результаты численного моделирования и выводы**

Численное моделирование проведено нами для простейшего случая диагональной матрицы  $\mathbf{M}_S$  межмодовых корреляций сигнала при различных модовых распределениях интенсивности сигнала  $\langle |a_m|^2 \rangle$ . Волновод мелкого моря моделировался изоскоростным каналом с абсолютно жестким дном, известная модовая структура которого позволяет иметь оценки ортогональных свойств мод при различном положении АР по глубине. Глубина канала задавалась равной 100 м, длина волны  $\lambda = 10$  м (число мод дискретного спектра  $M = 20$ ). Шумы океана также не имеют, в силу множественности их источников, взаимных корреляций по модам, интенсивности  $\langle |b_m|^2 \rangle$  рассчитывались согласно выражениям, приведенным в работе [5]. Этот расчет приводит к монотонно и весьма резко растущей их зависимости от номера моды, т.е. шумы ока-

зываются сосредоточенными в группе высоких мод (это весьма типичная ситуация в диапазоне первых сотен Гц). Следовательно, можно ожидать значительных изменений величин выигрыша AP при всех методах пространственной фильтрации в зависимости от того, в какой именно группе мод оказывается полезный сигнал. Входное ОСШ на элементе AP при моделировании составляет -20 дБ. Моделирование выигрыша ограничено для первых 12 мод, как наиболее информативное, т.к. при больших модах AP резко теряет свою эффективность.

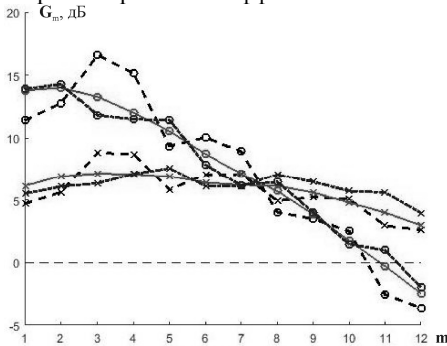


Рис. 1

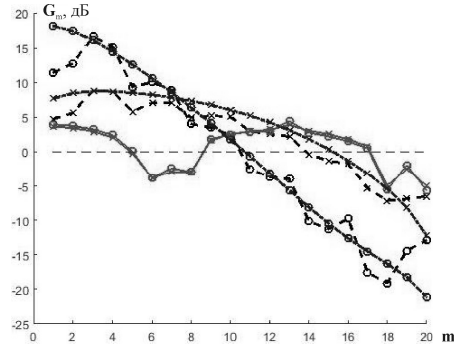


Рис. 2

На рис. 1 показаны распределения по номерам мод величин  $G_m$  (3) в случае двух существенно разных спектров интенсивностей сигнала – локализованного в низких ( $m_0 = 1$ ) и средних ( $m_0 = 11$ ) модах; характерная ширина спектра в обоих случаях равна  $\sigma = 5$ . Рассматривается короткая (число элементов  $N = 7$ ) плотная AP (межэлементное расстояние  $d = \lambda/2 = 5$  м), верхний конец которой размещен на разной глубине волновода ( $Z_1 = 0$  м – пунктирная линия,  $Z_1 = 35$  м – сплошная линия и  $Z_1 = 70$  м – штрих-пунктирная линия). Для каждого случая рассчитана величина оптимального выигрыша  $G_{opt}$  с использованием выражений (2), (4). В зависимости от глубины положения AP, ей ортогонализируются разные группы мод. В случае приповерхностной AP, несмотря на то, что наиболее энергонесущей модой сигнала является 1 или 11 мода, эффективно принимаются 3 и 4 моды, т.к. они не ортогональны группе низких мод сигнала, и ортогональны высоким модам помехи. В случае же размещения AP в центре канала или у дна, AP, настроившись на первые моды волновода, принимает также неортогональные высокие моды помехи. При приеме AP сигнала с сильной средней энергонесущей модой ( $m_0 = 11$ ) выигрыш практически не изменяется за счет относительно хорошей ортогональности мод и плавного увеличения интенсивности сигнала и помехи с ростом номера моды. Прием сигнала с настройкой AP на отдельные моды канала является квазиоптимальным, и лишь в некоторых случаях можно найти удачное положение короткой антенны, когда потеря выигрыша составляет единицы децибел. В нашем моделировании при расположении AP у поверхности эта разница составляет  $\sim 2$  дБ, тогда как при других положениях она меняется от 5 до 11 дБ.

Качественно другой сценарий реализуется в случае приповерхностной AP с изменяемым размером межэлементного расстояния. На рис. 2 приведены зависимости

для числа элементов  $N = 7$  с разной «плотностью» размещения ( $d = \lambda/2$  – пунктирная линия и  $d = 13\lambda/8$  – сплошная линия) и для плотной АР, перекрывающей весь волновод ( $N = 21$ ,  $d = \lambda/2$  – штрих-пунктирная линия). При полном перекрытии канала плотной АР все моды становятся ортогональными. В этом случае при настройке АР на низкие моды волновода и приеме низкомодового сигнала достигается максимальный выигрыш, хотя по сравнению с оптимальной настройкой АР потеря усиления составляет 16 дБ. В случае короткой АР, как отмечалось ранее, выигрыш при настройке на 3 и 4 моду максимален, однако, он превышает выигрыш длинной плотной АР при настройке на те же моды. Это объясняется тем, что поочередно настроенная короткая АР на эти моды принимает и другие низкие сигнальные моды. В случае полного перекрытия волновода редкой АР ортогональные свойства принимаемых мод начинают играть более существенную роль. Варьирование спектра сигнала практически перестает влиять на выигрыш такой АР, и ее эффективность заметно снижается (до единиц дБ). При рассмотрении ортогональности мод показано, что группа низких мод (1-4) не ортогональны группе средних мод (9-16) и практически ортогональны остальным модам, которые между собой не ортогональны. Поскольку модовый спектр интенсивности помехи неравномерен, то выигрыш АР по всем модам снижен, а его локализация в высоких модах приводит к потере усиления АР в группе мод (5-8). Отметим также, что первая мода не ортогональна 12 и 13 моде интенсивность помехи, в которых незначительна, поэтому значение выигрыша разреженной АР близко к выигрышу короткой плотной АР.

Теоретический и численный анализ пространственной обработки многомодового сигнала на фоне модовых помех показывает принципиальное влияние двух физических факторов на величину выигрыша вертикальной АР: (1) степени «перекрытия» модовых спектров сигнала и помех и (2) способности антенны разрешить, в смысле ортогональных свойств, моды с высокими значениями модовых ОСШ. Эти факторы, будучи независимыми, совместно «регулируют» возможность достижения высоких значений антенного выигрыша. В канале с известной структурой мод второй фактор полностью зависит от числа и расположения приемников по глубине. Следовательно, при известном модовом составе шумов океана (в заданном частотном диапазоне и для заданной гидрологии канала) можно заранее оценить помехоустойчивость различных мод и подобрать такое расположение элементов АР, при котором можно добиться максимальных значений коэффициента усиления.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФ по гранту № 20-19-00383.

- [1] Малеханов А.И., Таланов В.И. // Акуст. журн. 1990. Т. 36, № 5. С.891.
- [2] Малеханов А.И. // Акуст. журн. 1992. Т. 38, № 5. С. 898.
- [3] Labutina M.S., Malekhanov A.I., Smirnov A.V. // *Physics of Wave Phenomena*. 2016. Vol. 24, № 2. P. 161.
- [4] Лабутина М.С., Малеханов А.И., Смирнов А.В. // Ученые зап. физ. фак-та МГУ. 2017, № 5. 1750121 – 1.
- [5] Kuperman W.A., Ingenito F. // *J. Acoust. Soc. Am*. 1980. Vol. 67, № 6. P. 1988.

## **ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ КОМПЛЕКС С ГРАФИЧЕСКИМ ИНТЕРФЕЙСОМ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ СДВИГОВЫХ ВОЛН В МЯГКИХ БИОЛОГИЧЕСКИХ ТКАНЯХ**

**А.А. Лисин, Е.М. Калинкина**

*ННГУ им. Н.И. Лобачевского*

В данной работе представлена реализация расчётного комплекса с графическим интерфейсом для моделирования и визуализация сдвиговых волн в мягких биологических тканях. Он включает программу аналитического расчёта поля (создаваемого ультразвуковым датчиком) при распространении акустической волны (описываемой уравнением Вестервельта), а также графический интерфейс для задания параметров среды, датчика, и визуализации результатов расчета эволюции сдвиговых волн. Программа реализована с использованием среды программирования MatLab и модуля «k-Wave» [1].

Реализация численного решения задачи распространения сдвиговых волн в однородной упругой среде требует разбиения решения на этапы:

- задается среда, в которой проводится моделирование (это может быть, как линейная среда, так и нелинейное пространство),
- ставится датчик (в данном случае это модель стандартного линейного датчика для ультразвуковых исследований),
- расчет величины радиационной силы производится по результатам фокусировки. На основе этих результатов пересчитывается величина мнимых источников для последнего этапа моделирования.
- симуляция распространения сдвиговых волн в среде.

Для работы схемы численного решения необходимо создать пространство, в котором будет рассчитываться распространение волн. В модуле k-Wave рабочее пространство – это набор точек, образующих матрицу, называемую k-grid, или k-пространство. Для каждой из этих точек прописываются значения скорости звука, плотность среды, и другие параметры, если требуется. Граничные условия задаются с помощью специальной функции. В наиболее простом случае источником излучения является точка (точечный источник). Однако программный комплекс позволяет работать и когда задано несколько источников или группировать несколько точек в один излучатель. В случае с линейным датчиком излучателем является фазированная антенная решетка, состоящая из 128 элементов (точечных источников). На рис. 1 представлен пример работы интерфейса программы: представлена картина распространения ультразвуковой волны в координатной плоскости, и визуализация расчетного давления фокусировки ультразвуковых излучателей. Параметры работы программы для данного примера полностью соответствуют основным характеристикам линейного датчика L7-4, используемого в медицинской диагностике на традиционных УЗИ сканерах [1].

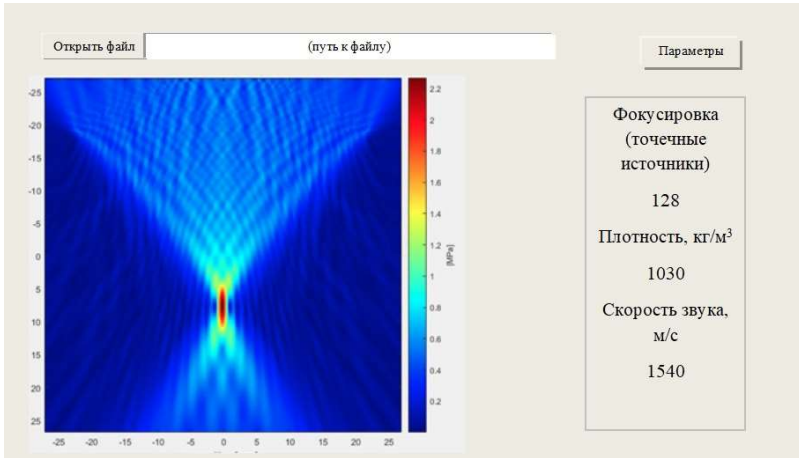


Рис. 1

Интерфейс программного комплекса отображает все установленные параметры моделирования, относящиеся к среде, источнику излучения и его настройке.

Для получения сдвиговой волны необходимо сфокусировать излучатели в точку. Это достигается с помощью квадратичного фазового набега на каждом излучателе, за ноль считаем центр датчика. Для моделирования сдвиговой волны источник расположен в области пятна фокусировки и состоит из 8 элементов, расположенных в форме ромба (рис. 2). Среда в данной модели принята однородной, с такими характерными параметрами, как плотность  $\rho = 1030 \text{ кг/м}^3$  и скорость звука  $C = 1540 \text{ м/с}$ .

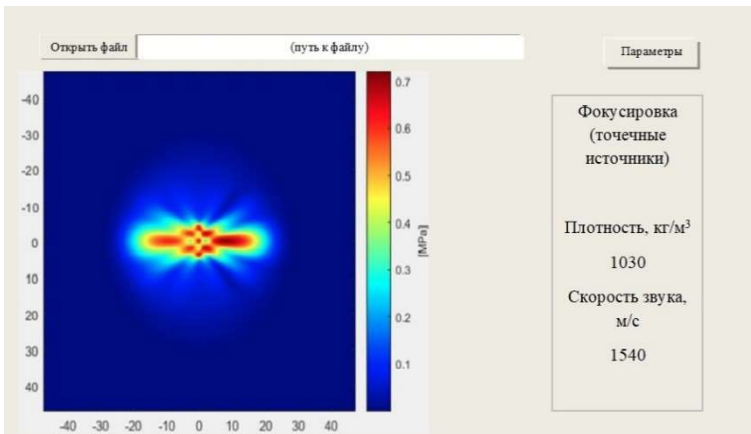


Рис. 2

Для сравнения данных, полученных при численном и физическом моделировании, использовались результаты по измерению скорости сдвиговой волны в калибро-

ванном полимерном фантоме CIRS Model 049 Elasticity QA Phantom Spherical с расположенными на разной глубине сферами разных диаметров и типов (различия в модуле Юнга). Метод эластографии сдвиговой волной (Shear Wave Elasticity Imaging SWEI) был реализован на системе Verasonics с открытой архитектурой на кафедре акустики в лаборатории биомедицинских технологий, медицинского приборостроения «МедЛаб» ННГУ им. Н.И. Лобачевского [2]. Сравнение результатов показывает, что чем выше концентрация полимерного вещества в фантоме, тем ближе результаты численного и физического моделирования (рис. 3).

Расчет скорости производится на основании положения пика давления, характеризующего расположение волнового фронта, в нескольких моментах времени, далее скорость вычисляется как  $V = S/t$ , где  $S$  – расстояние между пиками,  $S=S_2/2-S_1/2$ ,  $t$  – время, за которое пик пришел из точки 1 в точку 2,  $t=t_2-t_1$ .

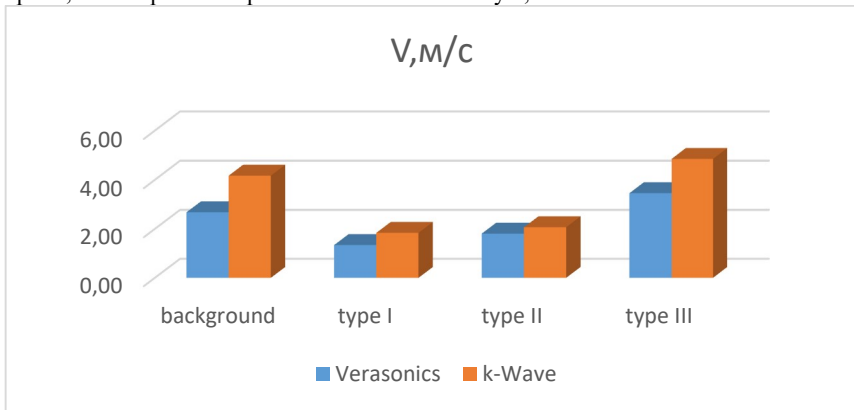


Рис. 3

Кроме того, результаты численного моделирования постоянно больше, чем физические. Этот эффект возникает из-за неоднородности физической среды, что не учитывалось при численном моделировании.

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (государственное задание No. 0729-2020-0040).

- [1] Лисин А.А., Гурбатов С.Н., Демин И.Ю., Спивак А.Е. // Ученые записки физического факультета Московского университета. № 5. 2019. С. 1950101 (5стр).  
 [2] Демин И.Ю., Спивак А.Е., Лисин А.А. // Проектирование и технология электронных средств. № 1. 2019. С. 50.

## МЕТОДЫ ВЫДЕЛЕНИЯ РЕЧЕВЫХ СИГНАЛОВ ИЗ СМЕСИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ В ПРОСТРАНСТВЕ МИКРОФОННЫХ МАССИВОВ

Н.А. Миронов

*Нижегородская академия МВД России*

В настоящее время для выделения голоса человека из акустического шума используются микрофонные решетки, которые обладают рядом преимуществ по сравнению с одноканальными системами [1]. Микрофонный массив из  $N$  микрофонов позволяет получить выигрыш в отношении сигнал/помеха не менее чем в  $N$  раз.

Но по мере удаления источника звука от микрофонного массива точность его локализации будет падать за счет затухания звуковой волны. Эффективность локализации источника, а также эффективность выделения речи целевого диктора, может быть повышена за счет использования одновременно нескольких микрофонных решеток, распределенных в пространстве. В литературе такие распределенные системы получили название «acoustic sensor network» [2]. Эффективность использования таких систем определяется значительным увеличением вероятности того, что один из микрофонов будет находиться ближе к полезному источнику. Наибольшее распространение такие системы получили при использовании на больших пространствах, когда требуется извлечь информацию из любой точки пространства наблюдения. Решаемые такими системами задачи различны: локализация источника, выделение голоса определенного человека, разделение акустических источников, определение траектории перемещений дикторов, определение направленности акустического источника и др.

В исследовании [3] показано, что можно получить надежную систему локализации звука, использующую несколько микрофонных массивов. Экспериментальные результаты с использованием этого подхода показали уменьшение средней ошибки локализации источника до 8 см. Результаты получены для десяти двух-элементных решеток при 0 дБ. Геометрия массива приведена на рисунке 1.

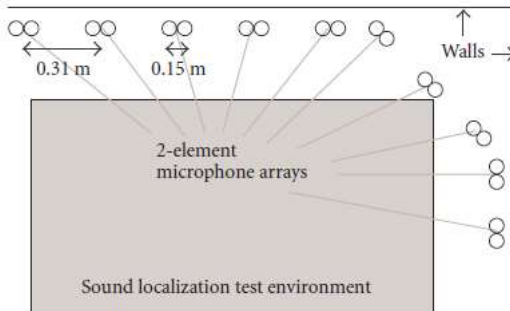


Рис. 1



В работе [4] проведен анализ производительности двухступенчатого процесса локализации в двумерном пространстве на основе измерений разницы времени прихода сигналов на микрофон. Оптимальное решение получается при обработке данных, полученных с распределенных в пространстве микрофонов, центральным узлом. Исследования проведены для массивов из 24 микрофонов, разделенных по 6 микрофонов на 4 микрофонные решетки, располагаемых в одной плоскости на окружности в 4 разных секторах. Источник находился в центре окружности. Показано, что оптимальная точность локализации достигается, когда микрофоны равномерно распределены вокруг источника.

Многоканальный фильтр Винера используется в акустических приложениях для улучшения качества речевого сообщения за счет уменьшения энергии интерференции. Шумоподавление основано на оценке требуемой составляющей сигнала в одном из микрофонов, определяемого эталонным. В работе [5] в помещении объемом  $7,5 \times 5 \times 3,5$  м<sup>3</sup> и временем реверберации в 400 мс было исследовано влияние выбора эталонного микрофона на производительность алгоритма для разных положений одного источника речи относительно распределенной решетки из 6 микрофонов (по 3 микрофона на двух смежных стенах).

Для одиночной микрофонной решетки предполагается, что речевая активность полезного сигнала и сигналов помех является общей для всех микрофонов близко расположенных друг к другу. Однако это предположение может быть нарушено для распределенных микрофонных решеток, когда речевая активность на одном микрофонном массиве может значительно отличаться от активности на других массивах, за счет пространственного положения. В исследовании [6] имитируется разделение речи каждого человека в двух отдельных группах с участием трех и двух человек соответственно (рисунок 2). Микрофоны располагались на окружностях радиуса 10 см и затем были удалены от центра на 50 см.

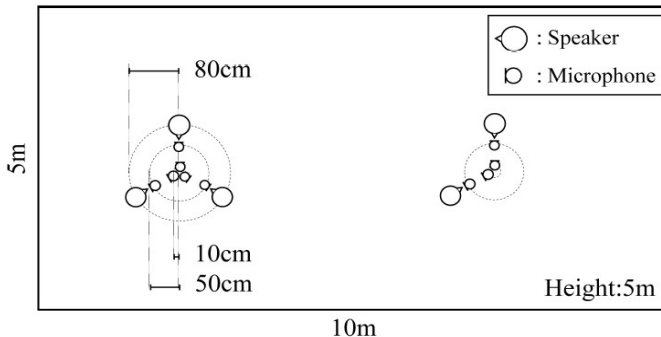


Рис. 2

С помощью нескольких массивов микрофонов предложено решение задачи для отслеживания перемещений нескольких дикторов [7]. Описан подход для одновременного определения координат движения нескольких дикторов. Апробация результатов моделирования движущихся источников проводилась в реверберирующем кон-

ференц-зале объемом  $3,7 \times 6,8 \times 2,6$  м<sup>3</sup>. Сигналы от круглых микрофонных решеток с 5 микрофонами и радиусом 5 см, регистрировались с частотой 48 кГц. Доказана способность точно отслеживать статические и движущиеся источники. При использовании не менее трех массивов микрофонов, распределенных в пространстве, получена точность, допустимая для практического применения системы.

Современные исследования связаны с применением распределенных микрофонных систем с большой апертурой. В работе [8] описывается реализация трехмерного массива из 256 микрофонов, которые расположены на стенах и потолке исследуемого пространства для оценки диаграммы направленности источников звука в реверберационных средах (рисунок 3).

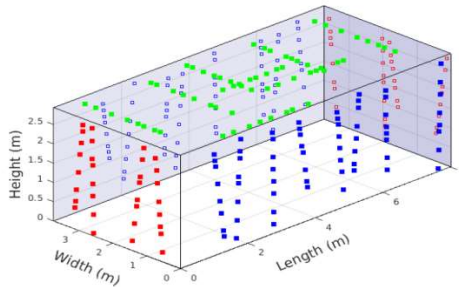


Рис. 3

Геометрия микрофонных массивов крайне разнообразна из-за многообразия задач, решаемых с помощью таких систем. Проведенный обзор показывает, что для локализации акустического источника и выделения полезного сигнала применение распределенных в пространстве микрофонных массивов является крайне актуальным.

- [1] Столбов М.Б. // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2015. Т. 15, № 4. С. 661.
- [2] Haykin S., Liu K.J.R. Handbook on array processing and sensor networks. – IEEE Press: Wiley, 2009, 924 p.
- [3] Aarabi P. // EURASIP Journal on Applied Signal Processing. 2003. Vol.4. P. 338.
- [4] Prandi G., Valenzise G., Tagliasacchi M. (Eds.) // IEEE European Signal Processing Conference, 2008. P. 1.
- [5] Lawin-Ore C., Doclo S. // ITG Symposium on Speech Communication. 2012. P. 31.
- [6] Kenoshita, K. Blind source separation using spatially distributed microphones based on microphone-location dependent source activities // Interspeech. 2013. P. 822.
- [7] Plinge A, Flink G.A. // IEEE ICASSP. 2014.
- [8] Demontis H., Olivier F., Marchal J. 3D Identification of Acoustic Sources in Rooms Using a Large-Scale Microphone Array // IEEE IWAENC. 2018. P. 506

## НИЗКОЧАСТОТНЫЕ ГИСТЕРЕЗИСНЫЕ ЭФФЕКТЫ В РЕЗОНАТОРЕ ИЗ КВАРЦИТА

В.Е. Назаров<sup>1)</sup>, А.Б. Колпаков<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup> *Институт прикладной физики РАН*

<sup>2)</sup> *ННГУ им. Н.И. Лобачевского*

В настоящей работе приводятся результаты экспериментальных и теоретических исследований нелинейных акустических эффектов, возникающих при самовоздействии продольной низкочастотной (НЧ) волны в стержневом резонаторе, изготовленном из поликристаллической горной породы – кварцита. [Кварцит – это природный минерал светло-серого цвета с серебристым отблеском. Он состоит на 70-80% из кварца ( $SiO_2$ ) и содержит примеси минеральных силикатов и алюмосиликатов, в основном, в виде слюды, полевого шпата и талька. Плотность кварцита – 2,68 г/см<sup>3</sup>.]

Схема эксперимента изображена на рис. 1. Из кварцита изготавливался стержень квадратного сечения (со стороной ~1,4 см) и длиной  $L = 39,4$  см. К нижнему торцу стержня 1 приклеивался пьезокерамический излучатель накачки 2 предназначенный для возбуждения продольной (НЧ) стоячей волны; другая сторона излучателя 2 – к массивной металлической нагрузке 3. К верхнему, свободному торцу стержня 1 приклеивался акселерометр 4 – для приема низкочастотных колебаний, создаваемых излучателем 2. Сигнал с акселерометра 4 поступал на спектроанализатор.

Проводилось исследование низкочастотных эффектов амплитудно-зависимого внутреннего трения и генерации высших гармоник, обусловленных гистерезисной

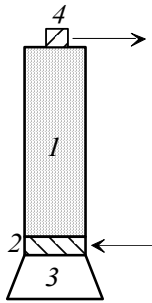


Рис. 1

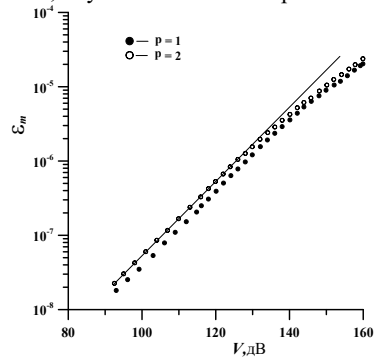


Рис. 2

нелинейностью материала. Для этого, при помощи излучателя 2, в стержне 1 возбуждались низкочастотные акустические колебания на частоте  $F$ , близкой к частоте  $F_p$ , одной из первых двух его продольных мод, и измерялись зависимости нелинейных сдвигов резонансных частот  $F_{nl} = F - F_p < 0$  и коэффициентов затухания  $\mu_{nl}$  от амплитуды деформации  $\epsilon_m$  стержня (в резонансе). На рис. 2 приведены зависимости амплитуды деформации  $\epsilon_m$  (в резонансе) от амплитуды электрического напряжения  $V$ , на излучателе накачки при возбуждении резонатора на первых двух продольных

модах ( $p = 1; 2$ ). Из рисунка следует, что при малых амплитудах возбуждения ( $\varepsilon_m < 10^{-6}$ ), зависимости  $\varepsilon_m = \varepsilon_m(V)$  линейны, т.е.  $\varepsilon_m \propto V$  а далее, при  $\varepsilon_m > 10^{-6}$ , они становятся нелинейными; это свидетельствует о наличии нелинейных потерь. На рис. 3а,б представлены графики зависимостей модулей относительных нелинейных сдвигов резонансных частот  $|F_{nl}/F_p|$  коэффициентов нелинейного затухания  $\mu_{nl}/\mu_p$  от  $\varepsilon_m$ , где  $\mu_p = (\Omega_p Q_p)^{-1}$ . В представленных зависимостях можно выделить два

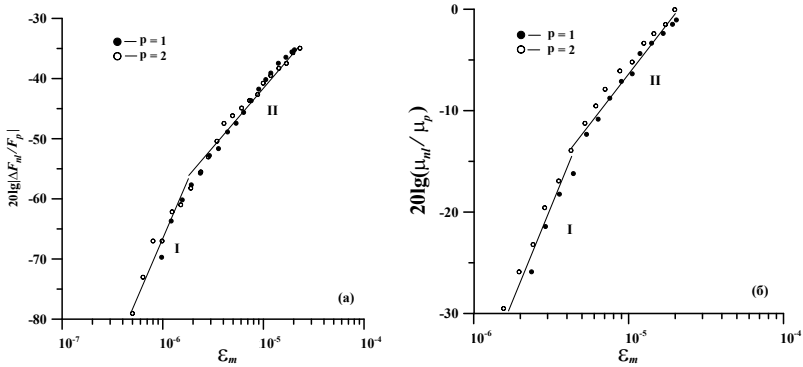


Рис. 3а,б

амплитудных диапазона: (I) –  $\varepsilon_m < \varepsilon^* \cong (2 \div 4) \cdot 10^{-6}$ , где  $F_{nl}/F_p \propto \varepsilon_m^2$ ,  $\mu_{nl}/\mu_p \propto \varepsilon_m^2$ , и (II) –  $\varepsilon_m > \varepsilon^*$ , где  $F_{nl}/F_p \propto \varepsilon_m$ ,  $\mu_{nl}/\mu_p \propto \varepsilon_m$ . Наличие в каждом диапазоне одинаковых зависимостей  $|F_{nl}/F_p|$  и  $\mu_{nl}/\mu_p$  от  $\varepsilon_m$  свидетельствует о проявлении в материале гистерезисной степенной нелинейности (с показателем степени  $n$ ), причем, для первого диапазона  $n = 3$ , а для второго –  $n = 2$ . Из рис. 3а,б также видно, что наблюдаемые зависимости для  $p = 1; 2$  близки и не зависят от номера моды  $p$ , т.е. от частоты  $F_p$ , возбуждения резонатора.

Далее, при  $\varepsilon_m > 2 \cdot 10^{-6}$  (т.е. во втором диапазоне) наблюдалась генерация второй и третьей гармоник волны накачки. На рис. 4 приведены зависимости (I) амплитуды смещения  $U_2(L)$  свободного торца стержня на частоте второй гармоники от амплитуды деформации  $\varepsilon_m$  волны накачки на первой и второй модах (в резонансе) и (II) амплитуды деформации  $\varepsilon_3$  стержня на частоте третьей гармоники от амплитуды деформации  $\varepsilon_m$  вол-

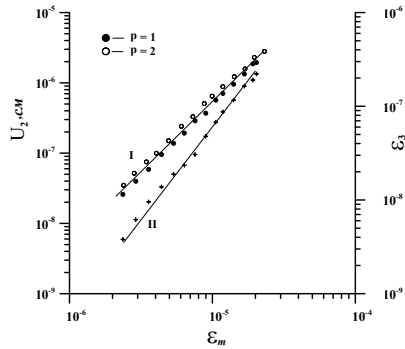


Рис. 4

ны накачки на первой моде (также в резонансе). Зависимости близки к квадратичным, т. е.:  $U_2(L), \varepsilon_3 \propto \varepsilon_m^2$ . Здесь показатель степени 2 на единицу больше значения показателя в зависимостях  $|F_{nl}/F_p|$  и  $\mu_{nl}/\mu_p$  от  $\varepsilon_m$  в том же (втором) диапазоне (рис. 3). Именно такие закономерности для нелинейных потерь, дефекта модуля упругости и амплитуд высших гармоник и должны наблюдаться для волн в средах с гистерезисной [1, 2] квадратичной нелинейностью [3–6]. Аналитическое описание наблюдаемых эффектов проводилось с использованием феноменологического уравнения состояния, содержащего гистерезисную нелинейность среды [5–8]:  $\sigma(\varepsilon) = E[\varepsilon - f(\varepsilon)] + \alpha\rho\dot{\varepsilon}$  (с учетом ее линейной диссипации [4]), где  $f(\varepsilon)$  – нелинейная функция,  $|f'_{\varepsilon}(\varepsilon)| \ll 1$ ,  $\alpha$  – коэффициент линейной диссипации,  $\rho$  – плотность. При этом, проводимый анализ осуществлялся как в рамках упругого (1), так и неупругого (2) гистерезиса:

$$f(\varepsilon) = \frac{1}{n} \begin{cases} \gamma_1; (\varepsilon > 0, \dot{\varepsilon} > 0), \\ (\gamma_1 + \gamma_2) \varepsilon_m^{n-1} \varepsilon - \gamma_2 \varepsilon^n; (\varepsilon > 0, \dot{\varepsilon} < 0), \\ -\gamma_3 \varepsilon^n; (\varepsilon < 0, \dot{\varepsilon} < 0), \\ (\gamma_1 + \gamma_2) \varepsilon_m^{n-1} \varepsilon - \gamma_2 \varepsilon^n; (\varepsilon < 0, \dot{\varepsilon} > 0), \end{cases} \quad (1)$$

$$f(\varepsilon) = \beta \varepsilon_m^2 \varepsilon + \beta_1 \varepsilon_m \begin{cases} \varepsilon^2 - \varepsilon_m^2; \dot{\varepsilon} > 0 \\ -\varepsilon^2 + \varepsilon_m^2; \dot{\varepsilon} < 0 \end{cases} \quad (2)$$

где  $n$  – целое число  $n > 1$ ;  $\gamma_{1-4}, \beta_1, \beta_1$  – параметры гистерезисной нелинейности;  $\gamma_{1,3} + \gamma_{2,4} \geq 0$ ;  $|\beta| \varepsilon_m \ll 1$ ;  $|\beta_{12}| \varepsilon_m \ll 1$ ;  $\beta_1 + \beta_2 \geq 0$ ;  $|\beta_{1,2}| \gg 1$ . При сильном возбуждении, т.е. ( $\varepsilon_m > \varepsilon^*$ ) выражения для  $F_{nl}/F_p$ ,  $\mu_{nl}/\mu_p$ , а также  $U_2(L)$  и  $\varepsilon_3$  имеют вид:  $F_{nl}/F_p = -a_1 \varepsilon_m$ ;  $\mu_{nl}/\mu_p = b_1 Q_p \varepsilon_m$  (где  $L$  – длина резонатора).

$$U_2(L) = [a_2^2 + b_2^2]^{1/2} \varepsilon_m^2 \quad (3)$$

$$\varepsilon_3 = \frac{4[a_3^2 + b_3^2]^{1/2} Q_p \varepsilon_m^2}{15\pi \left\{ \left( \frac{Q_p}{Q_{3p-1}} \right)^2 + 4 \left[ (1-q) \delta_{nl}(\varepsilon_m) + \frac{\Delta\Omega_{3p}}{3} \right]^2 \right\}^{1/2}}, \quad (4)$$

где  $\Delta\Omega_{3p} = 3\Omega_p - \Omega_{3p-1}$  – дисперсионная расстройка частоты  $3\Omega_p$  от резонансной частоты моды с номером  $3p-1$ ;  $a_{0-3}, b_{1-3}$  – коэффициенты разложения  $f(\varepsilon)$  в тригонометрический ряд:

- Для упругого (1) гистерезиса:  $q = (36/35\pi)(a_0/a_1)$ ;

$$a_0 = (1/2\pi)(\gamma_1 - \gamma_2 + \gamma_3 - \gamma_4) + (1/8)(\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_4);$$

-  
-

$$a_1 = (14/9\pi^2)(\gamma_1 - \gamma_2 + \gamma_3 - \gamma_4) + (1/6\pi)(\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_4);$$

$$b_1 = (2/9\pi^2)(\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_4) > 0;$$

$$a_2 = (1/64)(\gamma_1 - \gamma_2 - \gamma_3 + \gamma_4) + (1/24\pi)(\gamma_1 + \gamma_2 - \gamma_3 - \gamma_4);$$

$$b_2 = (1/48\pi)(\gamma_1 + \gamma_2 - \gamma_3 - \gamma_4);$$

$$a_3 = (2/15\pi)(\gamma_1 - \gamma_2 + \gamma_3 - \gamma_4); b_3 = (1/30\pi)(\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_4).$$

Для неупругого (2) гистерезиса:  $q = (27/35); a_0 = \beta; a_1 = (2\beta/3\pi); b_1 = (8/9\pi^2)(\beta_1 + \beta_2); a_2 = -(\beta_1 - \beta_2)/16; a_3 = -4(\beta_1 + \beta_2)/15\pi; b_{2,3} = 0.$

При анализе в рамках упругого гистерезиса, из сравнения экспериментальных результатов (рис. 3) и выражений для  $F_{nl}/F_p$  и  $\mu_{nl}/\mu_p$ , с учетом (3) и (4), коэффициенты нелинейности составляли  $[a_3^2 + b_3^2]^{1/2} \cong 1,1 \cdot 10^2; [a_3^2 + b_3^2]^{1/2} \cong 3,6 \cdot 10^2.$  Эффективный параметр квадратичной упругой нелинейности:  $\Gamma = 16[a_3^2 + b_3^2]^{1/2} \cong 1,7 \cdot 10^3.$  Коэффициент  $[a_3^2 + b_3^2]^{1/2}$ , определенный независимо по амплитуде третьей гармоники из выражения (3) составил:  $[a_3^2 + b_3^2]^{1/2} \cong 3,55 \cdot 10^2.$  Близость значений свидетельствует о том, что уравнение состояния исследованного образца кварцита соответствует именно упругому гистерезису (1). При проведении аналогичного анализа в рамках неупругого гистерезиса (2), между этими коэффициентами  $[a_3^2 + b_3^2]^{1/2}$ , определенными разными способами, наблюдалось количественное несоответствие: значение коэффициента нелинейности определенного по амплитуде третьей гармоники примерно в 1,7 раза превышало тот же коэффициент, определенный по сдвигу резонансной частоты и потерям. Это свидетельствует о непригодности неупругого гистерезиса (2) для описания нелинейных акустических эффектов в исследуемом материале. Однако, если при измерении нелинейных эффектов ограничиться только второй гармоникой, то изучаемые эффекты в кварците, как, впрочем, и во многих других поликристаллических твердых телах, можно описывать как упругим (1), так и неупругим (2) гистерезисами [4].

Работа выполнена в рамках госзадания ИПФ РАН по теме №0035-2019-0009 и поддержана РФФИ (грант N20-02-00215A).

- [1] Granato A., Lucke K. // J. Appl. Phys. 1956. Vol. 27, № 5. С. 583.
- [2] Warren P. Mason (Ed.) Physical Acoustics and Methods, Academ. Press – New York, London, 1966, 406 с
- [3] Исакович М.А., Общая акустика. – М: Наука, 1972, 469 с.
- [4] Назаров В.Е., Радостин А.В. Нелинейные волновые процессы в упругих микронеоднородных средах. – Н. Новгород: ИПФ РАН, 2007, 255 с.
- [5] Назаров В.Е., Сутин А.М. // Акуст. журн. 1989. Т. 35, № 4. С. 711.
- [6] Зименков С.В., Назаров В.Е. // Физика Земли. 1993. № 1. С. 13.

## СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ КВАЗИОПТИМАЛЬНЫХ МЕТОДОВ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ОБРАБОТКИ ЧАСТИЧНО-КОГЕРЕНТНОГО СИГНАЛА, ПРИНИМАЕМОГО НА ФОНЕ ИНТЕНСИВНОЙ ПОМЕХИ

А.И. Малеханов<sup>1, 2)</sup>, А.В. Смирнов<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> *Институт прикладной физики РАН*

<sup>2)</sup> *ННГУ им. Н.И. Лобачевского*

### *Аннотация*

В этой работе проводится сравнительный анализ эффективности рассмотренных ранее методов пространственной обработки сигнала (Труды 22-ой научной конференции по радиофизике) [1-9] на фоне изотропного шума с интенсивной частично-когерентной помехой, описываемой той же двухмасштабной моделью ФПК. Источники сигнала и помехи расположены в разных углах по отношению к центру АР. Показана смена "иерархии" методов обработки в зависимости от совокупности параметров задачи: длины когерентности, величины "остаточной" когерентности, среднего угла пеленга на источники сигнала и помехи, дисперсии флуктуаций углов прихода.

### *Постановка задачи и основные уравнения*

Ненаправленный удаленный излучатель акустического поля находится под некоторым углом  $\theta_S$  по отношению к нормали линейной АР. Помимо полезного сигнала приемная АР принимает также изотропный шум (белый шум) и поле интенсивной удаленной помехи размещенной в угле  $\theta_N$ . Линейная АР представляет собой эквидистантно расположенный набор ( $\mathbf{N}$ ) из  $N$  приемных элементов вдоль прямой линии с межэлементным расстоянием  $d = \lambda/2$ . Средняя мощность сигнала, белого шума, помехи на входе единичного элемента АР будет соответственно  $\sigma_s^2$ ,  $\sigma_{wn}^2$  и  $\sigma_n^2$ . Критерием эффективности метода пространственной обработки является коэффициент усиления антенны  $G$  (от англ. "gain" - выигрыш), который определяется как отношение выходного отношения сигнал/шум (ОСШ) на АР к входному ОСШ на отдельном элементе. Универсальное выражение для выигрыша при линейной пространственной обработке будет записано как:

$$G_0 = \sigma_s^{-2} \sigma_{Noise}^2 \frac{\mathbf{W}^+ \mathbf{R}_S \mathbf{W}}{\mathbf{W}^+ \mathbf{R}_{Noise} \mathbf{W}}, \quad \sigma_{Noise}^2 = \sigma_{wn}^2 + \sigma_n^2 \quad (1)$$

где  $\mathbf{R}_S = \langle \mathbf{ss}^+ \rangle$  ( $\mathbf{R}_{Noise} = \langle \mathbf{nn}^+ \rangle$ ) – матрица пространственной когерентности сигнального  $\mathbf{s}$  (шумового  $\mathbf{n}$ ) поля на входе АР,  $\mathbf{W}$  – весовой вектор, "+" – означает эрмитово сопряжение,  $\langle \dots \rangle$  – означает усреднение по времени. Эффективность стандартной обработки фазированной антенны сильно зависит от угла прихода сигнала  $\theta_S$  и помехи  $\theta_N$ , угла сканирования  $\theta$ . Амплитудно-фазовое распределение для стандартной схемы обработки фазированной АР, которая отвечает фазированному накоплению сигнала по элементам, задается в виде распределения поля на антенне, сопряженного полю падающей плоской волны с некоторого угла  $\theta$  с волновым числом  $k$ :  $\mathbf{W}(\theta) = \exp\{ikd(\mathbf{N} - 1)\sin\theta\}$ . При дальнем распространении сигнала (помехи) сквозь случайно-неоднородную среду, матрицу пространственной корреляции можно представить как сложение матриц, отвечающих за когерентную и некогерентную компоненту поля

на входе АР. Когерентная компонента поля  $\mathbf{R}_{SC}$  ( $\mathbf{R}_{NC}$ ) характеризуется уровнем "остаточной" когерентности  $\delta_S$  ( $\delta_N$ ), зависящим от дальности трассы распространения. Считаем, что угол пеленга на излучатель сигнала (помехи) меняется в некотором диапазоне, характеризующийся значением среднего угла прихода  $\theta_S$  ( $\theta_N$ ) и дисперсией угла прихода  $\sigma_{S\theta}^2$  ( $\sigma_{N\theta}^2$ ). Используя известную модель плоской волны с флуктуирующим углом прихода, получим матрицу когерентности сигнала (помехи) описывающую рассеянную компоненту поля  $\mathbf{R}_{SH}$  ( $\mathbf{R}_{NH}$ ) и полную матрицу когерентности:

$$\begin{aligned} R_S &= R_{SC} + R_{SH} = \sigma_s^2 \delta_S \mathbf{G}_S \mathbf{J} \mathbf{G}_S^+ + \sigma_s^2 (1 - \delta_S) \mathbf{G}_S \tilde{\mathbf{K}}_S \mathbf{G}_S^+, \\ R_{\text{Noise}} &= R_{WN} + R_N = \sigma_{WN}^2 \mathbf{I} + \mathbf{R}_{NC} + \mathbf{R}_{NH}, \\ \tilde{\mathbf{K}}_{S(N)ij} &= \exp \left\{ - (k(i - j) d \sigma_{S(N)\theta} \cos \theta_{S(N)})^2 / 2 \right\}, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\mathbf{I}$  – единичная матрица,  $\mathbf{J}$  – матрица единиц,  $\mathbf{G}_S$  ( $\mathbf{G}_N$ ) – диагональная матрица, элементы которой представляют вектор функции Грина  $\mathbf{g}_S$  ( $\mathbf{g}_N$ ), описывающей распространение поля от излучателя до элемента АР  $\mathbf{g}_{S(N)} = \exp\{ikd(\mathbf{N} - 1)\sin\theta_{S(N)}\}$ .

Для определения выигрыша в случае метода фазированной решетки с аподизацией амплитудного распределения (оптимальный линейный метод) необходимо решить задачу по поиску собственных значений  $\lambda_i$  и собственных векторов матрицы  $\mathbf{R}_{\text{Noise}}^{-1} \mathbf{R}_S$  [3-4]:

$$G_{LIN} = \lambda_1 \sigma_s^{-2} \sigma_{\text{Noise}}^2. \quad (3)$$

Метод субапертурной обработки – квадратичный метод, заключается в том, что АР делится нацело на подрешетки длиной  $N_{SUB}$ , каждая из которых фазуется в направлении угла  $\theta$ , а затем вся совокупность подрешеток обрабатывается квадратично и происходит некогерентное сложение. Выражение для выигрыша при квадратичной обработке:

$$G_{SUB} = \sigma_s^{-2} \sigma_{\text{Noise}}^2 \frac{Sp(\mathbf{A} \mathbf{R}_S)}{Sp^{1/2}((\mathbf{A} \mathbf{R}_{\text{Noise}})^2)}, \quad (4)$$

где  $Sp(\dots)$  – след матрицы;  $\mathbf{A}$  – матрица обработки сигнала на АР, в случае субапертурной обработки состоит из матриц обработки сигнала на подрешетках  $\mathbf{A} = \text{diag}(\mathbf{A}_1, \dots, \mathbf{A}_l, \dots, \mathbf{A}_{N/N_{SUB}})$ ,  $\mathbf{A}_l = \mathbf{W}_{SUB}^+ \mathbf{W}_{SUB}$ ,  $\mathbf{W}_{SUB}(\theta) = \exp\{ikd(\mathbf{N}_{SUB} - 1)\sin\theta\}$ .

Оптимальный квадратичный метод осуществляется путем формирования оптимальной весовой матрицы  $\mathbf{A} = \mathbf{W}^+ \mathbf{W}$ . Определение выигрыша  $G_{OPT}$  достигается через решение задачи на собственные значения  $\lambda_i$  и собственные вектора матрицы  $\mathbf{R}_{\text{Noise}}^{-1} \mathbf{R}_S$ . При этом выигрыш можно записать как через матрицы когерентности [6], так и через собственные значения [3-4]:

$$G_{OPT} = \sigma_s^{-2} \sigma_{\text{Noise}}^2 Sp^{1/2} \left( (\mathbf{R}_{\text{Noise}}^{-1} \mathbf{R}_S)^2 \right) \text{ или } G_{OPT} = \sigma_s^{-2} \sigma_{\text{Noise}}^2 \sqrt{\sum_i \lambda_i^2}. \quad (5)$$



## Результаты численного моделирования и выводы

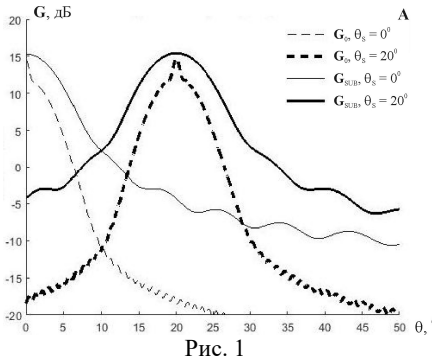


Рис. 1

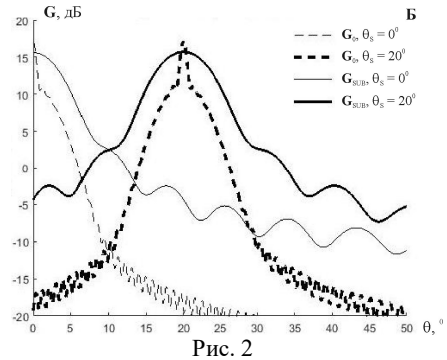


Рис. 2

Численное моделирование проведено для АР длиной  $N = 128$  с межэлементным расстоянием  $d = 5$  м, при настройке АР на длину волны  $\lambda = 10$  м. В начале изучена "иерархия" методов обработки приемного сигнала на фоне белого шума (ОСШ  $\sigma_S^2 \sigma_{\text{шн}}^{-2} = -6$  дБ) в зависимости от углового положения источника ( $\theta_S = 0^\circ$  и  $\theta_S = 20^\circ$ ) при разных когерентных свойствах входного сигнала. На рис. 1 продемонстрированы выигрыши фазированной и субапертурной ( $N_{\text{SUB}} = 16$ ) обработки в случае малого значения уровня когерентности ( $\delta_S = 0.1$ ) и дисперсии угла прихода сигнала эквивалентной длине когерентности рассеянной компоненты  $N_{\text{Scor}} = 10$ . Размер подрешетки ( $N_{\text{SUB}} \approx 1.5N_{\text{Scor}}$ ) выбран не случайно и определен ранее нами оптимальным для такого сигнала [9]. Масштабы когерентности сигнала влияют на  $G_0(\theta)$  по-разному: повышение уровня остаточной когерентности  $\delta_S$  увеличивает значение выигрыша в направлении на источник, становятся заметны боковые максимумы диаграммы направленности (ДН); снижение эффективной длины когерентности  $N_{\text{Scor}}$  сглаживает зависимость, увеличивает ширину главного лепестка. Показано, что субапертурная обработка остается квазиоптимальной при увеличении среднего угла пеленга на сигнал, несмотря на рост длины когерентности рассеянной компоненты и уширения главного лепестка подрешеток и всей АР (эффективное уменьшение числа элементов). Выигрыш для линейной обработки с аподизацией составил примерно 14.5 дБ ( $G_0 \approx G_{\text{LIN}}$ ), а для оптимальной квадратичной – 16.4 дБ, что лишь на 1 дБ выше субапертурной. При незначительном увеличении уровня  $\delta_S = 0.3$  (больше порогового значения  $\delta_{\text{Спорог}} \approx 0.16$  [9]) показана смена эффективности методов (рис. 2): субапертурная обработка ( $G_{\text{SUB}} \approx 15.6$  дБ) даже в случае оптимального размера подрешеток проигрывает стандартной фазированной обработке ( $G_0 = 17$  дБ), которая становится практически оптимальной ( $G_{\text{LIN}} \approx 17$  дБ,  $G_{\text{OPT}} = 17.5$  дБ).

При наличии сильной интенсивной помехи (ОСШ  $\sigma_S^2 \sigma_{\text{п}}^{-2} = -20$  дБ), приходящей с угла  $\theta_N = 40^\circ$ , зависимость выигрыша в случае малого значения когерентной компоненты качественно изменяется. Дисперсия угла флуктуации прихода помехового поля меньше ( $N_{\text{Ncor}} = 30$ ), чем у сигнала, а уровень остаточной когерентности выбран таким же ( $\delta_N = \delta_S = 0.1$ ). Боковые максимумы ДН помехи снижают уровень выигрыша при фазированной и субапертурной обработке, что может привести к смене

иерархии квазиоптимальных методов. Тем не менее, при субапертурной обработке, несмотря на потери выигрыша при настройке подрешеток на средний угол прихода сигнала (если пеленг определить удастся), значение выигрыша в целом меньше зависит от наличия помехи, чем у выигрыша фазированной обработки. Оба метода по эффективности практически не уступают линейной обработке с аподизацией ( $G_{LIN} \approx 28.7$  дБ), и проигрывают оптимальной обработке на 2 дБ.

Таким образом, в данной работе на примере численного моделирования показана смена иерархии эффективности рассмотренных методов пространственной обработки сигнала, описываемого двухмасштабной моделью пространственной когерентности, в зависимости от совокупности параметров, к которым относятся: параметры сигнала и помехи (длина когерентности, величина "остаточной" когерентности, средний угол пеленга на источник, дисперсия флуктуаций угла прихода), геометрические размеры АР и размер её подрешетки.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФ по гранту № 20-19-00383.

- [1] Флатте С. Распространение звука во флуктуирующем океане. – М.: Мир, 1982. С. 329.
- [2] Рытов С.М., Кравцов Ю.А., Татарский В.И. Введение в статистическую радиофизику. Часть 2. Случайные поля. – М.: Наука, 1978. С. 463.
- [3] Монзинго Р.А., Миллер Т.У. Адаптивные антенные решетки: Введение в теорию. – М.: Радио и связь, 1986. С. 448.
- [4] Малеханов А.И., Таланов В.И. // Акуст. журн. 1990. Т. 36, № 5. С. 891.
- [5] Gorodetskaya E.Yu., Malekhanov A.I., Sazontov A.G., Vdovicheva N.K. // IEEE J. Ocean. Eng. 1999. Vol. 24, № 2. P. 156.
- [6] Morgan D.R., Smith T.M. // J. Acoust. Soc. Am. 1990. Vol. 87, № 2. P. 737.
- [7] Jin Y., Friedlander B. // Signal Processing, IEEE Transactions on. 2005. Vol. 53, № 1. P. 13.
- [8] Shao X., Sun C. // В кн.: Proceedings of 2016 IEEE/OES China Ocean Acoustics (COA 2016). – 2016. P. 903.
- [9] Лабутина М.С., Малеханов А.И., Смирнов А.В. // В кн.: СПб.: Труды XIV Всероссийской конференции "Прикладные технологии гидроакустики и гидрофизики" – СПб., 2018. С 361.

## ИЗМЕРЕНИЕ СДВИГОВОГО ЗАТУХАНИЯ В МЯГКИХ БИОЛОГИЧЕСКИХ ТКАНЯХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АКУСТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ VERASONICS

А.Е. Спивак, И.Ю. Демин

*ННГУ им. Н.И. Лобачевского*

Различные процессы, такие как воспаление, фиброз, отек и образование раковых клеток - все это способствует изменению материальных свойств органов. Для выявления данных изменений с точки зрения вязкоупругих характеристик применяются различные методы ультразвуковой диагностики, имеющие общее название, эластография. Особую популярность имеют методы эластографии сдвиговой волной, такие как Shear Wave Elasticity Imaging (SWEI) и Supersonic Shear Imaging (SSI) [1]. Однако измерение только скорости сдвиговой волны и модуля Юнга недостаточно для изучения свойств скелетной мышц, а также жидкостных образований в организме (киста). В связи с этим проводятся работы по выявлению возможности измерения затухания в среде и вязкости. Особый интерес представляет измерение данных характеристик с использованием данных, уже полученных при работе методов эластографии сдвиговой волной, а именно измерение затухания сдвиговой волны или сдвигового затухания. За основу взят метод Shear Wave Elasticity Imaging (SWEI), реализованный на акустической системе Verasonics [2].

Одним из основных пунктов реализации метода SWEI на Verasonics является методика регистрация распространения сдвиговой волны по смещениям частичек среды. Максимумы смещения соответствуют положению волны в данной точке в определенный момент времени. Если пронаблюдать за функциями смещения частичек, находящихся на пути распространения волны, можно наблюдать уменьшение амплитуды максимума функции с расстоянием и его сдвига по времени. Это соответствует затуханию сдвиговой волны по мере распространения в среде (см. рис.).

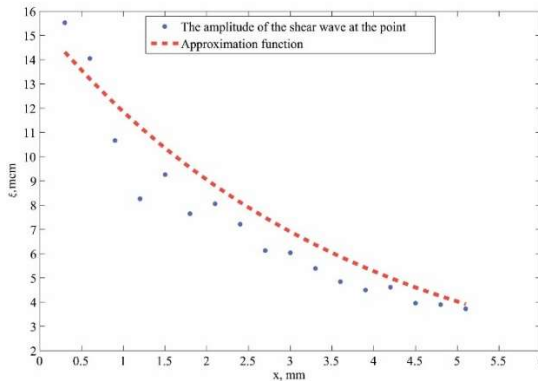


Рис.

Затухание сдвиговой волны с расстоянием описывается по экспоненциальному закону:

$$A_2 = A_0 e^{-\alpha x}, \quad (1)$$

где  $A_2$  и  $A_0$  – амплитуда волны в определенной координате и начальная амплитуда волны соответственно,  $x$  – путь пройденной волной из точки 0 в точку 2,  $\alpha$  – коэффициент затухания. Зная значения амплитуды волны на каждом отдельном участке, а также расстояние, которая волна проходит между ними, можно вычислить мгновенное ослабление волны на каждом отдельном участке  $\alpha_k$ .

$$\alpha_k = \frac{1}{(x_{k+1} - x_k)} \ln \left( \frac{A_k}{A_{k+1}} \right), \quad (2)$$

Взяв среднее от получившихся значений ослабления волны на всем пути её следования, получаем значение затухания сдвиговой волны  $\alpha$ .

$$\alpha = \sum_k \frac{\alpha_k}{k} \quad (3)$$

Для тестирования и отладки алгоритма подсчета коэффициента затухания сдвиговой волны была проведена серия экспериментов с использованием калиброванных фантомов CIRS MODEL 049 и MODEL 049A, в ходе которых были измерены 3 типа включений-сфер и включений-цилиндров соответственно. Результаты представлены в таблице 1.

Табл. 1

Типе	Модуль Юнга, Е, кПа	Сдвиговое затухание, $\alpha$ , 1/см
<b>CIRS MODEL 049 ELASTICITY QA PHANTOM – SPHERICAL</b>		
Background	17,45	0,25
I	10,29	0,24
II	8,62	0,25
III	33,82	0,32
<b>CIRS MODEL 049A ELASTICITY QA PHANTOM – STEPPED CYLINDER</b>		
Background	17,63	0,27
I	7,62	0,27
II	10,92	0,24
III	18,06	0,30

Стоит отметить, что в данных фантомах объекты (включения), как и среда, изготовлены из одного материала – Zerdin. Они отличаются лишь за счет размеров, глубины заложения и упругости (модуль Юнга). Производитель утверждает, что у среды и у включений ультразвуковое затухание имеет одно значение – 2,5 дБ/см. Как видно из приведенных результатов измерения, сдвиговое затухание в зависимости от включения имеют схожие значения, в среднем 0,27 1/см. Это схоже с утверждением производителя фантомов с точки зрения вариации значения затухания, что позволяет утверждать о корректности работе алгоритма.

Также было проведено измерение сдвигового затухания ультразвуковым фантоме молочной железы ВР1901 фирмы Blue Phantom [3]. Результаты приведены в таблице 2. Как и следовало ожидать, в данном фантоме значение сдвигового затухания отличается в зависимости от типа объекта. Особенно это заметно на примере гиперэхоген-

ных и гипозоногенных объектов. Сильное затухание у объектов 2-го типа объясняется жесткой оболочкой, который они покрыты.

Табл. 2

Объект	Модуль Юнга, Е, кПа	Сдвиговое затухание, $\alpha$ , 1/см
Background	47,73	0,30
<b>Гиперзоногенные объекты</b>		
1	236,81	0,19
5	130,03	0,11
11	105,69	0,16
<b>Гиперзоногенные объекты с жесткой оболочкой</b>		
3	39,39	0,40
10	69,21	0,43
<b>Гипозоногенные объекты</b>		
4	31,55	0,31
7	56,43	0,31
<b>Изозоногенные объекты</b>		
6	34,67	0,22

По итогам, можно утверждать, что была разработана модель измерения сдвигового затухания. Однако в ходе работы над ней было выявлено несколько моментов. Модель является достаточно чувствительной к глубине, на которой ведется вычисление сдвигового затухания. Особенно хорошо это видно на глубине 2,9 см и более. Также данная модель в текущем состоянии не пригодна к применению при работе с методом SSI из-за её модели определения скорости сдвиговой волны в точке [4].

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (государственное задание No. 0729-2020-0040).

- [1] Bercoff J., Tanter M., Fink M. // IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control. 2004. Vol. 51. P. 396.
- [2] Демин И. Ю., Лисин А. А., Спивак А. Е., Шнейдман Д. Д. // Учен. зап. физ. фак-та Моск. ун-та. 2018. № 6. 1860101 С. 1.
- [3] Демин И.Ю., Симонов А.Е., Спивак А.Е., Лисин А.А., Рыхтик П.И., Сафонов Д.В. // В кн.: Труды XXIII научной конференции по радиофизике. 13–21 мая 2019 г./ Ред. В.В. Матросов. – Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2019. С. 446.
- [4] Спивак А. Е., Демин И. Ю., Лисин А. А., Симонов А.Е. // Учен. зап. физ. фак-та Моск. ун-та. 2019. № 5. 1950102 С. 1.

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБРАТНОГО РАССЕЯНИЯ ПРИ НАКЛОННОМ АКУСТИЧЕСКОМ ЗОНДИРОВАНИИ ОКЕАНИЧЕСКОГО ДНА, СОДЕРЖАЩЕГО ДИСКРЕТНЫЕ СЛУЧАЙНЫЕ НЕОДНОРОДНОСТИ

А.В. Тюлькин, И.Ю. Грязнова

*ННГУ им. Н.И. Лобачевского*

Для исследования свойств дискретных случайных неоднородностей широко используется обратное рассеяние акустических сигналов. Например, в задачах поиска и обнаружения железомарганцевых конкреций (ЖМК) на поверхности океанического дна применяются различные методы акустического зондирования. Наиболее простым и удобным способом является вертикальное зондирование дна, содержащего случайные вкрапления. Однако при нормальном падении зондирующих импульсов на дно не исключено заметное влияние сигнала, отраженного непосредственно от донной поверхности, подстилающей железомарганцевые конкреции.

Другим методом исследования донной поверхности является применение гидролокатора бокового обзора. Важно, что влияние коэффициента отражения от подстилающей неоднородности подложки минимально, если океаническое дно находится под углом относительно приёмо-передающего устройства.

Так на рис.1 схематически изображено сканирование наклонного дна. 1 – поверхность воды, 2 – излучатель-приемник, 3 – основной лепесток диаграммы направленности, 4 – морское дно, 5 – рассеиватели.

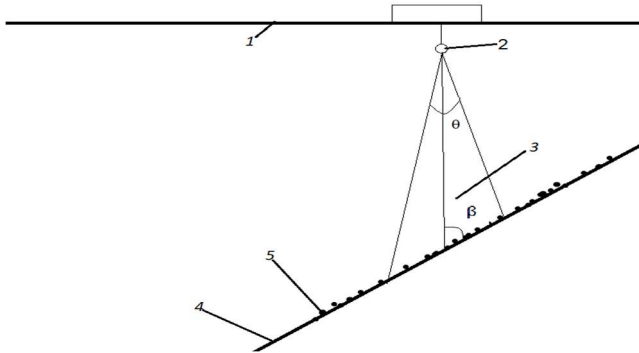


Рис. 1

В рассматриваемых случаях достигается прием в основном некогерентного рассеяния, интенсивность которого пропорциональна средней концентрации рассеивателей. И хотя выбор наклонного падения сигналов на плоскость дна позволяет избавиться от “прямого” отражения от подстилающей неоднородности поверхности, но сигнал от интересующих исследователей с точки зрения диагностики рассеивателей становится гораздо слабее. Для качественной оценки средней интенсивности обратного рассеяния предположим, что неоднородности случайным образом, но в среднем равномерно расположены на плоскости дна, а ось диаграммы направленности источ-

ника-приемника составляет угол  $\beta$  с нормалью к плоскости дна. Расчеты показывают, что при фиксированном угле  $\beta$  средняя интенсивность обратного рассеяния  $\langle I \rangle$  имеет нарастающую зависимость от средней концентрации рассеивателей  $\langle n \rangle$  (см. рис. 2).

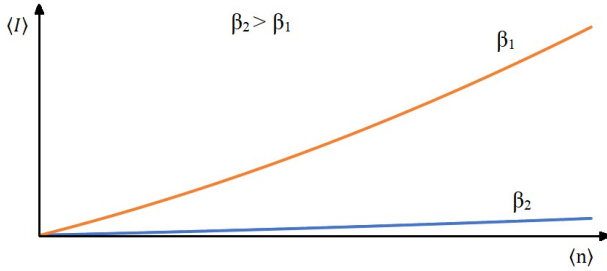


Рис. 2

Однако при физическом моделировании наблюдалась обратная картина: сначала с увеличением числа неоднородностей происходит рост интенсивности обратного рассеяния, а затем, когда их количество превышает некоторое число, интенсивность уменьшается (см. рис. 3). Этот результат может быть объяснен так называемым эффектом затенения, когда при достаточно плотной упаковке дискретных неоднородностей соседние рассеиватели начинают “затенять” друг друга, что и приводит к уменьшению интенсивности обратного рассеяния. Численное моделирование показывает, что положение координаты максимума этой кривой определяется углом скольжения зондирующих лучей (например, при  $\beta = 30^\circ$   $\langle n \rangle = 0,183$  и при  $\beta = 45^\circ$   $\langle n \rangle = 0,337$ ).

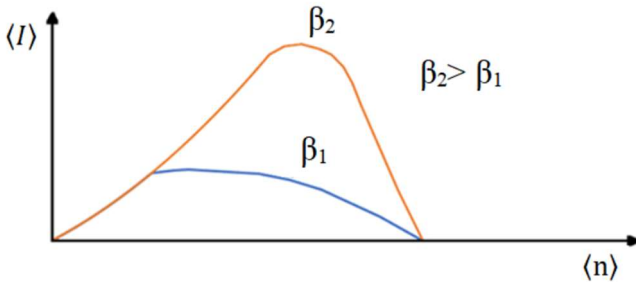


Рис. 3

Таким образом, при наклонном зондировании донных дискретных неоднородностей типа ЖМК необходимо принимать во внимание многократное рассеяние акустических сигналов и учесть влияние эффектов затенения от соседних частиц.

## ИССЛЕДОВАНИЕ ДИФРАКЦИИ ИНТЕНСИВНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ПУЧКОВ НА КРУГЛОМ ОТВЕРСТИИ

С.Н. Гурбатов<sup>1)</sup>, В.В. Курин<sup>1)</sup>, Д.А. Касьянов<sup>2)</sup>, М.С. Дерябин<sup>1,2)</sup>, А.В. Тюрина<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> ННГУ им. Н.И. Лобачевского

<sup>2)</sup> Институт прикладной физики РАН

Распространение интенсивных акустических волн с учетом дифракционных эффектов описывается уравнением Хохлова-Заболотской-Кузнецова (см., например, [1]):

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \left( \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\beta}{c^2} u \frac{\partial u}{\partial \tau} - \frac{b}{2\rho c^3} \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} \right) = \frac{c}{2} \Delta_{\perp} u, \quad (1)$$

где  $u$  – колебательная скорость в акустическом пучке, распространяющемся вдоль координаты  $z$ ,  $c$  – скорость звука в среде,  $\beta$  – параметр нелинейности,  $b$  – параметр затухания в среде,  $\tau = t - z/c$ ,  $t$  – время,  $\rho$  – плотность среды,  $r$  – поперечная координата,  $\Delta_{\perp} = \partial^2 / \partial r^2 + 1/r \cdot \partial / \partial r$ . Уравнение (1) решалось численно с помощью разработанной ранее программы, основанной на «спектральном» методе, описанном в [2].

В данной работе проводилось численное моделирование и сравнение с результатами эксперимента дифракции пилообразных акустических волн на круглом отверстии. На рис. 1 изображена схема проведения измерений [3]. Цифрой 1 изображен излучатель, работающий в импульсном режиме. На расстоянии 250 мм от апертуры излучателя располагался экран 2 с отверстием, имеющим диаметр 2 мм.

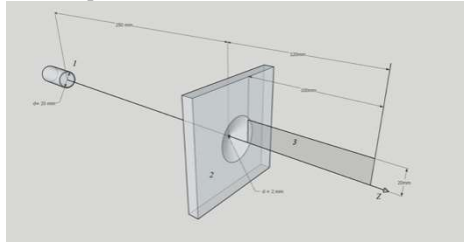


Рис. 1

Расстояние между излучателем и экраном выбиралось таким образом, чтобы к дистанции распространения акустического сигнала до экрана в профиле волны формировался пилообразный фронт, и чтобы экран располагался за последним дифракционным максимумом распределения поля на оси излучателя  $Z$  (см. рис. 2).

На рис. 2 изображено распределение амплитуды акустического давления регистрируемого сигнала, создаваемого излучателем вдоль акустической оси в отсутствие экрана. Измерения проводились при малых амплитудах акустического сигнала. Штриховой линией приведены данные теоретического расчета с помощью линейной теории дифракции, точками – экспериментальные данные. Стрелкой на рис. 2 указано расположение экрана.

Измерения и численное моделирование проводились в плоскости 3, касающейся акустической оси излучателя и имеющей размеры 100 мм на 20 мм. Область измерений располагалась на расстоянии 20 мм от экрана.



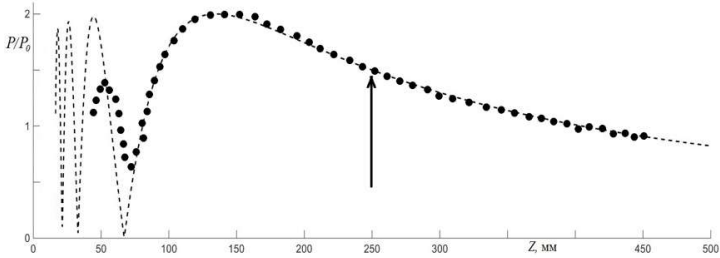


Рис. 2

Моделирование осуществлялось в три основных этапа: рассчитывалось распределение поля акустического давления по плоскости, перпендикулярной акустической оси излучателя и расположенной на расстоянии 250 мм от апертуры излучателя (дистанция как в эксперименте), затем накладывался пространственный фильтр, имитирующий воздействие отверстия. Далее полученное поле использовалось в качестве начальных условий, и рассчитывалось дальнейшее распространение профиля волны.

На рис. 3 изображено поперечное распределение спектральной амплитуды 1-ой, 2-ой и 10-ой гармоник пилообразного профиля волны на расстоянии 250 мм от апертуры излучателя. Амплитудные распределения нормированы к единице, на эти распределения наложена форма пространственного фильтра  $f(r)$ , имитирующего дифракцию волнового пучка на круглом отверстии диаметром 2 мм. Как видно из рис. 3, характерная

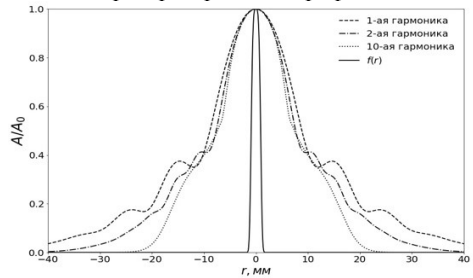


Рис. 3

ширина падающего на отверстие пучка существенно больше 2 мм даже на высокочастотных гармониках, то есть размер отверстия существенно меньше характерной ширины пучка и сопоставим с длиной волны первой гармоники.

На рис. 4 приведены результаты численного моделирования продифрагированной на круглом отверстии пилообразной волны с помощью уравнения ХЗК (1) и в квазилинейном случае при  $\beta=0$ . Профили волн и их амплитудные спектры в двойном логарифмическом масштабе построены для дистанций 2, 4, 8 и 12 см. Моделирование, проведенное с помощью уравнения ХЗК, хорошо описывает изменение формы профиля продифрагированной волны. Линейная теория дифракции дает иную форму профиля: сигнал имеет более короткий положительный полупериод, при этом крутизна ударного фронта в профиле волны быстро размывается по мере распространения. На спектральной характеристике данные процессы выражаются в резком спадании высокочастотных гармоник. Таким образом, нелинейные эффекты оказывают существенное влияние на профиль и спектр акустической волны, по мере распространения происходит подкачка энергии ВЧ компонент спектра, тем самым компенсируется их дифракционная расходимость. Можно отметить некоторое отличие эксперименталь-

ных данных от результатов моделирования, заключающиеся в наличии плавного подъема амплитуды сигнала перед ударным фронтом (показано стрелкой). Это связано с низкочастотными компонентами сигнала, прошедшими через экран, но не испытывавшими в полной мере дифракцию на отверстии, так как экран не является абсолютно не проницаемым для акустического сигнала, особенно вблизи отверстия, из-за тонких стенок пенопласта по сравнению с длинами волн первой и второй гармоник.

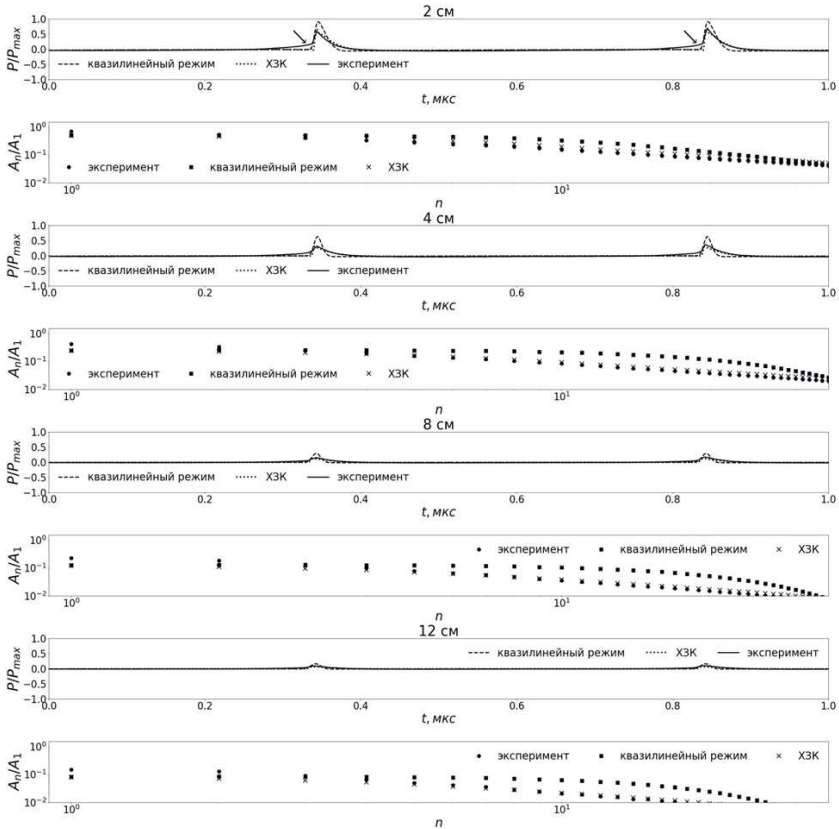


Рис. 4

Для более детального исследования нелинейных и дифракционных эффектов в интенсивных акустических пучках, дифрагирующих на круглом отверстии, было проведено дополнительное численное моделирование для отверстия меньшего диаметра в 1 мм. Для этого было рассмотрено 3 модели: решение уравнения ХЗК, квазилинейный режим (как в случае с отверстием диаметра 2 мм) и комбинационная модель: на 1 этапе моделировался линейный режим распространения, а на 2 этапе решалось уравнение Бюргера как частный случай уравнения ХЗК в отсутствии дифракции

( $\Delta_L=0$ ). Моделирование проводилось для расстояний, равных 4 см, 8 см и 12 см (см. рис. 5).

Из рис. 5 видно, что комбинационная модель двух режимов достаточно точно описывает профили продифрагированных волн. Кроме того, для всех трех расстояний можно выделить одинаковую характерную дистанцию линейной дифракции, равную 2 см, после чего начинают сказываться нелинейные эффекты.

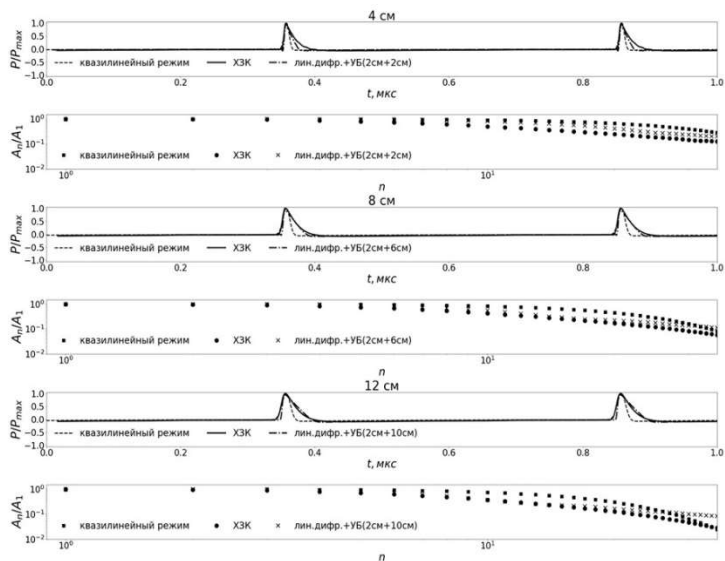


Рис. 5

Таким образом, в данной работе приведены некоторые результаты теоретических и экспериментальных исследований дифракционных эффектов в интенсивных пиллообразных пучках, испытывающих дифракцию на круглом отверстии. В результате исследований показано, что нелинейные эффекты оказывают существенное влияние на профиль и спектр волны несмотря на дифракционную расходимость после прохождения отверстия.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФ № 19-12-00256.

- [1] Руденко О.В., Солуян С.И. Теоретические основы нелинейной акустики. – Москва: Наука, 1975. 287 с.
- [2] Дерябин М.С., Касьянов Д.А., Курин В.В., Гарасев М.А. // Радиофизика. 2015. Т. 58, № 12. С. 1052.
- [3] Гурбатов С.Н., Дерябин М.С., Касьянов Д.А., Курин В.В. // Акустический журнал. 2017. Т. 63, № 3. С. 235.

## 3D ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБЪЕМНОЙ И ПОВЕРХНОСТНОЙ ВОЛН, ВОЗБУЖДАЕМЫХ В ПЛАВНО СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ ОСАДОЧНОЙ ДОННОЙ ТОЛЩЕ

Ю.М. Заславский<sup>1)</sup>, В.Ю. Заславский<sup>1, 2)</sup>

<sup>1)</sup> *Институт прикладной физики РАН*

<sup>2)</sup> *ННГУ им. Н.И. Лобачевского*

### *Введение*

Донные пограничные волны Рэлея–Шолте (поверхностный тип волн), распространяющиеся в мелководной акватории, исследуются в ряде работ [1-3] при упругих параметрах, неизменных вглубь дна. В работе [4] теоретически анализируются характеристики поверхностных волн нерэлеевского типа, распространяющихся с низкими скоростями вдоль границы в условиях плавной стратификации донной среды.

При исследовании предполагается гидроакустический бассейн 25 м глубины, в котором монополю, погруженный в воду на глубину 15 м, приподнят над дном на 10 м и излучает одиночные видеопульсы гауссовой формы длительностью 5 мс. Амплитудные характеристики монополя не представлены, поскольку в линейном приближении они не существенны для анализа. Используются две модели стратификации дна, позволяющие выполнить сравнительный анализ.

### *Первая модель донной среды и волновые отклики*

Первой рассматривается модель, в которой стратификация дна имеет вид, подобный рассмотренному в [4]: модуль Юнга нарастает вглубь по линейному закону  $E \sim \text{const} \cdot z$ , причем квадрат скорости волн сдвига с глубиной также растет линейно, коэффициент Пуассона монотонно падает, а остальные параметры остаются постоянными  $\rho = \text{const}$ ,  $c_l = \text{const}$ . Ниже горизонта на глубине  $z = 25$  м все параметры донной среды остаются неизменными, равными достигнутым значениям.

- На рис.1 представлена плоскость, на которой синтетические волновые отклики располагаются в виде «строчка под строчкой». Предполагается, что сигналы регистрируются донными сейсмическими либо гидроакустическими датчиками давления в пунктах, расположенных последовательно и эквидистантно вдоль линии вблизи границы на удаление от источника с шагом 5 м. Донные – заглублены в сторону дна, гидроакустические – в сторону жидкости. По первым вступлениям импульсов-откликов строятся волновые годографы, на основе которых выполняется интерпретация полной волновой совокупности, генерируемой пульсирующим источником. Принадлежность приходящих волн тому или иному типу можно интерпретировать с помощью годографов, по которым определяется скорость распространения. Скорость вычисляется как тангенс угла наклона линий, соединяющих моменты вступления в ближайшие точки регистрации волновых импульсов, соответствующих одинаковым фазам колебаний на осциллограммах, которые представлены в виде «строчка под строчкой». Годограф №1, представленный жирной прямой на рис.1, проведен по первым вступлениям импульсов, приходящих по времени раньше других и образующих линию с наклоном, соответствующим скорости распространения  $c = 1500$  м/с. Этот годограф отождествляется с гидроакустической волной. Следующий импульс

(вместе с аналогичными, поступающими на соседние датчики), приходящий с увеличенной задержкой по времени на ближайший к источнику датчик, образует годограф № 2. Годограф № 2 характеризуется более крутым наклоном и соответствует пограничной волне Рэлея-Шолте, распространяющейся со скоростью  $c_{R-Sch} = 2600$  м/с. Третий годограф № 3 образуется совокупностью импульсов, подобных второму (и аналогичными на соседних датчиках), но с интервалом в задержке относительно второго  $\tau \approx 15$  мс. Импульсы двух последних (№ 2, № 3), имеющие полярность, противоположную гидроакустическому, образуют дублет волн Рэлея-Шолте. Волны в дублете, распространяясь с более высокой скоростью, догоняют гидроакустическую на некоторой дистанции от источника.

### ***Вторая модель донной среды и волновые отклики***

Далее рассматривается вторая модель с несколько другим видом стратификации дна, чем представленная выше. Предполагается, что коэффициент Пуассона в дне остается постоянным и соответствует случаю водоподобной среды, а квадрат скорости распространения обеих волн (продольных и поперечных) линейно нарастает с глубиной, при этом на границе с водой имеет место скачок скорости продольных волн, что является идеализацией. Параметры дна принимают следующие значения: плотность  $\rho = 2.73$  г/см<sup>3</sup>, коэффициент Пуассона  $\nu = 0.49$ , кроме того, предполагается, что  $c_l^2 = 102 \cdot 10^2 \cdot z$ ,  $c_t^2 = 2 \cdot 10^2 \cdot z$ , где координата  $z$  имеет своим началом границу вода-дно, а соответствующая ось направлена вглубь донной толщи. На глубине 25 м под указанной границей скорости упругих волн достигают значений  $c_l = 504.975$  м/с,  $c_t = 70.7$  м/с и остаются постоянными.

На рис.2 демонстрируется волновое поле в виде набора синтетических сейсмограмм, построенных по результатам моделирования осциллограмм-откликов на акустическое импульсное воздействие монополя в условиях второй модели. Сейсмограммы, соответствующие волновым откликам (акустическое давление), регистрируемым в приемных точках, расположенных в жидкости (на удалении 0.5 м от донной границы) последовательно в линию с шагом 5 м. Годографы №2 и №3 соответствуют приходу пары волн Рэлея-Шолте со скоростью распространения 2600 м/с. Близость значений скорости волн поверхностного типа для обеих моделей дна свидетельствует о доминирующем вкладе сдвиговой упругости, поскольку основное различие в условиях генерации волн заключено в неодинаковой упругости среды в этих моделях на объемное сжатие, влияющей на скорость продольных волн, при этом поперечная податливость не затронута. Длительность взаимной задержки импульсов в дублете равна 20 мс и совпадает со временем прохождения водного бассейна глубиной 25 м вверх и вниз с указанной скоростью. Каждая пара представляет собой импульсы, инвертированные один по отношению к другому по форме, в отличие от предыдущего случая, в котором импульсы в дублете сфазированы. Такая особенность должна быть принята во внимание, поскольку указывает на возможность использования в качестве признака диагностики характера стратификации дна.

### Сравнительный анализ

Общим свойством, характерным для обеих моделей стратификации, является различие в скорости спада амплитуды (или уровня) гидроакустических волн и волн

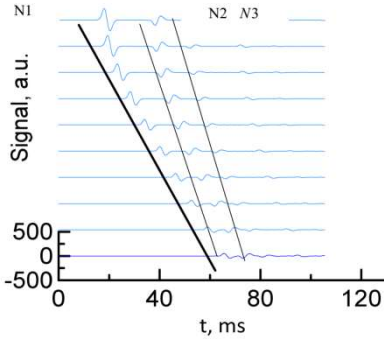


Рис. 1

Шолте по мере распространения. Гидроакустическая волна, несмотря на отсутствие диссипации, не принимаемой во внимание в расчетах (при моделировании), спадает достаточно резко. Волны Шолте при распространении спадают заметно медленнее и уже на последних отрезках трассы доминируют по уровню над импульсами гидроакустической волны. Гидроакустическая волна является объемной, уходящей вглубь, в отличие от поверхностного типа волн дублета, припасованных к границе. Это еще одна особенность, которая указывает на возможность использования волн Шолте в качестве признака диагностики присутствия источника волновых возмущений, локализованного в некоторой точке в прибрежной акватории, что отмечалось и в других исследованиях.

Анализ вышеизложенных вопросов с использованием моделей, в которых плавная стратификация рас-

пространяется на более глубокие горизонты, показывает наличие особенностей, требующих обсуждения в последующих работах.

Важно отметить специфику результата, полученного при численном моделировании на примере малоглубинного бассейна. Показано присутствие дублета пограничных волн, распространяющихся с более высокой скоростью, чем гидроакустические. Выявленные особенности могут найти практическое применение. Так, по точке пересечения годографов, соответствующей одномоментному приходу волн разных типов, определяется глубина погружения источника. Величина временной задержки волн в дублете используется при реконструкции донного строения и диагностике его упругих параметров.

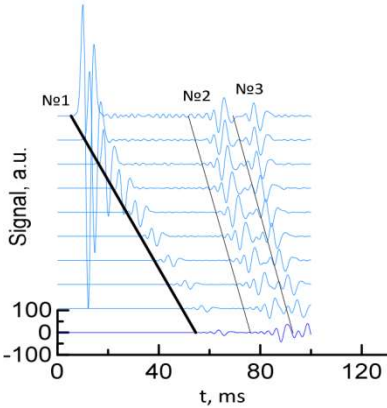


Рис. 2

ду волн разных типов, определяется глубина погружения источника. Величина временной задержки волн в дублете используется при реконструкции донного строения и диагностике его упругих параметров.

### Заключение

В итоге, по результатам 3D-численного моделирования и путем построения годографов на поле синтетических сейсмограмм показано, что монополем, пульсирующим

в акватории шельфа, возбуждается гидроакустическая волна и пара (или дублет) донных пограничных волн Рэлея-Шолте. Генерация волн Шолте происходит как в условиях скального грунта, так и при наличии в донной среде осадочного рыхлого слоя, имитируемого плавной стратификацией упругих параметров, нарастающих по величине в глубину. Моделирование пограничных волн выполнено на примере донной среды с двумя видами скоростных разрезов. Можно прийти к заключению, что для решения задач дистанционного зондирования среды, а также для обнаружения малоаметных источников в прибрежной акватории и удаленного контроля за их пространственным перемещением, необходима селективная регистрация волн каждого типа. Моделирование с использованием типичных для мелководной акватории физических характеристик донной толщи, распределения глубин в шельфовых районах и последующий анализ гидроакустических и пограничных волн с выделением информативных волновых признаков позволит определить необходимые их связи с диагностируемыми параметрами среды и источников, что обеспечит надежную основу для выработки алгоритмов, используемых в морской сейсморазведке (дистанционное зондирование) и в задачах удаленного контроля.

Работа выполнена в рамках государственного задания ИПФ РАН (проект 0035-2019-0019).

- [1] Касаткин Б.А., Злобина Н.В., Касаткин С.Б. // Подводные исследования и робототехника. 2018. № 2 (26). С. 55.
- [2] Касаткин Б.А., Касаткин С.Б. // В сборнике: Прикладные технологии гидроакустики и гидрофизики Труды XIV Всероссийской конференции. Сер. "Прикладные технологии гидроакустики и гидрофизики" 2018. С. 331.
- [3] Аكوпова С.С., Бирюков Е.А., Григорьев А.Г., Тихоцкий С.А., Шур Д.Ю. // Вопросы инженерной сейсмологии. 2016. Т. 43, № 4. С. 77.
- [4] Годин О.А. // Акуст. журн. 2007. Т. 53, вып.6. С. 809.

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ СПЕКЛ-СТРУКТУРЫ ОКТ-СКАНОВ ПРИ РЕГУЛЯРНЫХ И СЛУЧАЙНЫХ ДВИЖЕНИЯХ РАССЕИВАТЕЛЕЙ В КОНТЕКСТЕ РАЗВИТИЯ ОКТ-АНГИОГРАФИИ

А.А. Зыков<sup>1), 2)</sup>, А.Л. Матвеев<sup>2)</sup>, Л.А. Матвеев<sup>2)</sup>, В.Ю. Зайцев<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup> ННГУ им. Н.И. Лобачевского

<sup>2)</sup> Институт прикладной физики РАН

### *Введение*

Оптическая когерентная томография (ОКТ) находит широкое применение в медицинской диагностике. При этом полезную информацию о биоткани можно извлекать не только из непосредственно получаемых структурных ОКТ изображений, но и проводя более глубокий анализ статистических свойств спекловой структуры ОКТ сканов. Например, на основе корреляционного анализа серий ОКТ-сканов визуализируют сеть кровеносных сосудов [1], определяют вязкость жидкостей [2], размеры частиц, плавающих в жидкости [3], и др. Для этого необходимо связать реконструируемые характеристики с тем, как функция корреляции изменяется во времени. Влияние броуновского и потокового движений точечных рассеивателей на закон изменения корреляции хорошо изучено [4]. Для реального кровотока ситуация является более сложной. Основными рассеивателями в крови являются эритроциты. Их размеры не малы по сравнению с длиной волны, геометрия существенно анизотропна (т.к. по форме они напоминают диски), и закон их движения также довольно сложен. На практике невозможно организовать эксперимент, в котором можно изолированно изучить, как влияют те или иные типы движений эритроцитов на закон изменения корреляции в широком диапазоне различных параметров. Поэтому предлагается сделать это в численном эксперименте. Преимуществом такого подхода является то, что можно не только изменять параметры в широком диапазоне значений, но и разделить «неразделимые» виды движений, как броуновское вращательное и поступательное движения частиц. В данной работе исследовались простейшие типы движений эритроцитов: потоковое смещение, броуновское поступательное и вращательное движения. Результаты согласуются с известными аналитическими формулами и с экспериментально получаемыми результатами, а так же показывают новую функциональную зависимость при броуновском вращении эритроцитов.

### *Описание эксперимента*

Для моделирования ОКТ изображений применяется модель получения одномерных ОКТ изображений – А сканов, описанная в [5]. Для спектра зондирующего сигнала с центральным волновым числом  $k_0$  и набора точечных рассеивателей с амплитудой рассеивания  $A_j$  и координатами  $z_j$  комплексная амплитуда  $q$ -го пикселя А скана будет определяться как:

$$A(q) = \sum_j \sum_n S(k_n) A_j \exp(-i2k_n z_j) \exp\left(i \frac{2\pi n}{H} z_q\right), \quad (1)$$

где  $H$  – максимальная глубина зондирования,  $k_n = k_0 + 2\pi n/H$  – волновое число  $n$ -ой



гармоники спектра зондирующего сигнала,  $n$  изменяется в пределах от  $-(N-1)/2$  до  $(N-1)/2$ ,  $z_q$  – координата центра  $q$ -го пикселя,  $S(k_n)$  – аподизационный множитель. Суммирование происходит по всем гармоникам и рассеивателям.

Получаемые А сканы являются одномерными, поэтому двумерное изображение состоит из соседних неперекрывающихся А сканов. Поэтому в горизонтальной плоскости возможно только дискретное движение рассеивателей «скачком» от одного А скана к другому. Как следствие, в ходе численного эксперимента рассматриваются только вертикальные движения рассеивателей, т. к. их координата может меняться непрерывно. Несмотря на простоту данного приближения, такая модель позволяет наблюдать все качественные зависимости корреляционной функции от времени.

Как упоминалось выше, в кровеносных сосудах наибольший вклад во флуктуации регистрируемого сигнала и следственно декорреляцию сигнала вносит движение эритроцитов. Они имеют двояковогнутую форму, у которой нет точного аналитического описания. Но основное рассеяние оптического сигнала происходит «на краях» эритроцитов. Поэтому разумной аппроксимацией эритроцита, позволяющей учесть основные типы движений в двумерной модели, будет «гантель» длины равной средней длине эритроцита с двумя точечными рассеивателями на краях (рис. 1).

В модели [5] пучок оптического зондирующего сигнала аппроксимируется цилиндром, у которого амплитуда и фаза не зависят от поперечной координаты. Поэтому горизонтальные координаты гантели не учитываются, принимаемый сигнал зависит только от вертикальных координат рассеивателей. Это означает, что при неvertикальном положении эритроцита берётся проекция его положения на вертикальную ось (рис. 2). Положение эритроцита с номером  $n$  задаётся двумя координатами: координатой центра ( $z_{Cn}$ ) и углом поворота относительно вертикальной оси ( $\varphi_n$ ) (рис. 2).

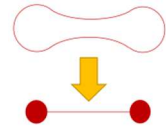


Рис. 1

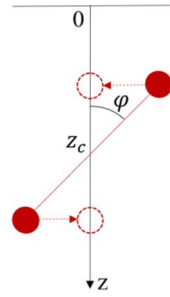


Рис. 2

Основными элементарными типами движения эритроцитов в сосудах являются потоковое смещение и броуновское движение, которое можно разделить на броуновское вращательное и броуновское поступательное движения. Рассмотрим подробнее их моделирование:

- 1) Потокосное смещение эритроцитов. Все эритроциты, не поворачиваясь ( $\varphi_n = const$ ), смещаются с постоянной скоростью.  $z_{Cn}(t + \tau) = z_{Cn}(t) + V * \Delta t$ , где  $V$  – скорость потока,  $\Delta t$  – временной интервал между последующими В сканами.
- 2) Броуновское поступательное движение эритроцитов. В этом случае отсутствует вращательное движение ( $\varphi_n = const$ ), а положение центров гантелей изменяется случайным образом с гауссовым распределением вероятности смещения:

$$z_{Cn}(t + \tau) = z_{Cn}(t) + \Delta z_n$$

$$\rho(\Delta z_{Cn}) = \frac{1}{\sigma_{\Delta z} \sqrt{2\pi}} * \exp\left(-\frac{(\Delta z_{Cn} - z_{Cn})^2}{2\sigma_{\Delta z}^2}\right),$$

где  $\sigma_{\Delta z}$  – дисперсия смещений эритроцитов.

3) Броуновское вращательное движение эритроцитов. Центры эритроцитов остаются неподвижными ( $z_{cn} = const$ ), а ориентация эритроцитов изменяется случайным образом с гауссовым распределением вероятности изменения угла:

$$\varphi_n(t + \tau) = \varphi_n(t) + \Delta\varphi_n; \quad \rho(\Delta\varphi_n) = \frac{1}{\sigma_{\Delta\varphi}\sqrt{2\pi}} * \exp\left(\frac{-(\Delta\varphi_n - \varphi_n)^2}{2\sigma_{\Delta\varphi}^2}\right), \text{ где}$$

$\sigma_{\Delta\varphi}$  – дисперсия изменения углов поворотов эритроцитов. Начальные положение и ориентация эритроцитов во всех трёх случаях случайные.

Коэффициент корреляции вычисляется по всему сосуду между первым В сканом ( $t=0$ ) и каждым последующим В сканом ( $t=t_n$ ):

$$K(\tau) = \frac{\langle B^*(t)B(t + \tau) \rangle}{\sqrt{\langle |B(t)|^2 \rangle \langle |B(t + \tau)|^2 \rangle}}, \text{ где} \quad (2)$$

$\langle \rangle$  – усреднение по окну размером  $M \times N$ ,  $B^*(t)$  – комплексное сопряжение,  $B(t)$  – В скан в момент времени  $t$ ,  $\tau$  – временной интервал между изображениями.

Ожидаемыми результатами были зависимости вида  $K \sim \exp(-at^n)$ . Для более наглядной демонстрации соответствия аппроксимирующей зависимости и расчетного коэффициента межкадровой корреляции их графическое представление приводилось к виду линейной зависимости с использованием логарифмических осей и представлением коэффициента корреляции в зависимости от времени оси времени в масштабе  $t^n$ .

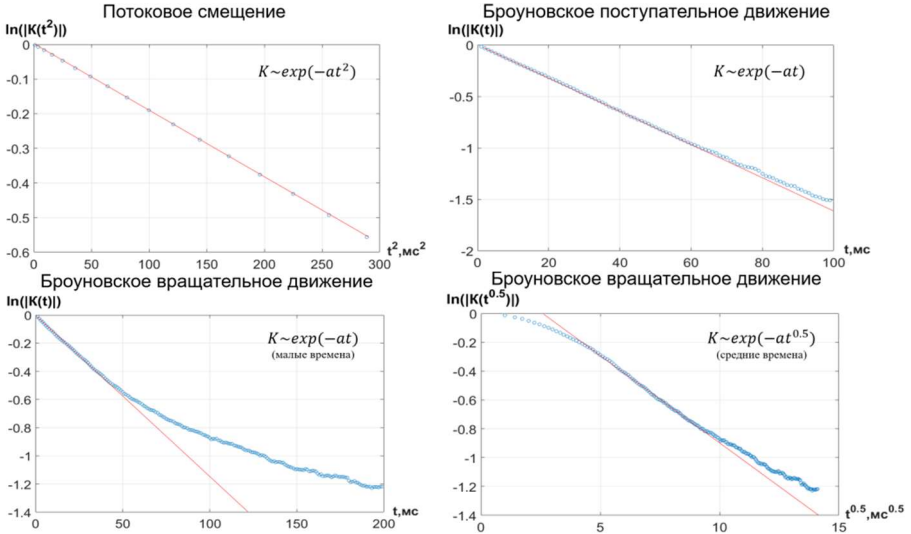


Рис. 3

### Результаты

На рис. 3 представлены результаты численного эксперимента. На графиках изображены «распрямлённые» зависимости логарифма модуля коэффициента корреляции

от времени в различной степени. Синие линии – рассчитанные значения, красные – линейная аппроксимация.

### Обсуждение

Приведённые выше аналитические аппроксимации находят подтверждение в литературе. В работах [2-3] экспериментально полученная корреляционная функция для сферических частиц в жидкости аппроксимируется как  $K \sim \exp(-at)$ . В работе [5] аналитически получают приближенное выражение для временной зависимости корреляционной функции ОКТ сигнала точечных рассеивателей, испытывающих потоковое и Броуновское движение:

$$g(t) = \exp\left(-\frac{t}{\tau_b}\right) \exp\left(-\frac{t^2}{\tau_t^2}\right) \exp(2ikv_z t) \quad (3)$$

$$|g(t)| = \left| \exp\left(-\frac{t}{\tau_b}\right) \exp\left(-\frac{t^2}{\tau_t^2}\right) \right|, \text{ где} \quad (4)$$

$g(t)$  – корреляционная функция ОКТ сигнала,  $\tau_b$  – время корреляции для Броуновского движения, а  $\tau_t$  – время корреляции для потокового движения.

Результаты нашего численного эксперимента находятся в полном соответствии с приведёнными выше формулами, что подтверждает корректность предложенного метода моделирования. Более того, в эксперименте было исследовано Броуновское вращательное движение, для которого были получены аналитические аппроксимации при малых и средних временах. Выявленная корневая зависимость корреляционной функции ранее не рассматривалась и встречается только в более сложных моделях при многократном рассеянии и невращательных типах движений.

### Заключение

На основе проведённых численных экспериментов по моделированию динамики спекл-структуры при различных типах движения эритроцитов в сосуде для каждого типа движения была получена аналитическая аппроксимация для межкадровой корреляционной функции. Полученные результаты согласуются с известными частными случаями. Также был выявлен не рассматривавшийся ранее закон спада корреляционной функции при Броуновском вращении эритроцитов.

- [1] Jianbo Tang, Sefik Evren Erdener, Smrithi Sunil, David A Boas // Journal of biomedical optics. 2019. Vol. 24, № 3. P. 036005.
- [2] Blackburn B. J., Gu S., Ford V., Jenkins M. W., Dupps W. J. & Rollins A. M. // Investigative Ophthalmology & Visual Science, 2019. Vol. 60, № 1. P. 41.
- [3] Hagen-Eggert M., Hillman, D., Koch P. & Hüttmann G. // Optical Coherence Tomography and Coherence Domain Optical Methods in Biomedicine XV. 2011. Vol. 7889. P. 78892B.
- [4] Ivan Popov, Weatherbee A. S., Vitkin A.I. // Journal of Biomedical Optics. 2014. Vol. 19(12). 127004.
- [5] Zaitsev V.Y., Matveev L.A., Matveyev A.L., Gelikonov G.V., Gelikonov V.M. // Laser Phys. Lett. 2014. Vol. 11, № 10. P. 10560.

## ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ЭКВИВАЛЕНТНЫХ ИСТОЧНИКОВ ДЛЯ КАЛИБРОВКИ ИЗЛУЧАТЕЛЕЙ ЗВУКА В БАССЕЙНЕ С ОТРАЖАЮЩИМИ СТЕНКАМИ

А.Л. Вировлянский<sup>2)</sup>, М.С. Дерябин<sup>1, 2)</sup>, В.К. Бахтин<sup>1, 2)</sup>

<sup>1)</sup> ННГУ им. Н.И. Лобачевского

<sup>2)</sup> Институт прикладной физики РАН

Большинство методов калибровки акустических излучателей в бассейне с отражающими границами основаны на выделении прямого сигнала, приходящего в точки приема без отражения от границ. Эти подходы эффективны лишь на достаточно высоких частотах. При калибровке низкочастотных излучателей задача усложняется, и ее решение требует применения специальных методов обработки сигналов [1].

В данной работе рассматривается альтернативный подход, в котором восстановление поля монохроматического источника происходит без выделения прямого сигнала. Для решения задачи используется хорошо известный метод эквивалентных источников [2]. Его идея заключается в аппроксимации поля излучателя суперпозицией полей точечных источников, акустических монополей.

### *Метод эквивалентных источников*

Метод эквивалентных источников позволяет провести калибровку излучателя без выделения прямого сигнала, при этом предполагается, что поля, возбуждаемые калибруемым излучателем и в бассейне, и в свободном пространстве могут быть представлены в виде суперпозиции полей одних и тех же акустических монополей, играющих роль эквивалентных источников с одними и теми же амплитудами.

Рассмотрим излучатель, который в свободном пространстве со скоростью звука  $c$  возбуждает монохроматическое волновое поле на несущей частоте  $f$ . В рамках данного метода комплексная амплитуда  $u$  поля в производной точке наблюдения  $\mathbf{R}$  представляется в виде суперпозиции полей акустических монополей с амплитудами  $A_1, \dots, A_N$ , расположенных в  $N$  точках  $\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N$ :

$$u(\mathbf{R}) = \sum_{n=1}^N G(\mathbf{R}, \mathbf{r}_n) A_n, \quad (1)$$

где

$$G(\mathbf{R}, \mathbf{r}_n) = -\frac{1}{4\pi|\mathbf{R} - \mathbf{r}_n|} e^{-ik|\mathbf{R} - \mathbf{r}_n|} \quad (2)$$

– функция Грина акустического монополя в свободном пространстве,  $k = \frac{2\pi f}{c}$ ,  $A_n$  – амплитуды акустических монополей.

Предполагается, что в бассейне с отражающими границами излучаемое поле может быть представлено в виде суперпозиции полей, возбужденных теми же эквивалентными источниками, размещенными в тех же точках  $\mathbf{r}_n$  и имеющих те же амплитуды  $A_n$ . Это значит, что

$$\tilde{u}(\mathbf{R}) = \sum_{n=1}^N \tilde{G}(\mathbf{R}, \mathbf{r}_n) A_n, \quad (3)$$

где  $\tilde{G}(\mathbf{R}, \mathbf{r}_n)$  – функция Грина в бассейне. Для нахождения  $A_n$  рассматривается некоторая поверхность  $S_M$ , охватывающая излучатель. На этой поверхности выбирается  $M$  точек коллокации (рис. 1)  $\rho_1, \dots, \rho_M$ . Линейная система уравнений относительно неизвестных  $A_n$  получается приравниванием значений поля излучателя и сумм (3).

В матричных обозначениях полученная система имеет вид:

$$\tilde{u} = \tilde{G}A \quad (4)$$

### Экспериментальная установка

Экспериментальная установка создана на базе измерительного комплекса фирмы Precision Acoustics (Ultrasound Measurement System Control Centre). Акустические измерения проводились в ванне с размерами  $1 \times 1 \times 1$  м. В ванну заливалась чистая дегазированная и деионизированная вода с удельным сопротивлением не менее 18 МОм/см (рис. 2).

Для калибровки бассейна использовались два обратных гидрофона V&K8103. Данный гидрофон имеет рабочую полосу до 180 кГц, при характерных размерах  $10 \times 16$  мм. Оба гидрофона крепились к манипуляторам через металлические трубки диаметром 10 мм и длиной погружаемой части до 0,5 м. Для описания позиций гидрофонов в бассейне использовалась декартова система координат с осью  $u$  направленной вертикаль-

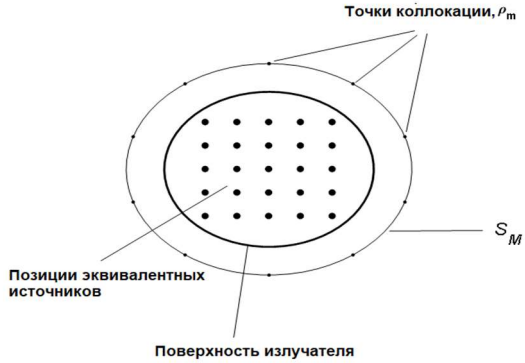


Рис. 1

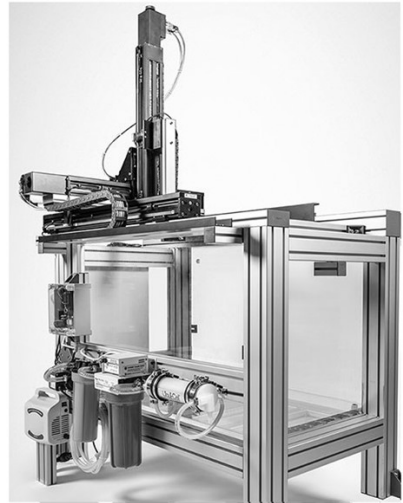


Рис. 2

но вверх. Точность позиционирования гидрофонов по каждой из координат не хуже 6 мкм.

Излучающая часть установки состоит из: задающего генератора Tektronix AFG3022, усилителя мощности V&K Type 2713, контрольного цифрового осциллографа Tektronix TDS3032B и гидрофона V&K8103. Принятый сигнал с гидрофона подавался на кондиционирующий усилитель V&K Type 2690, предварительно анализировался осциллографом Agilent DSO-X 3034, а затем записывался на компьютер.

Один из гидрофонов использовался в качестве приёмника звука. Он располагался в пяти позициях  $\rho_1, \dots, \rho_5$ , показанных на рис. 3 жирными точками. Они расположены с шагом 5 см на прямой линии, параллельной оси  $y$ .

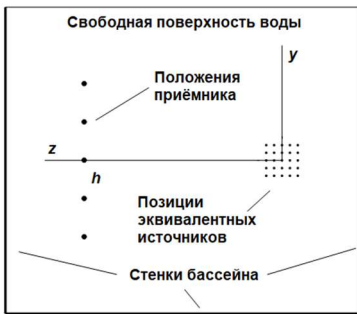


Рис. 3

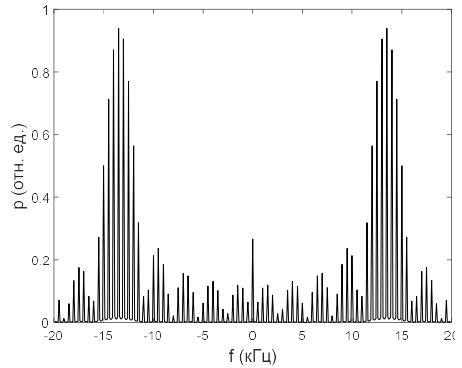


Рис. 4

Второй гидрофон использовался в качестве излучателя звука. Излучение производилось на следующих частотах: тональный сигнал на частотах  $f = 7,6$  и  $27$  кГц, которым соответствуют длины волн  $\lambda = 19,5$  и  $5,3$  см, импульсный сигнал на частоте  $f = 13,5$  кГц, которому соответствует длина волны  $\lambda = 10,6$  см. Спектр излученного импульсного сигнала, представляющего собой периодическую последовательность одинаковых импульсов с периодом повторения 2 мс, представлен на рис. 4. Поскольку указанные выше размеры гидрофона малы по сравнению с длиной волны  $\lambda$ , этот источник звука можно считать акустическим монополюсом. Он поочередно помещался в точки, образующие куб  $5 \times 5 \times 5$ , центр которого совпадал с началом координат. На Рис. 3 показано сечение этого куба в плоскости  $x = 0$ . Расстояние между ближайшими точками куба равно 1 см.

Измерения проводились следующим образом: пока приёмный гидрофон находился в одной из точек приёма  $\rho_m$  гидрофон, играющий роль источника по очереди помещался во все 125 точек, образующих куб. Из каждой точки он излучал один и тот же сигнал, который с задержкой  $\tau = 2000$  мс, позволяющей завершиться всем переходным процессам, связанным с переотражением сигнала от стенок бассейна и резонансными явлениями в источнике, регистрировался приёмным гидрофоном.

Таким образом были получены данные для вычисления  $5 \times 125 = 625$  значений функции Грина в бассейне.

### Результаты

В рамках настоящей работы для изменений в бассейне впервые был применен импульсный сигнал. Результат реконструкции диаграммы направленности акустического квадрупольного поля для импульсного режима излучения представлен на рис.5. Вверху: диаграмма направленности акустического квадрупольного поля в свободном пространстве  $D(\varphi, \theta)$ , где  $\varphi$  и  $\theta$  – азимутальный и полярный углы. Внизу: результат реконструкции диаграммы направленности по данным измерений в бассейне. Точки расположения источника в бассейне образовывали куб размером  $5 \times 5 \times 5$ . При обра-

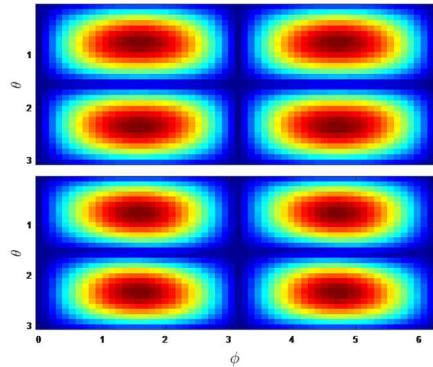


Рис. 5

ботке точки внутреннего куба размером  $3 \times 3 \times 3$  рассматривались как положения эквивалентных источников. Из "внешней оболочки" выбирались 4 источника и возбуждаемые ими поля суммировались с такими весами, чтобы смоделировать поле квадрупольного поля. Как видно из Рис.5, результат реконструкции хорошо соответствует диаграмме направленности акустического квадрупольного поля в свободном пространстве.

Работа выполнена в рамках государственного задания ИПФ РАН (проект 0035-2019-0019).

- [1] Исаев А.Е., Матвеев А.Н. Градуировка гидрофонов по полю при непрерывном излучении в ревербирующем бассейне // Акуст. журн. 2009. Т. 55, № 6. С. 727.
- [2] Johnson M.E., Elliott S.J., Baek K-H., Garcia-Bonito J. An equivalent source technique for calculating the sound field inside an enclosure containing scattering objects // J. Acoust. Soc. Am. 1998. V. 104. № 3. P. 1221.
- [3] Virovlyansky A.L., Deryabin M.S. On the use of the equivalent source method for free-field calibration of a radiator in a reverberant tank // J. Sound. Vibr. 2019. Vol. 455. P. 69.
- [4] Боббер Р. Гидроакустические измерения. – М.: Мир, 1974. 361 с.

## ВОЗМОЖНОСТИ ЭЛАСТОГРАФИИ СДВИГОВОЙ ВОЛНЫ В ЗАДАЧАХ ДИАГНОСТИКИ СКЕЛЕЛЕТНЫХ МЫШЦ

И.Ю. Демин, М.А. Петрова, П.М. Синицын

*ННГУ им. Н.И. Лобачевского*

### *1. Определение упругих характеристик фантома скелетной мышцы с использованием эластографии сдвиговой волны*

В настоящее время в ультразвуковой медицинской диагностике активно используется метод эластографии сдвиговой волной – метод качественного и количественного анализа упругих свойств тканей [1]. Термин «эластография» (от лат. elasticus – «упругий») впервые предложили в 1991 году врачи-исследователи из Хьюстона (США). В методе точечной эластографии (point shear wave elastography, pSWE) сдвиговые волны возникают вследствие воздействия на среду давления сильного сфокусированного ультразвукового импульса. Другое название этого метода – ARFI (acoustic radiation force impulse). Суть метода точечной эластографии заключается в том, что в среду в пределах одного ультразвукового луча фокусируется интенсивный короткий акустический импульс и создает там достаточно высокое радиационное давление. Энергия этого давления передается окружающей среде, в ней возникают сдвиговые волны и распространяются в исследуемой мягкой биологической ткани.

Метод эластографии сдвиговой волной был реализован на акустической системе Verasonics (Verasonics Inc., США) [2], которая расположена в лаборатории «МедЛаб» кафедры акустики ННГУ им. Н.И. Лобачевского. В работе О.В. Руденко [3] предложена модель скелетной мышцы – мелкослойная среда, моделирующаяся периодически чередующимися слоями толщиной  $h_1$  и  $h_2$ , сдвиговые упругости и плотности которых равны  $\mu_1, \rho_1$  и  $\mu_2, \rho_2$  соответственно. Были получены уравнения движения для такой среды и определены скорости сдвиговых волн вдоль и поперек направления распространения сдвиговой волны (положения ультразвукового датчика)

$$C_{PAR} = \sqrt{\frac{h_1\mu_1 + h_2\mu_2}{h_1\rho_1 + h_2\rho_2}} \quad (1)$$

$$C_{ORT} = \sqrt{\frac{\mu_1\mu_2(h_1+h_2)^2}{(\mu_1h_1+\mu_2h_2)(h_1\rho_1+h_2\rho_2)}} \quad (2)$$

Струнная модель нуждалась в сравнении с результатами экспериментов, поэтому изучение сдвиговых свойств скелетных мышц на многоканальной акустической системе Verasonics стало важным этапом в развитии струнной модели, и во всем направлении исследований. Для экспериментов был изготовлен фантом, представляющий собой матрицу  $10 \times 10$  из натянутых флюорокарбонových лесок диаметром 0,12 мм, залитую 7,5 % желатиновым фантомом (рис. 1). Флюорокарбонové лески изготавливаются из полимера поливинилиденфторида (PVDF). Данный материал широко применяется в акустических технологиях, например, для изготовления мембран гидрофонов. Выбор материала лески обуславливался отсутствием крученого



волокна, что характерно и для мышечных волокон, а также известными значениями модуля Юнга. Значения модуля сдвига лесок были найдены в диапазоне (1,5 – 2) МПа.

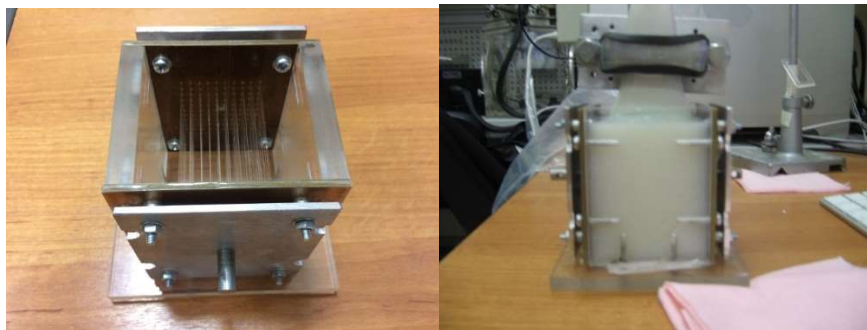


Рис. 1

На рис. 2 приведены средние значения скорости сдвиговой волны в струнном фантоме в зависимости от положения датчика относительно волокон.

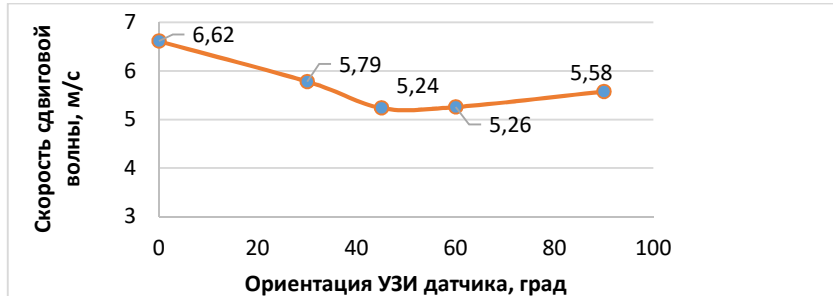


Рис. 2

Зафиксировано отличие значений скорости и модуля сдвига вдоль и поперёк волокон. Значения под углами 30°, 45°, 60° к волокнам схожи со значениями, измеренными поперек.

Была решена обратная задача по определению модулей сдвига желатина и струн из экспериментальных данных (по измерению скорости сдвиговой волны вдоль и поперек натянутых струн). Для этого были преобразованы выражения (1) и (2) и получена нелинейная система уравнений для модулей сдвига  $\mu_1$  и  $\mu_2$ , которая была решена графически и определены модуль сдвига желатинового фантома  $\mu_2 = 3,06$  кПа и модуль сдвига струн  $\mu_1 = 1,76$  МПа. Решение обратной задачи по определению вязко-упругих характеристик скелетных мышц может открыть новые области исследования физиологии мышц и патологии. Список мышечных нарушений, которые могут быть оценены с помощью приборов для количественной оценки мышечной вязкости и эластичности, включает мышечную дистрофию, заболевания двигательных нейронов, воспалительные и метаболические миопатии. Также необходимо принять во внимание, что исследование механизмов произвольно контролируемой вязкости

скелетной мышцы также может быть важно для немедицинских целей, таких как разработка экзоскелета. Для защиты скелетной системы роботов от ударов может возникнуть необходимость имитировать реализованные средства в живых системах.

## 2. Численное моделирование поведения скелетной мышцы при различных видах внешних нагрузок.

Мышечное сокращение является жизненно важной функцией организма. Скелетные мышцы во многом определяют процесс жизнедеятельности всего организма человека. Ее основные функции: поддержание позы, обеспечение движения, демпфирование ударов и ударных нагрузок – являются механическими. Заболевания мышц в большинстве случаев связаны с изменениями именно механических характеристик. В связи с этим прогнозирование динамических и кинематических характеристик имеет большой потенциал в диагностике патологий и в оценке состояния людей, испытывающих экстремальные нагрузки.

В работе О.В. Руденко, А.П. Сарвазяна [4] была сформулирована нелинейная система уравнений для изучения и моделирования ударного и импульсного воздействия на мышцу

$$\frac{dn}{dt} = (k_1 a_0 \beta) l - k_1 (n + m) - \frac{1}{\delta} n \frac{dl}{dt} \quad (3)$$

$$\frac{dm}{dt} = -k_2 m + \frac{1}{\delta} n \frac{dl}{dt} \quad (4)$$

$$P = f(n - m), \quad (5)$$

где  $n$  и  $m$  – число тянущих и тормозящих мостиков,  $a(l)$  – число всех активных мостиков, зависящее от укорочения  $l$  половинки саркомера,  $P$  – приложенная к мышце внешняя сила,  $v$  – скорость сокращения единичного саркомера, равная  $dl/dt$ . Константы  $k_1$  и  $k_2$  – характеризуют скорость замыкания свободных мостиков и скорость замыкания замкнутых мостиков соответственно.

При численном моделировании ударного импульсного воздействия на мышцу была реализована программа по решению системы нелинейных дифференциальных уравнений (3-5) с помощью метода Рунге-Кутты. Моделирование проведено для портняжной мышцы лягушки (характерные параметры взяты из работы [1]), программа написана на языке программирования Python.

На рис. 3 приведены результаты численного моделирования поведения скелетной мышцы для  $n(t)$  – число тянущих мостиков в первые 5 сек воздействия,  $m(t)$  – число тормозящих мостиков в первые 5 сек воздействия и  $l(t)$  – укорочение половинки саркомера для воздействия в виде импульса гауссовой формы – воздействие конечной длительности  $P = P_s * \exp(-t^2)$ . Полученные результаты приведены для  $P_s = 1$  – воздействию удара конечной длительности на расслабленную мышцу.

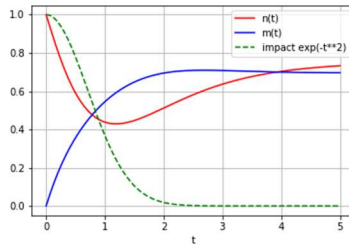


Рис. 3

Из приведенного рисунка 3 видно, что число тянущих мостиков ( $n(t)$ ) для расслабленной мышцы резко начинает уменьшаться – это приводит к возрастанию числа тормозящих мостиков ( $m(t)$ ), а затем, когда удар прекратился,  $n$  и  $m$  выходят на стационарный режим.

Для укорочения половинки саркомера ( $l(t)$ ) на рис. 4 приведены результаты численного моделирования для удара конечной длительности по расслабленной мышце. Рассмотрен случай сильного удара ( $Ps = 3$ ).

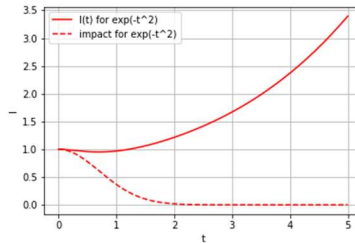


Рис. 4

Поведение укорочения половинки саркомера ( $l(t)$ ) проявляется неодинаково для разной степени удара. При сильном воздействии защитный механизм расслабленной мышцы работает в меньшей степени, мышца просто не успевает «среагировать» на удар, т.е. практически не ослабляет удар. Здесь большую роль начинают играть вязкие механизмы, но их влияние в данной работе не рассматривалось.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ, проект 18-42-520056.

- [1] Сафонов Д.В., Рыхтик П.И., Шатохина И.В., Романов С.В., Гурбатов С.Н., Демин И.Ю. // Современные технологии в медицине. 2017. № 4. С. 51.
- [2] Khalitov R.Sh., Gurbatov S.N., Demin I.Yu. // Physics of Wave Phenomena. 2016. № 1. P. 73.
- [3] Руденко О.В., Сарвазян А.П., Цюрюпа С.Н. // Акуст. журнал. 2016. № 5. С. 609.
- [4] Руденко О.В., Сарвазян А.П. // Акуст. журнал. 2006. № 6. С. 833.

Секция «Акустика»

Заседание секции проводилось 21-22 мая 2020 г.  
Председатель – С.Н. Гурбатов, секретарь – А.А. Хилько.  
Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского.