Труды XXV научной конференции по радиофизике

СЕКЦИЯ «ЭЛЕКТРОДИНАМИКА»

Председатель – А.В. Кудрин, секретарь – О.В. Мартынова.
Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского.

РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА БЕСКОНЕЧНО ДЛИННОМ ПРОВОДЯЩЕМ ЦИЛИНДРЕ В МАГНИТОАКТИВНОЙ ПЛАЗМЕ

Е.А. Широков

Институт прикладной физики РАН

Введение

Задача о рассеянии электромагнитной волны на металлическом цилиндре в вакууме [1] была решена много лет назад. Однако аналогичная задача для случая, когда идеально проводящий цилиндр окружён магнитоактивной плазмой, ранее рассматривалась только для некоторых частных случаев (см., например, [2]).

В данной работе рассматривается задача о рассеянии электромагнитной волны на бесконечно длинном проводящем цилиндре, параллельном оси анизотропии, в холодной магнитоактивной плазме для произвольного (но допустимого дисперсионными свойствами плазменной среды) угла волновой нормали этой волны. Получено строгое аналитическое решение данной задачи, найдены и проанализированы основные характеристики рассеяния.

Постановка задачи

Рассматривается холодная магнитоактивная плазма с тензором диэлектрической проницаемости

$$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}} = \begin{pmatrix} \varepsilon & -ig & 0 \\ ig & \varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & \eta \end{pmatrix} \tag{1}$$

в частотном диапазоне $\omega_{\mathrm{ce}}/2 < \omega < \omega_{\mathrm{ce}} \ll \omega_{\mathrm{pe}}$, где ω_{ce} и ω_{pe} – циклотронная и плазменная частоты электронов соответственно; зависимость от времени выбрана в форме $\exp(i\omega t)$. В этом диапазоне $\varepsilon > 0$ и $\eta < 0$. В плазму помещён идеально проводящий бесконечно длинный круговой цилиндр, параллельный внешнему магнитному полю, с радиусом a. На этот цилиндр падает плоская электромагнитная волна с волновым вектором $\mathbf{k}_{\mathrm{i}}$, лежащим в плоскости (x, z) и составляющим угол θ_{i} с осью z, которая направлена вдоль внешнего магнитного поля. В силу дисперсионных свойств плазмы угол θ_{i} может меняться от нуля до резонансного значения $\theta_{\mathrm{res}} = \mathrm{arctg}\sqrt{|\eta/\varepsilon|}$. Комплексные амплитуды напряжённостей электрического ($\mathbf{E}_{\mathrm{i}}$) и магнитного ($\mathbf{H}_{\mathrm{i}}$) полей этой волны

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{E}_i \\ \boldsymbol{H}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{e}_i \\ \boldsymbol{h}_i \end{bmatrix} exp[-ik_0(q_i x + p_i z)], \tag{2}$$

где k_0 – волновое число в вакууме, определяются её волновым вектором из поляризационных соотношений при дополнительном условии нормировки $|\mathbf{E}_{\mathrm{i}}| = 1$.

Решение

Рассматриваемая задача допускает разделение переменных. Поле рассеянной волны будем искать в виде

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{E}_s \\ \boldsymbol{H}_s \end{bmatrix} = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\mathcal{E}}_m(\rho) \\ \boldsymbol{\mathcal{H}}_m(\rho) \end{bmatrix} exp(-im\varphi - ik_0 p_i z), \tag{3}$$

где ρ и φ – радиальная и азимутальная координаты цилиндрической системы (ρ, φ, z) соответственно.

В результате z-компоненты векторов $\boldsymbol{\mathcal{E}}_m$ и $\boldsymbol{\mathcal{H}}_m$ принимают вид [3]

$$\begin{bmatrix} \mathcal{E}_{m,z}(\rho) \\ \mathcal{H}_{m,z}(\rho) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i/\eta \\ -1/Z_0 \end{bmatrix} \sum_{k=1}^{2} A_{k,m} \begin{bmatrix} n_k \\ 1 \end{bmatrix} q_k H_m^{(1)}(k_0 q_k \rho), \tag{4}$$

где Z_0 – волновое сопротивление вакуума, выражения для n_k и q_k приведены в монографии [3], индексы $k = 1$ и 2 соответствуют двум собственным модам неограниченной плазменной среды – затухающей ($k = 1$) и распространяющейся ($k = 2$). В соотношение (4) входит функция Ханкеля I рода $H_m^{(1)}(\cdot)$ в соответствии с условием излучения на бесконечности в анизотропной среде [4]. Остальные компоненты векторов $\boldsymbol{\mathcal{E}}_m$ и $\boldsymbol{\mathcal{H}}_m$ выражаются через $\mathcal{E}_{\mathrm{m,z}}$ и $\mathcal{H}_{\mathrm{m,z}}$ [3].

Коэффициенты возбуждения $A_{k,m}$ определяются из электродинамических граничных условий на поверхности идеально проводящего цилиндра:

$$A_{1,m} = -\frac{\Phi_m Z_{2,m} - \Phi_{2,m} Z_m}{\Phi_{2,m} Z_{1,m} - \Phi_{1,m} Z_{2,m}}, \quad A_{2,m} = \frac{\Phi_m Z_{1,m} - \Phi_{1,m} Z_m}{\Phi_{2,m} Z_{1,m} - \Phi_{1,m} Z_{2,m}}, \tag{5}$$

где

$$\Phi_{k,m} = i\left[H_{m+1}^{(1)}(k_0 q_k a) + \frac{m q_k (n_k p_i + \eta)}{k_0 a \eta (p_i^2 - \varepsilon + g)} H_m^{(1)}(k_0 q_k a)\right], \tag{6}$$

$$\Phi_m = (-i)^m \left\{ -\frac{m e_{ix}}{k_0 q_i a} J_m(k_0 q_i a) + \right.$$

$$\left. + \frac{i e_{iy}}{2} [J_{m+1}(k_0 q_i a) - J_{m-1}(k_0 q_i a)] \right\}, \tag{7}$$

$$Z_{k,m} = \frac{i}{\eta} n_k q_k H_m^{(1)}(k_0 q_k a), \quad Z_m = -(-i)^m e_{iz} J_m(k_0 q_i a), \tag{8}$$

$J_m(\cdot)$ – функция Бесселя I рода. Соотношения (5)–(8) дают строгое аналитическое решение рассматриваемой задачи.

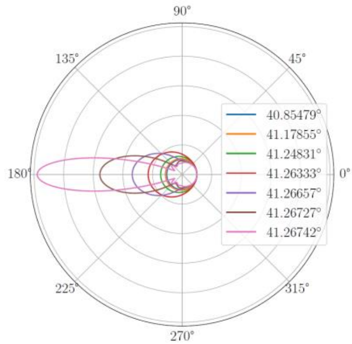
Приведём выражение для сечения рассеяния (по квадрату электрического поля):

$$d(\varphi) = \left| \sum_{m=-\infty}^{+\infty} A_{2,m} \exp\left(-\frac{i\pi m}{2} - im\varphi\right) \right|^2. \tag{9}$$

Величина d определяется полем в дальней зоне, основной вклад в которое даёт распространяющаяся мода, в то время как структура поля вблизи поверхности цилиндра определяется также и затухающей модой.

Результаты расчётов

Расчёты проводились для параметров $\omega = 1{,}5 \cdot 10^6$ с$^{-1}$, $\omega_{ce} = 2 \cdot 10^6$ с$^{-1}$, $\omega_{pe} = 2 \cdot 10^7$ с$^{-1}$, которым соответствует резонансный угол $\theta_{\text{res}} = 41{,}27°$, и $a = 10$ см. Соответствующие угловые зависимости сечения рассеяния $d(\varphi)$ в поперечной плоскости (x, y) для различных углов θ_i приведены на рисунке (осям x и y соответствуют направления $\varphi = 0°$ и $90°$); энергия падающей волны переносится против оси x. Если угол θ_i не слишком близок к резонансному (при таких углах $k_0 q_i a \ll 1$), то рассеяние квазиизотропное. При приближении к резонансному углу $k_0 q_i a \gtrsim 1$ и характер рассеяния меняется: появляется ярко выраженный лепесток при $\varphi = 180°$, т. е. в терминах энергии имеет место прямое рассеяние.



Заключение

В работе найдено строгое аналитическое решение задачи о рассеянии электромагнитной волны на бесконечно длинном проводящем цилиндре, параллельном оси анизотропии, в холодной магнитоактивной плазме для произвольного угла волновой нормали. Характер рассеяния, определяемый параметром $k_0 q_i a$, аналогичен соответствующей вакуумной задаче.

Автор выражает признательность А.В. Кудрину за полезные обсуждения и ценные советы.

[1] Ваганов Р.Б., Каценеленбаум Б.З. Основы теории дифракции. – Москва: Наука, 1982, 272 с.
[2] Rusch W., Cavour Y. // IEEE Trans. Antennas Propag. 1967. Vol. 15, № 3. P. 452.
[3] Kondrat’ev I.G., Kudrin A.V., Zaboronkova T.M. Electrodynamics of density ducts in magnetized plasmas. – Amsterdam: Gordon and Breach, 1999, 288 p.
[4] Фелсен Л., Маркувиц Н. Излучение и рассеяние волн. Т. 2. – Москва: Мир, 1978, 555 с.

ВОЗБУЖДЕНИЕ СВИСТОВЫХ ВОЛН С ГЕЛИКОИДАЛЬНЫМ ФАЗОВЫМ ФРОНТОМ В МАГНИТОАКТИВНОЙ ПЛАЗМЕ

Е.В. Бажилова, Т.М. Заборонкова, А.С. Зайцева, А.В. Кудрин

ННГУ им. Н.И. Лобачевского

В последние годы повышенный интерес вызывают источники, способные возбуждать в магнитоактивной плазме волны с геликоидальным фазовым фронтом в свистовом диапазоне частот [1-3]. Как известно, такие волны обладают ненулевой проекцией орбитального углового момента на направление распространения, что может быть использовано для расширения пространственной модуляции сигналов. Несмотря на то, что возбуждение свистовых волн с геликоидальным фазовым фронтом уже реализовано экспериментально в лабораторных плазменных установках [1-3], исследование особенностей излучения волн с указанными свойствами в магнитоактивной плазме еще далеко от завершения. В настоящей работе на основе строгого подхода, опирающегося на разложение поля по собственным волнам магнитоактивной плазмы, рассматривается эффективность возбуждения «закрученных» свистовых волн несимметричными источниками.

Пусть источник конечных размеров, в котором задан гармонический во времени ($\sim \exp(i\omega t)$) электрический ток с плотностью $\mathbf{J}(\mathbf{r})$, расположен в однородной холодной магнитоактивной плазме. Предполагается, что внешнее постоянное магнитное поле $\mathbf{B}_0$ направлено вдоль оси z цилиндрической системы координат (ρ,φ,z). Плазменная среда описывается тензором диэлектрической проницаемости $\boldsymbol{\varepsilon}$ со следующими отличными от нуля компонентами [4]: $\varepsilon_{\rho\rho} = \varepsilon_{\varphi\varphi} = \varepsilon_0\varepsilon$, $\varepsilon_{\rho\varphi} = -\varepsilon_{\varphi\rho} = -i\varepsilon_0 g$, $\varepsilon_{zz} = \varepsilon_0\eta$ (ε_0 – электрическая постоянная).

Как известно [4], в области вне источника возбуждаемое им поле представляется в виде

$$\begin{bmatrix}\mathbf{E}(\mathbf{r})\\ \mathbf{H}(\mathbf{r})\end{bmatrix} = \sum_{m=-\infty}^{\infty}\sum_{\alpha}\int_0^{\infty} a_{m,s,\alpha}(q)\begin{bmatrix}\mathbf{E}_{m,s,\alpha}(\mathbf{r},q)\\ \mathbf{H}_{m,s,\alpha}(\mathbf{r},q)\end{bmatrix}dq. \quad (1)$$

Здесь $\mathbf{E}_{m,s,\alpha}(\mathbf{r},q)$ и $\mathbf{H}_{m,s,\alpha}(\mathbf{r},q)$ – электрическая и магнитная составляющие собственных волн магнитоактивной плазмы, которые можно выразить через их продольные компоненты

$$\begin{bmatrix}E_{z;m,s,\alpha}(\mathbf{r},q)\\ H_{z;m,s,\alpha}(\mathbf{r},q)\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}i^{m+1}\eta^{-1}n_{s,\alpha}(q)\\ -Z_0^{-1}i^m\end{bmatrix}qJ_m(k_0q\rho)exp\left[-im\varphi - ik_0p_{s,\alpha}(q)z\right], \quad (2)$$

где $\mathbf{r}$ – радиус-вектор, q – поперечное волновое число, нормированное на волновое число k_0 в свободном пространстве, m – азимутальный индекс (m=0, ±1, ±2, …), s – индекс, обозначающий направление распространения волн (s=+ и s=- отвечают волнам, переносящим энергию в положительном и отрицательном направлении оси z соответственно), α – индекс, отмечающий обыкновенную (α=o) и необыкновенную (α=e) нормальные волны магнитоактивной плазмы, Z_0 – волновой импеданс свободного пространства, J_m – функция Бесселя порядка m, величина $n_{s,\alpha}(q)$ и функция $p_{s,\alpha}(q)$, дающая зависимость нормированного (на k_0) продольного волнового числа p от поперечного волнового числа q для обыкновенной или необыкновенной волны магнитоактивной плазмы, описываются выражениями

$$n_{s,\alpha}(q) = -\varepsilon\left[q^2 + p_\alpha^2(q) + g^2/\varepsilon - \varepsilon\right]\left[g p_{s,\alpha}(q)\right]^{-1},$$
$$p_\alpha(q) = \left\{\varepsilon - \frac{1}{2}\left(1 + \frac{\varepsilon}{\eta}\right)q^2 + \chi_\alpha\left[\frac{1}{4}\left(1 - \frac{\varepsilon}{\eta}\right)^2 q^4 - \frac{g^2}{\eta}q^2 + g^2\right]^{1/2}\right\}^{1/2}. \tag{3}$$

Здесь предполагается, что $p_{+,\alpha}(q) \equiv p_\alpha(q) = -p_{-,\alpha}(q)$, $\mathrm{Im}[p_\alpha(q)]<0$, $\chi_o = -\chi_e = -1$.

Коэффициенты возбуждения $a_{m,s,\alpha}(q)$ в (1) определяются следующим интегралом по области источника V:

$$a_{m,\pm,\alpha}(q) = \frac{1}{N_{m,\alpha}(q)} \int_V \mathbf{J}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{E}^{(T)}_{-m,\mp,\alpha}(\mathbf{r}, q)\, d\mathbf{r}, \tag{4}$$

где верхний индекс (T) обозначает поле, взятое во вспомогательной («транспонированной») среде, описываемой тензором диэлектрической проницаемости $\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{T}}$. Норма волны записывается в виде [4]

$$N_{m,\alpha}(q) = 4\pi(-1)^{m+1}\left[1 + \eta^{-1} n_{s,\alpha}^2(q)\right]/\left[Z_0 k_0^2 p'_\alpha(q)\right], \tag{5}$$

где штрих обозначает производную по аргументу.

Полная мощность P, излучаемая источником, определяется интегрированием среднего по времени вектора Пойнтинга $\mathbf{S}$ по двум поперечным (по отношению к $\mathbf{B}_0$) сечениям S_1 и S_2, расположенным слева и справа от источника соответственно:

$$P = \int_{S_1} \mathbf{S} \cdot (-\mathbf{z}_0)\, dS_\perp + \int_{S_2} \mathbf{S} \cdot \mathbf{z}_0\, dS_\perp, \tag{6}$$

где $\mathbf{z}_0$ – единичный вектор вдоль оси z. Вычисление интегралов в (6) существенно упрощается, если воспользоваться следующим соотношением энергетической ортогональности, справедливым для распространяющихся волн в магнитоактивной плазме без потерь [4]:

$$\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\infty} \left[\mathbf{E}_{m,s,\alpha}(\mathbf{r}, q) \times \mathbf{H}^*_{\tilde{m},\tilde{s},\tilde{\alpha}}(\mathbf{r}, \tilde{q}) + \mathbf{E}^*_{\tilde{m},\tilde{s},\tilde{\alpha}}(\mathbf{r}, \tilde{q}) \times \mathbf{H}_{m,s,\alpha}(\mathbf{r}, q)\right] \cdot \mathbf{z}_0 \rho\, d\rho =$$
$$= 4 P_{m,s,\alpha}(q)\, \delta(q - \tilde{q})\, \delta_{m,\tilde{m}} \delta_{s,\tilde{s}} \delta_{\alpha,\tilde{\alpha}}. \tag{7}$$

Здесь $\delta(q)$ – дельта-функция Дирака, $\delta_{\alpha,\beta}$ – символ Кронекера, знак «*» отмечает операцию комплексного сопряжения. Нормировочные величины $P_{m,s,\alpha}(q)$ удовлетворяют соотношению $P_{m,+,\alpha}(q) = -P_{m,-,\alpha}(q) = P_{m,\alpha}(q)$, где $P_{m,\alpha}(q) = (-1)^m N_{m,\alpha}(q)/4$. В результате, с учетом (1), (2), (7) полную мощность излучения можно представить в следующем виде:

$$P = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{s=-}^{+} \sum_{\alpha} \int \left|a_{m,s,\alpha}(q)\right|^2 P_{m,\alpha}(q)\, dq, \tag{8}$$

где интегрирование проводится по всем положительным действительным значениям q, для которых продольные волновые числа $p_{s,\alpha}(q)$ с α=o и α=e являются чисто действительными.

Применим описанный выше подход к анализу излучения источника с вращающимся ближним магнитным полем в магнитоактивной плазме. Такой излучатель является одним из простейших источников, способных возбуждать волны с геликоидальным фазовым фронтом, и может быть реализован в виде двух скрещенных рамок радиуса a, токи которых имеют одинаковую амплитуду I_0 и находятся в квадратуре (см. рис. 1). В зависимости от знака фазового сдвига плотность тока этого источника записывается в виде $\mathbf{J}(\mathbf{r}) = \mathbf{J}_{\mp}(\mathbf{r}) = \mathbf{J}^{(1)}(\mathbf{r}) \mp i\mathbf{J}^{(2)}(\mathbf{r})$, где

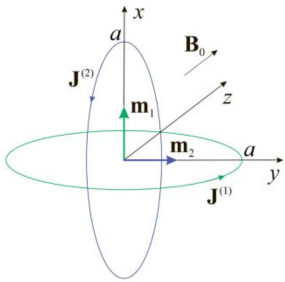


Рис. 1

$$\mathbf{J}^{(1)}(\mathbf{r}) = I_0\left(-z\mathbf{y}_0 + y\mathbf{z}_0\right)a^{-1}\delta(x)\delta\left(\sqrt{y^2+z^2}-a\right),$$
$$\mathbf{J}^{(2)}(\mathbf{r}) = I_0\left(z\mathbf{x}_0 - x\mathbf{z}_0\right)a^{-1}\delta(y)\delta\left(\sqrt{x^2+z^2}-a\right). \quad (9)$$

Здесь $\mathbf{x}_0$ и $\mathbf{y}_0$ – единичные векторы осей x и y декартовой системы координат. Очевидно, что токи $\mathbf{J}^{(1)}(\mathbf{r})$ и $\mathbf{J}^{(2)}(\mathbf{r})$ отвечают двум эквивалентным магнитным диполям с моментами $\mathbf{m}_1$ и $\mathbf{m}_2$, направленными вдоль осей x и y соответственно, а токи $\mathbf{J}_-(\mathbf{r})$ и $\mathbf{J}_+(\mathbf{r})$ – эквивалентным магнитным диполям, вращающимся по и против часовой стрелки относительно положительного направления оси z. Подставляя величины $\mathbf{J}_{\mp}(\mathbf{r})$ в выражение (4) и вычисляя коэффициенты возбуждения $a_{m,s,\alpha}(q)$, не зависящие от s для рассматриваемых источников, из (8) можно получить расчетную формулу для полной излучаемой мощности P, которую в общем случае удается исследовать только численными методами.

Численные расчеты были выполнены для следующих значений параметров: угловая частота источника ω = 1,9·10^5 с$^{-1}$, внешнее магнитное поле B_0 = 0,5 Гс, плотность плазмы N = 10^6 см$^{-3}$. При расчетах предполагалось, что радиус рамок $a \leq 10$ м. Выбранные значения соответствуют условиям земной ионосферы и отвечают случаю резонансной плазмы, для которой $\omega_{LH}<\omega<\min\{\omega_H,\ \omega_p\}$, где ω_{LH} – нижняя гибридная частота, ω_H и ω_p – гирочастота и плазменная частота электронов соответственно. В указанном частотном интервале распространяющейся является только необыкновенная (свистовая) волна, которая и дает вклад в формулу (8) для полной мощности излучения. При этом постоянные распространения $p_{s,e}(q)$ принимают чисто действительные значения для $0<q<\infty$, определяя тем самым пределы интегрирования по q в (8) в данном случае. После вычисления полной мощности излучения сопротивление излучения R_Σ находится стандартным образом: $R_\Sigma = 2P/|I_0|^2$.

На рис. 2 красной и синей линиями показаны полные сопротивления излучения $R_\Sigma^{(-)}$ и $R_\Sigma^{(+)}$ источников с плотностями тока $\mathbf{J}_-(\mathbf{r})$ и $\mathbf{J}_+(\mathbf{r})$ соответственно в зависимости от радиуса рамок a. Линией зеленого цвета на рисунке показана аналогичная зависимость сопротивления излучения $\tilde{R}_\Sigma(a)$ одиночной рамки того же радиуса, которое может быть получено, если подставить в (4) плотность тока $\mathbf{J}^{(1)}(\mathbf{r})$ или $\mathbf{J}^{(2)}(\mathbf{r})$ из (9) и выполнить аналогичные вычисления. При этом оказывается, что полные мощности излучения источников $\mathbf{J}^{(1)}(\mathbf{r})$ и $\mathbf{J}^{(2)}(\mathbf{r})$ совпадают.

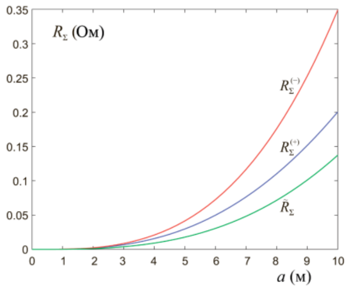


Рис. 2

Парциальные сопротивления излучения отдельных «закрученных» свистовых волн можно вычислить на основе выражения (8) для фиксированных азимутальных индексов m: $R_\Sigma = \sum_{m=-\infty}^{\infty} R_m$. Парциальные величины $R_m^{(-)}$, $R_m^{(+)}$ и $\tilde{R}_m$ источников с плотностями тока $\mathbf{J}_-(\mathbf{r})$, $\mathbf{J}_+(\mathbf{r})$ и одиночной рамки соответственно построены на рис. 3 для радиуса излучателя a = 1 м и на рис. 4 для радиуса a = 10 м. Здесь, как и на рис. 2, зеленый цвет обозначает величины, относящиеся к одиночной рамке, красный и синий цвета относятся к источникам с магнитными моментами, вращающимися по и против часовой стрелки соответственно. Из рис. 2-4 видно, что с увеличением радиуса a сопротивление излучения $R_\Sigma^{(-)}$ возрастает несколько быстрее, чем $R_\Sigma^{(+)}$. Кроме того, несмотря на преобладающий вклад в полное сопротивление излучения волн с азимутальными индексами m=1 (для $R_\Sigma^{(-)}$) или m=-1 (для $R_\Sigma^{(+)}$), в эту величину также дают вклад волны, азимутальные индексы которых отстоят от указанных выше значений m на величину $4n$, где n – целое число.

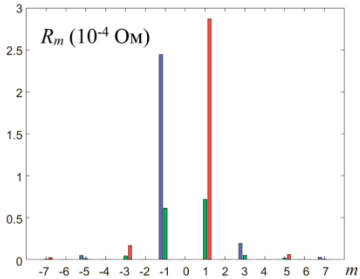


Рис. 3

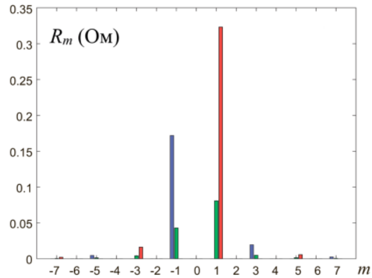


Рис. 4

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования РФ в рамках государственного задания 0729-2020-0037.

[1] Karavaev A.V., Gumerov N.A., Papadopoulos K., Shao X., Sharma A.S., Gekelman W., Gigliotti A., Pribyl P., Vincena S. // Phys. Plasmas. 2010. Vol. 17, № 1. P. 012102.
[2] Urrutia J.M., Stenzel R.L. // Phys. Plasmas. 2015. Vol. 22, № 9. P. 092111.
[3] Stenzel R.L., Urrutia J.M. // Phys. Plasmas. 2015. Vol. 22, № 9. P. 092112.
[4] Kudrin A.V., Petrov E.Yu., Kyriacou G.A., Zaboronkova T.M. // Prog. Electromagn. Res. B. 2009. Vol. 12. P. 297.

ЧАСТОТНО-ВРЕМЕННОЙ АНАЛИЗ ГЕНЕРАЦИИ ВЫСОКИХ ГАРМОНИК ОПТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПРОБНОГО АТТОСЕКУНДНОГО ИМПУЛЬСА

А.А. Романов[1, 2], Н.В. Введенский[1, 2], Т.С. Саранцева[1, 3], А.А. Силаев[1, 2], М.В. Фролов[1, 3]

[1]ННГУ им. Н.И. Лобачевского
[2]Институт прикладной физики РАН
[3]Воронежский государственный университет

Физика сильных лазерных полей включает в себя ряд явлений, возникающих при ионизации атома сильным лазерным полем, движении фотоэлектронов в континууме и их возврате к родительскому иону. В круг этих явлений входит генерация гармоник высокого порядка (ГГВП) лазерного излучения, причиной которой является рекомбинация фотоэлектронов в момент возврата к иону [1, 2]. В круг этих явлений входит также генерация быстрых электронов с энергией вплоть до 10 пондеромоторных потенциалов за счёт упругого рассеяния фотоэлектронов на родительском ионе [3, 4]. Для исследования этих явлений используется анализ замкнутых траекторий свободных электронов, возникающих в процессе ионизации атомов. Свойства замкнутых траекторий используются для интерпретации общих особенностей спектров ГГВП и импульсных распределений фотоэлектронов. Например, положение отсечки в спектре ГГВП задаётся максимальной энергией, набранной вдоль замкнутой траектории; классическое действие, полученное на замкнутых траекториях, определяет интерференционные минимумы и максимумы в спектре ГГВП и спектре фотоэлектронов [1-5].

Одним из способов исследования замкнутых электронных траекторий является оконное преобразование Фурье (ОПФ) индуцированного лазерным полем дипольного ускорения $\ddot{\boldsymbol{d}}(\boldsymbol{t}) \equiv \boldsymbol{d^2 d(t)/dt^2}$:

$$\boldsymbol{S}[\ddot{\boldsymbol{d}}](\Omega_w, t_w) = \int_{-\infty}^{\infty} \ddot{\boldsymbol{d}}(t) w(t - t_w)\, exp[-i\Omega_w(t - t_w)]dt, \tag{1}$$

которое показывает распределение сигнала по времени t и круговой частоте Ω при $t = t_w$ и $\Omega = \Omega_w$. Здесь $w(t - t_w)$ есть гладкая оконная функция, которая стремится к нулю при $t = \pm\infty$, ширина и форма которой влияют на разрешение спектрограммы по частоте и времени. Большая ширина оконной функции обеспечивает высокое разрешение по частоте, но низкое разрешение по времени. По мере того, как ширина оконной функции уменьшается, улучшается разрешение по времени, но уменьшается разрешение по частоте. Наиболее востребованное ОПФ для физических задач использует гауссову оконную функцию; соответствующее ОПФ называется преобразованием Габора [6]. Несмотря на широкий круг приложений частотно-временного анализа, в настоящее время он возможен только теоретически. Это связанно с тем, что временную зависимость дипольного момента $\boldsymbol{d}(t)$ невозможно точно получить из эксперимента. В данной работе мы представляем метод нахождения частотно-временной спектрограммы дипольного ускорения, который может быть пригодным для экспериментальной реализации [7]. Предлагаемый метод заключается в измерении спектра ГГВП при ионизации атома лазерным импульсом в присутствии пробного аттосекундного импульса в вакуумном ультрафиолетовом (ВУФ) диапазоне при разных временных задержках пробного импульса. Карта спектральной интенсивности генерируемого излучения в координатах «временная задержка – частота генерируемой гармоники» воспроизводит ОПФ (1) с оконной функцией, соответствующей огибающей пробного ВУФ импульса. Изменение длительности ВУФ импульса обеспечивает управление частотным и временным разрешением ОПФ.

Рассмотрим простейший случай линейно поляризованных инфракрасного (ИК) и ВУФ импульса, взаимодействующих с атомом водорода. Суммарное электрическое поле записывается как

$$\boldsymbol{F}(t) = \hat{\boldsymbol{z}}[F_{\mathrm{IR}}(t) + F_{\mathrm{XUV}}(t-\tau)], \qquad (2)$$

где $\hat{\mathbf{z}}$ – единичный вектор вдоль оси z, τ – временная задержка между ИК и ВУФ импульсами. Проекции на ось z ИК и ВУФ полей параметризуются как

$$F_{\mathrm{IR/XUV}}(t) = F_{\mathrm{IR/XUV}} f_{\mathrm{IR/XUV}}(t)\, cos(\,\omega_{\mathrm{IR/XUV}} t), \qquad (3)$$

где $F_{\mathrm{IR/XUV}}$, $f_{\mathrm{IR/XUV}}(t)$ и $\omega_{\mathrm{IR/XUV}}$ – напряжённость, огибающая и круговая частота ИК и ВУФ импульсов, соответственно. Электрическое поле $\mathbf{F}(t)$ индуцирует направленный вдоль оси z переменный дипольный момент $\mathbf{d}(t)$. Спектр ГГВП на частоте Ω определяется как квадрат соответствующей Фурье компоненты $\mathbf{R}(\Omega)$ дипольного ускорения:

$$\boldsymbol{R}(\Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \ddot{\boldsymbol{d}}\,(t) e^{i\Omega t} dt. \qquad (4)$$

В первом порядке теории возмущений по ВУФ полю дипольный момент состоит из основного слагаемого, индуцированного ИК полем, и слагаемого, линейного по F_{XUV} (см. работы [7-9]):

$$\boldsymbol{d}(t) = \hat{\boldsymbol{z}}[d_0(t) + F_{\mathrm{XUV}} d_1(t,\tau)], \qquad (5)$$

$$\boldsymbol{R}(\Omega) = \hat{\boldsymbol{z}} \int_{-\infty}^{\infty} \ddot{d}_0\,(t) e^{i\Omega t} dt + \boldsymbol{R}_1(\Omega,\tau), \text{ где } \boldsymbol{R}_1(\Omega,\tau) = \hat{\boldsymbol{z}} F_{\mathrm{XUV}} \int_{-\infty}^{\infty} \ddot{d}_1\,(t) e^{i\Omega t} dt. \qquad (6)$$

Индуцируемое лазерным импульсом слагаемое $\ddot{d}_0(t)$ обеспечивает доминирующий вклад в спектр ГГВП на частотах ниже классического края плато в спектре ГГВП $\Omega_{\mathrm{cut}} = I_p + 3.17U_p$, где I_p – потенциал ионизации атома, $U_p = F_{\mathrm{IR}}^2/4\omega_{\mathrm{IR}}^2$ – максимальная пондеромоторная энергия электрона в лазерном поле (здесь и далее используется атомная система единиц). Слагаемое, пропорциональное F_{XUV}, обеспечивает возникновение отклика на частотах выше Ω_{cut}. При выполнении условия $\Omega \gg (df_{\mathrm{XUV}}/dt)/f_{\mathrm{XUV}}$ соответствующий вклад в спектр дипольного ускорения пропорционален ОПФ дипольного ускорения $\ddot{d}_0(t)$, индуцированного одним ИК полем, со сдвигом по частоте на ω_{XUV}; при этом форма оконной функции совпадает с огибающей ВУФ импульса, а смещение оконной функции задаётся временной задержкой τ:

$$\boldsymbol{R}_1(\Omega,\tau) = e^{i\Omega t} F_{\mathrm{XUV}} \frac{f_{rec}^{(1)}(E)}{f_{rec}(E)} \left(\frac{\Omega_1}{\Omega}\right)^2 \boldsymbol{S}[\hat{\boldsymbol{z}}\ddot{d}_0](\Omega_1,\tau) \text{ при } w(t) \equiv f_{\mathrm{XUV}}(t). \qquad (7)$$

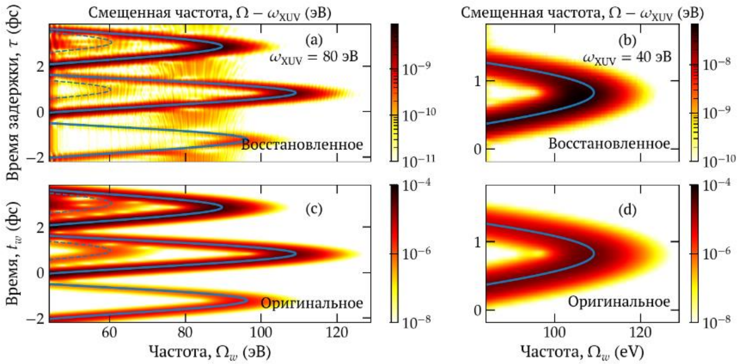


Рис.

Здесь $\Omega_1 = \Omega - \omega_{\mathrm{XUV}}$, $f_{\mathrm{rec}}(E)$ есть амплитуда рекомбинации фотоэлектрона с кинетической энергией $E = \Omega_1 - I_p$, $f_{\mathrm{rec}}^{(1)}(E)$ – двухфотонная амплитуда рекомбинации, отвечающая поглощению фотона частоты ω_{XUV} и излучению фотона частоты Ω [7-9]. Слагаемое $\mathbf{R}_1(\Omega, \tau)$ даёт вклад в диапазоне частот $\Omega_{\mathrm{cut}} < \Omega < \Omega_{\mathrm{cut}} + \omega_{\mathrm{XUV}}$. Таким образом, измерение спектра ГГВП в этом диапазоне частот для разных задержек τ делает возможным восстановление спектрограммы индуцированного ИК полем дипольного ускорения в частотном интервале ширины ω_{XUV} вблизи края плато.

Точность описанного метода восстановления ОПФ дипольного ускорения проверялась на основе численного моделирования, который включает в себя квантовомеханический расчет спектров ГГВП в присутствии ВУФ импульса при большом количестве различных значений времени задержки τ ВУФ импульса относительно ИК импульса. Полученная карта спектров ГГВП в координатах «частота – задержка» сопоставлялась со спектрограммой (1) дипольного ускорения, генерируемого в поле одного ИК импульса. В представленных ниже расчётах предполагается, что газ состоит из атомов водорода. Численное моделирование выполнялось на основе численного решения трехмерного уравнения Шредингера с использованием разложения волновых функций по сферическим гармоникам и метода операторного расщепления [10]. Пиковая интенсивность ИК поля задаётся равной $2{\cdot}10^{14}$ Вт/см^2, круговая частота ИК поля равна $\omega_{\mathrm{IR}} = 1$ эВ, длительность импульса по уровню интенсивности ½ равна 7.5 фс. Пиковая интенсивность ВУФ импульса равна $I_{\mathrm{XUV}} = 2{\cdot}10^{14}$ Вт/см^2, длительность равна 200 ас, частота задаётся равной $\omega_{\mathrm{XUV}} = 40$ и 80 эВ. Поскольку ВУФ импульс является пробным, он не должен существенно влиять на динамику атомной мишени. Поэтому параметры ВУФ импульса (несущая частота и пиковая интенсивность) выбраны таким образом, чтобы ионизация атома ВУФ импульсом не оказывала существенного влияния на ГГВП.

Результаты численных расчётов для указанных выше параметров лазерного ИК и пробного ВУФ импульсов показаны на рисунке. На панелях (a, b) представлено распределение спектральной интенсивности гармоник, индуцированных ИК и пробным XUV-импульсами, в зависимости от частоты гармоник и временной задержки при

$\omega_{\mathrm{XUV}} = 80$ и 40 эВ соответственно. На панелях (c, d) показано преобразование Габора дипольного ускорения, индуцированного одним только ИК-полем; форма оконной функции в преобразовании Габора совпадает с огибающей зондирующего ВУФ-импульса, рассмотренной на панелях (a, b). Видно, что выход ГГВП в координатах «временная задержка – частота гармоники» на панелях (a, b) с высокой точностью воспроизводит преобразование Габора для частот в диапазоне $\Omega_{\mathrm{th}} - \omega_{\mathrm{XUV}} < \Omega_{\mathrm{w}} < \Omega_{\mathrm{th}}$, где $\Omega_{\mathrm{th}} \approx 120$ эВ есть некоторая пороговая частота, выше которой спектральные интенсивности гармоник в комбинированном поле ИК и ВУФ импульсов выше, чем в одном ИК поле при любом времени задержки τ. Частота Ω_{th} немного выше, чем классический край плато в спектре ГГВП $\Omega_{\mathrm{cut}} \approx 110$ эВ. Для частоты пробного импульса $\omega_{\mathrm{XUV}} = 40$ эВ спектрограмма дипольного ускорения восстанавливается в диапазоне 80 эВ<Ω_{w}<120 эВ, в то время как при $\omega_{\mathrm{XUV}} = 80$ эВ этот диапазон увеличивается до 40 эВ<Ω_{w}<120 эВ. В последнем случае временной интервал восстановления спектрограммы охватывает длительность ИК импульса по уровню интенсивности 1/2, в то время как при $\omega_{\mathrm{XUV}} = 40$ эВ этот интервал ограничен полупериодом ИК поля вблизи максимума его огибающей.

Спектрограммы дипольного ускорения расположены вдоль классических зависимостей энергии испускаемых фотонов от времени рекомбинации. Замкнутые траектории с одинаковой энергией первого возврата, но разным временем начала движения в континууме называются короткими и длинными траекториями [1]. Как исходная, так и восстановленная спектрограммы дипольного ускорения на рисунке демонстрируют преобладание вклада коротких траекторий в ГГВП для одноцветного инфракрасного лазерного поля. Более того, для большой частоты пробных импульсов (80 эВ) восстановленная спектрограмма также отслеживает вклад траекторий с множественными возвратами, которые имеют меньшую энергию и меньший вес в общем спектре ГГВП.

Таким образом, предложенный в работе [7] метод измерения оконного преобразования Фурье дипольного ускорения, основанный на использовании пробного аттосекундного импульса, обладает высокой точностью и может служить для экспериментального анализа замкнутых траекторий электронов в лазерном поле и вклада различных траекторий как в генерацию высоких гармоник, так и в другие процессы, происходящие в сильных лазерных полях.

Работа выполнена при поддержке Совета по грантам Президента Российской Федерации (проекты № МК-1849.2020.2, №СП-275.2021.5), РФФИ (проект № 20-32-70213) и фонда "Базис" (грант № 19-1-2-52-1).

[1] Krausz F., Ivanov M. // Rev. Mod. Phys. 2009. Vol. 81. P. 163.
[2] Corkum P. B. // Phys. Rev. Lett. 1993. Vol. 71. P. 1994.
[3] Milošević D. B. et al. // J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. 2006. Vol. 39. P. R203.
[4] Becker W. et al. // J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. 2018. Vol. 51. P. 162002.
[5] Frolov M. V. et al. // Phys. Rev. Lett. 2009. Vol. 102. P. 243901.
[6] Sheu Y.-L., Wu H.-T., Hsu L.-Y. // Opt. Express. 2015. Vol. 23. P. 30459.
[7] Sarantseva T. S. et al. // Opt. Express. 2021. Vol. 29. P. 1428.
[8] Sarantseva T. S. et al. // Phys. Rev. A. 2018. Vol. 98. P. 063433.
[9] Sarantseva T. S. et al. // Phys. Rev. A. 2020. Vol. 101. P. 013402.
[10] Silaev A. A. et al. // J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. 2018. Vol. 51. P. 065005

ГЕНЕРАЦИЯ ЧЕТВЕРТОЙ ГАРМОНИКИ ШИРОКОПОЛОСНЫХ ЧИРПИРОВАННЫХ ИНФРАКРАСНЫХ ЛАЗЕРНЫХ ИМПУЛЬСОВ С СОХРАНЕНИЕМ СЛОЖНОГО ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ИНТЕНСИВНОСТИ

И.В. Кузьмин, М.А. Мартьянов, С.Ю. Миронов

Институт прикладной физики РАН

Для генерации терагерцовых импульсов миллиджоулевого уровня энергии широко используются лазеры на свободных электронах в режиме усиленного спонтанного излучения. Для стабилизации фазы между огибающей терагерцового импульса и высокочастотным заполнением в таких системах используют электронные сгустки длительностью несколько десятков пикосекунд с периодической терагерцовой модуляцией электронной плотности. В качестве стартовой части современных линейных ускорителей [1] используются фотоинжекторы, в которых генерация электронов осуществляется с поверхности фотокатода под действием лазерного излучения. Свойства сгенерированного электронного сгустка зависят от 3D распределения интенсивности лазерного импульса. Таким образом, для получения электронного сгустка с модуляцией электронной плотности требуется облучать катод лазерными импульсами с периодической модуляцией интенсивности во времени. Глубина и период модуляции должны быть контролируемыми параметрами.

Для облучения фотокатода требуется использовать лазерные импульсы видимого и УФ-диапазона, поскольку в этом случае квантовая эффективность полупроводниковых катодов выше. Получить лазерные импульсы с периодической модуляцией интенсивности во времени можно при последовательной генерации второй и четвертой гармоник модулированного импульса с сохранением пространственно-временного распределения интенсивности.

Генерация второй и четвертой гармоник широкополосных чирпированных лазерных импульсов с высокой эффективностью может быть реализована за счет использования углового чирпирования [2] либо неколлинеарной схемы взаимодействия первого (oo-e) типа импульсов с равными по модулю и противоположными по знаку частотные чирпами [3]. При генерации второй гармоники (ГВГ) импульсами с линейными частотными чирпами более простым с точки зрения экспериментальной реализации выглядит подход с использованием частотных чирпов разного знака в условиях oo-e синхронизма. В этом случае генерация второй гармоники выполняется по неколлинеарной схеме, а взаимодействующие импульсы имеют частотные чирпы, равные по модулю и противоположные по знаку [3,4]. Такой метод обеспечивает генерацию одной и той же частоты на всей длине взаимодействия, при этом спектр импульса второй гармоники, которая уже спектрально ограничена, определяется длительностью взаимодействующих чирпированных импульсов. Поскольку ширина спектра второй гармоники $\Delta\omega_2 << \Delta\omega_1$, дисперсионные эффекты сказываются на преобразовании значительно слабее, чем в случае классической ГВГ.

Для моделирования неколлинеарной ГВГ широкополосными импульсами будем использовать систему уравнений, полученную на основе однонаправленного уравнения распространения [5]:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \hat{A}_1}{\partial z} = i\left(\sqrt{k^2(\Omega_1) - {k_\perp}^2} - k_0\right)\hat{A}_1 + \dfrac{i(\Omega_1)^2}{2c^2\sqrt{k^2(\Omega_1) - {k_\perp}^2}} F_+ C_1, \\ \dfrac{\partial \hat{A}_2}{\partial z} = i\left(\sqrt{k^2(\Omega_1) - {k_\perp}^2} - k_0\right)\hat{A}_2 + \dfrac{i(\Omega_1)^2}{2c^2\sqrt{k^2(\Omega_1) - {k_\perp}^2}} F_+ C_2, \\ \dfrac{\partial \hat{B}}{\partial z} = i\left(\sqrt{k^2(\Omega_2, \theta) - {k_\perp}^2} - k_2\right)\hat{B} + \dfrac{i(\Omega_2)^2 \times F_+\left[d_{eff} A_1 A_2 e^{2ik_0 z - ik_2 z}\right]}{2c^2\sqrt{k^2(\Omega_2, \theta) - {k_\perp}^2}}, \\ \dfrac{\partial \hat{B}_1}{\partial z} = i\left(\sqrt{k^2(\Omega_2, \theta) - {k_\perp}^2} - k_{21}\right)\hat{B}_1 + \dfrac{i(\Omega_2)^2 \times F_+\left[d_{eff}' {A_1}^2 e^{2ik_0 z - ik_{21} z}\right]}{4c^2\sqrt{k^2(\Omega_2, \theta) - {k_\perp}^2}}, \\ \dfrac{\partial \hat{B}_2}{\partial z} = i\left(\sqrt{k^2(\Omega_2, \theta) - {k_\perp}^2} - k_{22}\right)\hat{B}_2 + \dfrac{i(\Omega_2)^2 \times F_+\left[d_{eff}' {A_2}^2 e^{2ik_0 z - ik_{21} z}\right]}{4c^2\sqrt{k^2(\Omega_2, \theta) - {k_\perp}^2}}. \end{cases} \tag{1}$$

$$C_1 = d_{eff}' {A_1}^* B_1 e^{-2ik_0 z + ik_{21} z} + {A_2}^* B e^{-2ik_0 z + ik_2 z} + \tag{2}$$

$$+ d_{eff}' {A_2}^* B_1 e^{-2ik_0 z + ik_{21} z},$$

$$C_2 = d'_{eff} {A_2}^* B_2 e^{-2ik_0 z + ik_{22} z} + d_{eff} {A_1}^* B e^{-2ik_0 z + ik_2 z} +$$

$$+ d_{eff}' {A_1}^* B_2 e^{-2ik_0 z + ik_{22} z},$$

$$A_1 = F_- \hat{A}_1, A_2 = F_- \hat{A}_2, B = F_- \hat{B}, B_1 = F_- \hat{B}_1, B_2 = F_- \hat{B}_2.$$

Здесь $\hat{A}_1(z, k_\perp, \Omega)$, $\hat{A}_2(z, k_\perp, \Omega)$ – поля взаимодействующих фундаментальных импульсов; $\hat{B}(z, k_\perp, \Omega)$, $\hat{B}_1(z, k_\perp, \Omega)$, $\hat{B}_2(z, k_\perp, \Omega)$ – поля неколлинеарной и коллинеарных (попутных) импульсов второй гармоники; k_0, k_2, k_{21}, k_{22} – проекции на ось z волновых векторов на центральных частотах импульсов первой и второй гармоник, $k(\omega, \theta) = {}^{\omega}/_{c}\, n(\omega, \theta)$ – модуль волнового вектора взаимодействующих импульсов, n – показатель преломления, θ – угол относительно оптической оси кристалла, c – скорость света в вакууме; $\Omega_1 = \omega_{10} + \Omega$, $\Omega_2 = \omega_{20} + \Omega$, где Ω – отстройка от центральной частоты; d_{eff} – эффективный нелинейный коэффициент, F_+, F_- – операторы прямого и обратного преобразования Фурье, $k_\perp$ – поперечный волновой вектор.

Приведенная система уравнений учитывает влияние генерации попутных компонент на распределение интенсивности неколлинеарной ВГ независимо от величины угла между взаимодействующим импульсами. В систему уравнений включена без дополнительных приближений дисперсия, дифракция, диафрагменно-апертурный эффект (walk-off). Кроме того, описывается явление самодифракции, поскольку при взаимодействии учитывается пространственный спектр импульсов первой и второй гармоник.

При проведении моделирования будем использовать следующие параметры: центральная длина волны 1034 нм, размер пучка ~ 1 мм, кристалл ВВО толщиной 1.5 мм, интенсивность 2 ГВт/см^2. Выбранные параметры характерны для лазерных систем, используемых для облучения Cs_2Te катодов. Для ширины спектра будем использовать значения 35 нм (частота модуляции 1 ТГц) и 55 нм (частота модуляции 2 ТГц). Пространственно-временная форма импульсов является эллипсоидальной, длительность около 30 пс. Отметим, что периодическая модуляция интенсивности у указанных эллипсоидальных импульсов сформирована в интерферометрической схеме. Для эффективного преобразования угол схождения между пучками должен быть выбран таким, чтобы обеспечивать минимальное попутное преобразование на всей спектральной ширине взаимодействующих импульсов и отсутствие искажений в распределении интенсивности второй гармоники. При проведении моделирования полный угол схождения внутри кристалла был выбран 3 и 4 градуса при ширине спектра 35 и 55 нм соответственно. На рис. 1 показаны пространственно-временные распределения интенсивности импульсов второй гармоники при частоте модуляции 1 ТГц (ширина спектра первой гармоники 35 нм) (1) и 2 ТГц (ширина спектра второй гармоники 55 нм) (2), а именно временные распределения интенсивности в сечении x=0 (a), пространственно-временные распределения интенсивности (b), спектральные распределения интенсивности (c).

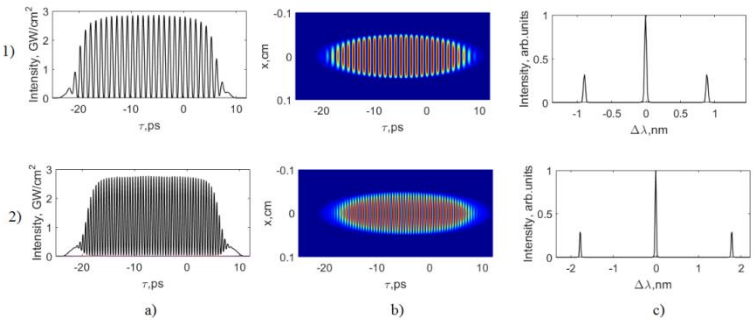


Рис. 1

Видно, что структура распределения интенсивности переносится без искажений с высокой эффективностью преобразования. Положение сателлитов на спектре второй гармоники зависит от частоты модуляции. Увеличение спектральной ширины второй гармоники с ростом частоты модуляции приводит к значительному влиянию материальной дисперсии на преобразование в четвертую гармонику. В частности, поскольку пик на центральной частоте достаточно узок (~0.05 нм), дисперсионные эффекты влияют только на воспроизводимость глубины модуляции.

Для точного воспроизведения глубины модуляции второй гармоники длина кристалла ВВО должна составлять не более 0.5 мм, в этом случае дисперсионные эффекты сказываются на эффективность преобразования незначительно и заданная во второй гармонике глубина модуляция воспроизводится в четвертой с точностью до 90%. Другой способ заключается в управлении глубиной модуляции четвертой гармоники за счет совместного действия дисперсии и нелинейности при преобразовании. В этом случае глубина модуляции в импульсе четвертой гармоники является функцией интенсивности и толщины кристалла. На рис. 2 приведены результаты численного моделирования генерации четвертой гармоники (ГЧГ) для эллипсоидального импульса второй гармоники (интенсивность 6 ГВт/см^2,$\kappa_{SH} = 1$) с частотой модуляции 1 ТГц, толщина кристалла BBO 1.5 мм, а именно временные распределения интенсивности в сечении x=0 (a), пространственно-временные распределения интенсивности (b), а также зависимость глубины модуляции четвертой гармоники κ_{FH} от пиковой интенсивности при разных толщинах кристалла BBO (c). Видно, что эллипсоидальное распределение сохраняется, а дисперсионные эффекты, связанные с увеличением частоты модуляции, приводят к снижению ее глубины. Показано, что при частоте модуляции 1 ТГц и толщине кристалла 1.5 мм диапазон глубины модуляции κ_{FH} ≈0,35.

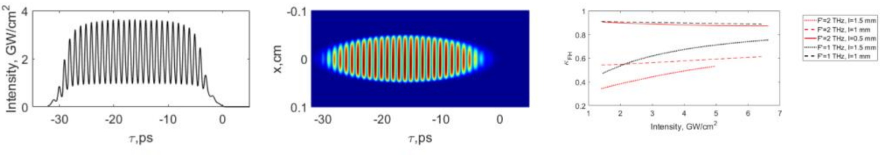


Рис. 2

Таким образом, неколлинеарная ГВГ импульсами с равными по модулю и противоположными по знаку частотными чирпами позволяет сохранить во второй гармонике пространственно-временное распределение интенсивности, заданное у широкополосных (спектральная ширина более 50 нм) импульсов при наличии периодической модуляции интенсивности во времени. В этом случае сформированные импульсы второй гармоники имеют узкую спектральную компоненту на центральной частоте (~0.05 нм) и сателлиты, положение которых определяется периодом модуляции. Показано, что преобразование в четвертую гармонику можно осуществить при незначительном влиянии дисперсии (глубина модуляции воспроизводится точно (κ_{FH} ~90%), толщина кристалла <0.5 мм) и с управлением глубиной модуляции при совместном влиянии дисперсии и нелинейности преобразования (толщина кристалла ~1.5 мм).

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (проект № 0030-2019-0017).

[1] Pacey T. et al. // Phys. Rev. Accel. Beams. 2019. Vol. 22, № 9. P. 091302.
[2] Kuzmin I.V. et al. // App. Opt. 2019. Vol. 58, № 10. P. 2678.
[3] Kuzmin I.V. et al. // App. Opt. 2021. Vol. 61, №. 11. P. 3128.
[4] Raoult F. et al. // Opt. Lett. 1998. Vol. 23, №. 14. P. 1117.
[5] Couairon A. et al. // Eur. Phys. J.l Special Topics. 2011 Vol. 199, № 1. P. 5.

УПРАВЛЕНИЕ ПАРАМЕТРАМИ ТЕРАГЕРЦОВОГО И СРЕДНЕГО ИНФРАКРАСНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ, ГЕНЕРИРУЕМОГО ПРИ ИОНИЗАЦИИ ГАЗОВ ТРЕХЦВЕТНЫМИ ФЕМТОСЕКУНДНЫМИ ЛАЗЕРНЫМИ ИМПУЛЬСАМИ

И.В. Осовицкая[1, 2], В.А. Костин[1, 2], Н.В. Введенский[1, 2]

[1] *ННГУ им. Н.И. Лобачевского*
[2] *Институт прикладной физики РАН*

Достаточно перспективными генераторами сверхширокополосных импульсов в терагерцовом и среднем инфракрасном спектральных диапазонах являются источники на основе ионизации газов фемтосекундными лазерными импульсами. Наибольшее распространение получила схема с двухцветными ионизующими импульсами, содержащими поле на основной частоте и его вторую гармонику [1, 2], хотя исследовались схемы и с другими отношениями частот квазимонохроматических компонент, например, 3:2, 4:3 и 4:1 [3, 4], а также с использованием перестраиваемого по частоте излучения, близкого по частоте к половинной гармонике основного поля [5-8]. В последнем случае возможна эффективная генерация излучения вблизи частоты отстройки от половинной гармоники, которая может лежать в среднем инфракрасном диапазоне. Проблемы увеличения эффективности лазерно-плазменных источников и управления параметрами генерируемого терагерцового излучения могут решаться путем использования трехцветных ионизующих импульсов, содержащих поле на основной частоте и добавочные вторую и третью гармоники [9-12]. В настоящей работе впервые исследованы процессы генерации терагерцового и среднего инфракрасного излучения при ионизации газа трехцветным лазерным импульсом, в котором вместо второй гармоники присутствует частотно-перестраиваемое излучение, близкое по частоте к половинной гармонике. При нулевой отстройке от частоты половинной гармоники будет генерироваться терагерцовое излучение, а при введении отстройки – излучение в среднем инфракрасном диапазоне вблизи частоты отстройки.

Для расчета параметров терагерцового излучения используется двухстадийный подход [12, 13], который исходит из малости характерной частоты f_{THz} генерируемого терагерцового излучения по сравнению с обратной длительностью ионизующего импульса $1/\tau$: $f_{\mathrm{THz}}\tau \ll 1$. На первой стадии решаются уравнения для плотности плазмы $N(\mathbf{r},\mathrm{t})$ и плотности электронного тока $\mathbf{j}(\mathbf{r},\mathrm{t})$:

$$\frac{\partial N}{\partial t} = (N_m - N)w(|\mathbf{E}|), \qquad \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} = \frac{Ne^2}{m}\mathbf{E}, \tag{1}$$

где e — элементарный заряд, m — масса электрона, c — скорость света, $\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$ — напряженность электрического поля, N_m — начальная плотность нейтральных частиц, $w(|\mathbf{E}|)$ — вероятность ионизации в единицу времени. В численных расчетах используется эмпирическая формула для атома водорода [14] $w(|\mathbf{E}|) = 4\omega_a(E_a/|\mathbf{E}|)\exp(-\,2E_a/3|\mathbf{E}| - 12\,|\mathbf{E}|/E_a)$, где $\omega_a \approx 4.13\cdot 10^{16}$ с$^{-1}$ и $E_a \approx 5.14\cdot 10^9$ В/см — атомные единицы частоты и поля.

При решении системы (1) на первой стадии поле считается заданным и равным полю в трехцветном оптическом бесселевом пучке, определяемом магнитным вектором Герца $\mathbf{\Pi}^m = \hat{\mathbf{y}} \int_{-\infty}^{\infty} A_\omega J_0(k_\perp r) e^{-i\omega\xi}\, d\omega/2\pi$, где θ — угол фокусировки бесселева пучка, $k_\perp = \sin\theta\, \omega/c$ — поперечное волновое число, $\xi = t - z/V$ — бегущее время, $V = c/\cos\theta$ — фазовая скорость, r — расстояние до оси пучка (оси z декартовой и цилиндрической системы координат), J_0 — функция Бесселя нулевого порядка, $\hat{\mathbf{y}}$ — единичный вектор, направленный вдоль оси y, функция A_ω является Фурье-спектром компоненты вектора Герца на оси пучка и задает временной профиль ионизующего импульса. В численных расчетах выбирается временной профиль трехцветного импульса с компактным носителем $[-2\tau, 0]$ на оси y

$$\Pi_y^m = \begin{cases} -\dfrac{\sqrt{8\pi c^3}}{\cos^2\theta} \sin^4\left(\dfrac{\pi\xi}{2\tau}\right) \displaystyle\sum_{j=1}^{3} \dfrac{\sqrt{I_j}}{\omega_j^2} \cos(\omega_j \xi + \psi_j) & \text{при } |\xi + \tau| < \tau, \\ 0 & \text{при } |\xi + \tau| \geq \tau, \end{cases} \tag{2}$$

где $\omega_2 = \omega_1/2$ для трехцветного ионизующего импульса с половинной гармоникой или $\omega_2 = 2\omega_1$ для импульса со второй гармоникой, $\omega_3 = 3\omega_1$ (частота основной гармоники ω_1 соответствует длине волны $2\pi c/\omega_1 = 800$ нм в численных расчетах), I_j — максимальная интенсивность поля j-й гармоники, ψ_j — абсолютная фаза j-й гармоники.

В результате численного интегрирования системы (1) внутри цилиндрической области $r < a = \mu_0 c/\omega_1 \sin\theta$ находятся распределение плотности плазмы к моменту окончания ионизующего импульса $\mathcal{N}(r) = N(r, \varphi = \pi/4, \xi = 0)$ и распределение остаточной плотности тока $\mathbf{J}(r, \varphi) = \mathbf{j}(r, \varphi, \xi = 0)$; здесь $\mu_0 \approx 2.405$ — первый нуль J_0. Эти распределения используются как параметры и начальные условия для второй стадии, где решаются уравнения Максвелла совместно с линейными уравнениями для плотности электронного тока в холодной столкновительной плазме (частота столкновений электронов с тяжелыми частицами равна $5 \cdot 10^{12}$ с$^{-1}$ в численных расчетах). Применение преобразования Лапласа по ξ к получившейся начальной задаче для полей и тока позволяет свести ее к краевой задаче для лапласовских изображений продольного электрического и магнитного полей. Из решения краевой задачи при $r = a$ может быть рассчитана излученная на бесконечность энергия W_{rad} в терагерцовом диапазоне частот f на единицу длины вдоль оси z, а также ее спектральная плотность $w_{\text{rad}}(f)$; $W_{\text{rad}} = \int_0^{f_{\max}} w_{\text{rad}}(f) df$, где $f_{\max}$ — верхняя граница интересующего частотного диапазона (10 ТГц в расчетах).

Описанные выше уравнения решались численно для начальной плотности нейтральных частиц $N_m = 3 \cdot 10^{17}$ см$^{-3}$, угла фокусировки $\theta = 10°$ в широком диапазоне длительностей ионизующего импульса $30\ \text{фс} \leq \tau_p = \left[4 \arccos\left(2^{-1/8}\right)/\pi\right]\tau \leq 200\ \text{фс}$ и интенсивностей основной гармоники 10^{14} Вт/см$^2 \leq I_1 \leq 5 \cdot 10^{14}$ Вт/см^2 при разных $\alpha_{2,3} \leq 1$, $\psi_1 = 0$. Результаты расчетов были сопоставлены с аналогичными расчетами для трехцветного ионизующего импульса со второй гармоникой [12]. Как и в первом случае, так и во втором центральная частота и ширина терагерцового спектра может существенно зависеть от фазового сдвига между третьей гармоникой и основным полем. При этом в случае трехцветного ионизующего импульса с половинной гармоникой энергия излучения может быть выше, а возможная полоса перестройки центральной частоты терагерцового спектра шире, чем в случае трехцветного ионизующего импульса со второй гармоникой, что демонстрирует рис. 1. На рис. 1 изображены спектральные плотности излученной энергии $w_{\mathrm{rad}}(f)$ для $\tau_p = 50$ фс, $I_1 = 1.5 \cdot 10^{14}$ Вт/см^2, $I_2 = I_1/16$, $I_3 = I_1/25$ слева для трехцветного ионизующего импульса с половинной гармоникой, справа — для импульса со второй гармоникой. Сплошная кривая соответствует значениям $\psi_2 = 0.8$, $\psi_3 = 0$ для импульса с половинной гармоникой и $\psi_2 = 1.2$, $\psi_3 = 2.1$ для импульса со второй гармоникой, штриховая кривая — $\psi_2 = 0.8$, $\psi_3 = 3.1$ или $\psi_2 = 1.2$, $\psi_3 = 1.0$ соответственно для импульса с половинной или со второй гармоникой.

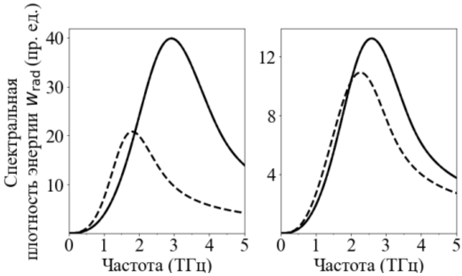


Рис. 1

При ионизации газа трехцветным импульсом, содержащим частотно-перестраиваемую половинную гармонику, плотности возбуждаемых электронных токов могут быть рассчитаны из системы уравнений (1). Проекция напряженности электрического поля $\mathbf{E}(t)$ в ионизующем импульсе на ось z задавалась следующим образом:

$$E_z(t) = \begin{cases} \sqrt{\dfrac{8\pi}{c}} \cos^4\left(\dfrac{\pi t}{2\tau}\right) \displaystyle\sum_{j=1}^{3} \sqrt{I_j} \cos(\omega_j t + \psi_j) & \text{при } |t| < \tau, \\ 0 & \text{при } |t| \geq \tau, \end{cases} \qquad (3)$$

где $\omega_2 = (\omega_1 + \Delta\omega)/2$, $\Delta\omega$ – частотная отстройка. Для анализа токов $\mathbf{j}_f(t)$ в среднем инфракрасном диапазоне частот к рассчитанному току свободных электронов $\mathbf{j}(t)$ применялся низкочастотный фильтр. В случае $\Delta\omega = 0$ центральная частота спектра генерируемых предельно коротких низкочастотных импульсов обратно пропорциональна времени ионизации. При $\Delta\omega \neq 0$ генерация происходит на частоте $\Delta\omega$, причем для положительных отстроек $\Delta\omega > 0$ эффективность генерации выше, чем для отрицательных отстроек $\Delta\omega < 0$, как было показано еще в [7] для двухцветных ионизующих импульсов, содержащих квазимонохроматические компоненты с частотным отношением, близким к 2. Добавление к ионизующему импульсу достаточно слабой третьей гармоники $I_3 \ll I_1$ может существенно усиливать или ослаблять генерацию в зависимости от фазы третьей гармоники ψ_3. В частности, при наличии третьей гармоники за счет подбора ψ_3 оказывается возможной эффективная генерация при $\Delta\omega < 0$. Это иллюстрирует рис. 2, где представлены спектры генерируемых импульсов для $2\pi c/\omega_1 = 800$ нм, $\tau_p = 50$ фс, $I_1 = 1.5 \cdot 10^{14}$ Вт/см^2, $I_2 = I_1/16$, $\psi_1 = 0$, для левого графика $\Delta\omega/\omega_1 = 0.1$, для правого графика $\Delta\omega/\omega_1 = -0.1$. Сплошные кривые соответствуют случаю двухцветного ионизующего импульса $I_3 = 0$, штриховые и штрих-пунктирные кривые — случаю трехцветного ионизующего импульса с $I_3 = I_1/25$ и $\psi_3 = 0$ или $\psi_3 = \pi$ соответственно.

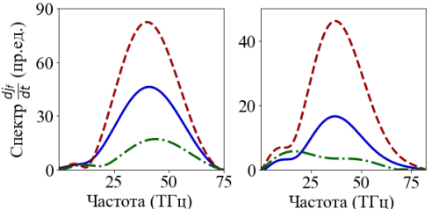


Рис. 2

Таким образом, возможно управление спектром, волновой формой и амплитудой генерируемого терагерцового и среднего инфракрасного излучения посредством изменения фазового сдвига между третьей и основной гармоникой в трехцветном ионизующем импульсе. Это может быть использовано для создания частотно-перестраиваемых источников излучения с контролируемыми параметрами в труднодоступных частотных диапазонах.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 20-32-70213).

[1] Cook D.J., Hochstrasser R.M. // Opt. Lett. 2000. Vol. 25. P. 1210.
[2] Kim K.Y., Glownia J.H., Taylor A.J., Rodriguez G. // Opt. Express. 2007. Vol. 15. P. 4577.
[3] Kostin V.A., Laryushin I.D., Silaev A.A., Vvedenskii N.V. // Phys. Rev. Lett. 2016. Vol. 117. P. 035003.
[4] Zhang L.-L., Wang W.-M., Wu T., et al. // Phys. Rev. Lett. 2017. Vol. 119. P. 235001.
[5] Vvedenskii N.V., Korytin A.I., Kostin V.A., et al. // Physical Review Letters. 2014. Vol. 112. P. 055004.
[6] Balčiūnas T., Lorenc D., Ivanov M., et al. // Opt. Express. 2015. Vol. 23. P. 15278.
[7] Силаев А.А., Костин В.А., Ларюшин И.Д., Введенский Н.В. // Письма в ЖЭТФ. 2018. Т. 107. С. 160.
[8] Kostin V.A., Vvedenskii N.V. // Phys. Rev. Lett. 2018. Vol. 120. P. 065002.
[9] González de Alaiza Martínez P., Babushkin I., Bergé L., et al. // Phys. Rev. Lett. 2015. Vol. 114. P. 183901.
[10] Vaičaitis V., Balachninaitė O., Morgner U., Babushkin I. // J. App. Phys. 2019. Vol. 125. P. 173103.
[11] Костин В.А., Ларюшин И.Д., Введенский Н.В. // Письма в ЖЭТФ. 2020. Т. 112. С. 81.
[12] Осовицкая И. В., Костин В. А., Введенский Н. В. // Труды XXIV Научн. конф. по радиофизике. – Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2020. С. 13.
[13] Gildenburg V.B., Vvedenskii N.V. // Phys. Rev. Lett. 2007. Vol. 98. P. 245002.
[14] Tong X.M., Lin C.D. // J. Phys. B. 2005. Vol. 38. P. 2593.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАЗРЕШАЮЩЕЙ СПОСОБНОСТИ СПЕКТРОМЕТРА В НИЗКОКОГЕРЕНТНОЙ ИНТЕРФЕРОМЕТРИИ

Е.П. Шерстнев, П.А. Шилягин, Г.В. Геликонов

Институт прикладной физики РАН

Оптическая когерентная томография (ОКТ) – неинвазивный метод медицинской диагностики, основанный на регистрации интерференции низкокогерентного излучения, рассеиваемого оптическими неоднородностями исследуемой среды, с опорной волной. Существует два основных способа реализации ОКТ. В первом снятие изображения происходит за счет смещения опорного зеркала, что требует временных затрат. В настоящее время более распространена другая реализация ОКТ. В ней сумма отраженных сигналов регистрируется спектрометром. Роль дисперсионного элемента в спектрометре, как правило, выполняет дифракционная решетка. В последнее время в дополнение к дифракционной решетке используется призма, корректирующая неэквидистантность снятия спектра. Однако эта призма также вносит изменения в дисперсию спектрометра [1].

Использование спектрометра в качестве регистрирующего элемента приводит к ослаблению сигнала с увеличением разности хода интерферирующих волн (в литературе используется термин «fall-off» [2]). Этот эффект обусловлен рядом факторов, основными из которых являются конечный размер элемента фотоприемного массива спектрометра и конечная ширина отдельно регистрируемой спектральной компоненты, определяемая дифракционными свойствами фокусируемого пучка и разрешающей способностью дифракционной решетки.

Существующее в настоящее время описание этого явления неудовлетворительно согласуется с экспериментальными данными [3]. Проблема этого описания заключается в том, что в нем не учтено влияние разрешающей способности дифракционной решетки. В исследовании [4] было представлено уточненное описание fall-off, которое учитывает влияние разрешающей способности дифракционной решетки и изменение дисперсии из-за использования дополнительной призмы, корректирующей неэквидистантность. Согласно этому описанию, при спектральной регистрации сигнала уменьшение отклика системы с увеличением разности хода интерферирующих волн представляется следующей формулой:

$$FO(z) = \frac{sin\left(\frac{z\,p\,R_0}{\eta}\right)}{\left(\frac{z\,p\,R_0}{\eta}\right)} \times exp\left[-\frac{1}{2}\,\frac{1+\eta^2}{\eta^2}\,(z\,w_0\,R_0)^2\right], \qquad (1)$$

где z – разность хода, p – размер пикселя, R_0 – линейная дисперсия спектрометра без учета корректирующей призмы, η – коэффициент коррекции дисперсии, w_0 – ширина сфокусированного пучка на приемной линейке.

Предварительная оценка модели, основанная на сравнении с опубликованными экспериментальными данными [3], показывает ее состоятельность. Настоящая работа посвящена экспериментальной проверке модели на натурном эксперименте.

В качестве мишени использовалась зеркальная поверхность с коэффициентом отражения 4%. Регистрация сигнала интерференции реализована с использованием лабораторного устройства ОКТ с центральной длиной волны 1055 нм и шириной полосы приема 81 нм. Спектрометр устройства построен на дифракционной решетке с частотой штрихов 1500 1/мм, освещаемой пучком с полушириной на уровне $1/e$ 1,6 мм, и корректирующего элемента ($\eta = 0{,}74$). Фокусное расстояние объектива спектрометра составляет 86 мм, поперечный размер пикселя $p = 25$ мкм.

В пилотном эксперименте было обнаружено существенное влияние на результат явлений радиотехнической природы. Результаты показаны на рис. 1. Верхняя кривая соответствует теоретическому предсказанию, полученному с помощью формулы (1). Нижняя кривая показывает экспериментальные результаты. Зарегистрированная кривая чувствительности спектрометра существенным образом отличалась от теоретического предсказания в центральной части, несмотря на хорошее совпадение данных для крайних значений. При этом отношение экспериментально зафиксированных значений к определяемым с использованием формулы (1) имеет форму, симметричную относительно центра изображения. График этого отношения показан на рис.2. Ввиду особенностей формирования сигнала на выходе фотоприёмного элемента, заключающихся в независимом выводе чётных и нечётных отсчётов в два физически отдельных канала [5], центр изображения соответствует максимальной радиотехнической частоте, а зарегистрированный профиль обусловлен влиянием эффективного НЧ-фильтра, формируемого радиотехническими элементами каждого канала.

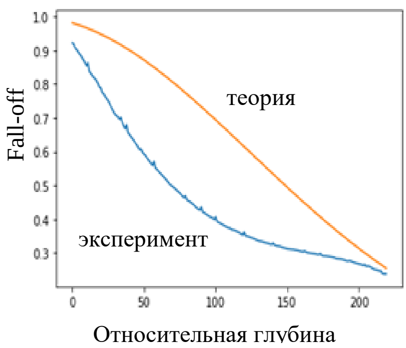


Рис. 1

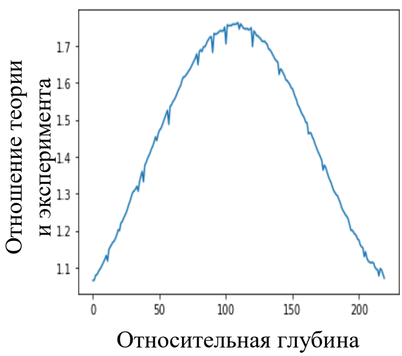


Рис. 2

Для подтверждения гипотезы о влиянии на изображение передаточной характеристики фильтра был проведен повторный эксперимент. Во втором эксперименте была четырехкратно понижена тактовая частота работы устройства. На рис. 3 показано сравнение опытных данных второго эксперимента и теоретического предсказания. Верхняя гладкая кривая показывает теоретические значения, нижняя кривая представляет собой набор пиков соответствующих положениям отражателя. Из рис. 3 видно, что совпадение теории и эксперимента при пониженной таковой частоте значительно лучше, чем в первом эксперименте (рис. 1). Кроме того, на рис. 3 заметно незначительное проседание по интенсивности в центре изображения. Это свидетельствует о том, что здесь проявляется передаточная характеристика. Отличия в начале изображения связаны с уменьшением отраженной мощности, обусловленным смещением оси отражателя вследствие неравномерности движения каретки. В целом, результаты эксперимента соответствуют теоретическому предсказанию. Они также подтверждают гипотезу о возникновении расхождений в первом эксперименте из-за влияния факторов радиотехнической природы.

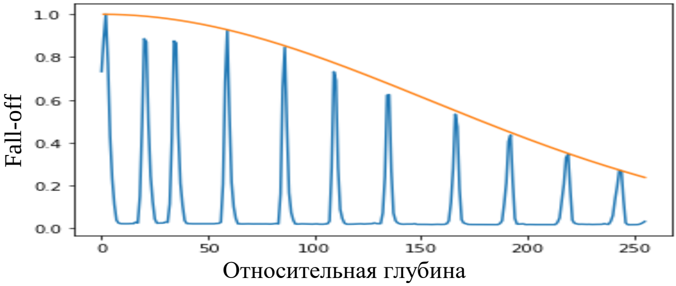


Рис. 3

В заключение следует сказать, что была проведена экспериментальная проверка полученного описания спектрометра (1). Полученные результаты подтверждают правильность модели, учитывающей влияние разрешающей способности дифракционной решетки. Однако было обнаружено влияние на ослабление радиотехнической составляющей спектрометра.

[1] Геликонов В.М., Геликонов Г.В., Шилягин П.А. // Оптика и спектроскопия. 2009. Т. 106, № 3. С. 518.
[2] Hu Z. et.al. // Appl. Opt. 2007. Vol. 46, № 35. P. 8499.
[3] Lan G. et. al. // Sci. Rep. 2017. Vol. 7. P. 42353.
[4] Шерстнев Е.П. и др. // XXV Нижегородская сессия молодых ученых (технические, естественные, математические, гуманитарные науки). 2020. С. 259.
[5] Ксенофонтов С.Ю. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 2018. Т. 62. С. 167.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ДИАГНОСТИКА ЖИДКОЙ СРЕДЫ ЗА ЧАСТИЧНО ПРОЗРАЧНОЙ МЕМБРАНОЙ СРЕДСТВАМИ НИЗКОКОГЕРЕНТНОЙ ИНТЕРФЕРОМЕТРИИ

П.А. Шилягин, А.А. Новожилов, Г.В. Геликонов

Институт прикладной физики РАН

Оптическая когерентная томография (ОКТ), основанная на интерферометрической регистрации рассеиваемого в исследуемой среде излучения ближнего инфракрасного диапазона, на сегодняшний день является наиболее перспективной техникой, позволяющей диагностировать наличие жидкости в барабанной полости человека. Преимущества ОКТ перед другими подходами обусловлены неинвазивностью процедуры (используемая мощность оптического излучения лежит намного ниже возможного порога повреждения тканей), высоким разрешением (единицы-десятки микрон при визуализируемом объёме более 100 мкл) и скоростью получения изображений (регистрация данных ОКТ занимает не более минуты с момента начала процедуры). Чувствительность и специфичность ОКТ по отношению к детектированию жидкости в барабанной полости при визуальном анализе составляет 91% и 90% соответственно при согласии респондентов на уровне 87% [1]. Приведённые величины существенно превышают соответствующие значения для используемых в настоящее время способов диагностики (в основном, визуальной отоскопии и тимпанометрии). Дополнительно проводилась оценка возможности ОКТ к определению вязкости экссудата в барабанной полости – опция, совершенно недоступная другим известным методикам, о возможности которой свидетельствуют более ранние работы [2, 3].

Настоящая работа посвящена вопросу развития методов дифференцировки вязкого и жидкого заполнения по данным ОКТ.

Эффективным инструментом для анализа содержимого барабанной полости (БП) является сравнение регистрируемого сигнала в соответствующей области изображения с эталонным сигналом из наружного слухового прохода (НСП), заведомо не содержащего какой-либо среды, кроме воздушной. В настоящей работе рассматривается использование для анализа гистограмм распределения яркости, типичный вид которых в норме, а также для случая жидкого и вязкого экссудатов представлен на рисунке. Наружный слуховой проход при исследованиях ОКТ не заполняется иммерсирующими жидкостями, вследствие чего область НСП в данных ОКТ не содержит сторонних рассеивателей и может использоваться как эталонная область для определения уровня и дисперсии шума на изображении. В норме БП также не содержит рассеивателей, в результате чего гистограмма распределения яркости в области БП с высокой точностью совпадает с гистограммой для НСП (а). При наличии единичных рассеивателей, взвешенных в прозрачном экссудате, что харатерно для экссудатов с низкй вязкостью, общий уровень сигнала в области БП также не отличается от шумового, хотя в области высоких значений гистограммы они начинают различаться (б). Совершенно отличная ситуация наблюдается при заполнении БП экссудатом высокой вязкости. Из-за высокого содержания высокомолекулярных соединений и крупных объектов (отдельные клетки, фрагменты тканей и клеточные обломки) интегральный сигнал рассеяния значительно превышает шумовой уровень, что приводит к существенному – более чем на величину полуширины распределения яркости шума σНСП

– смещению гистограммы распределения яркости в область более высоких значений (в).

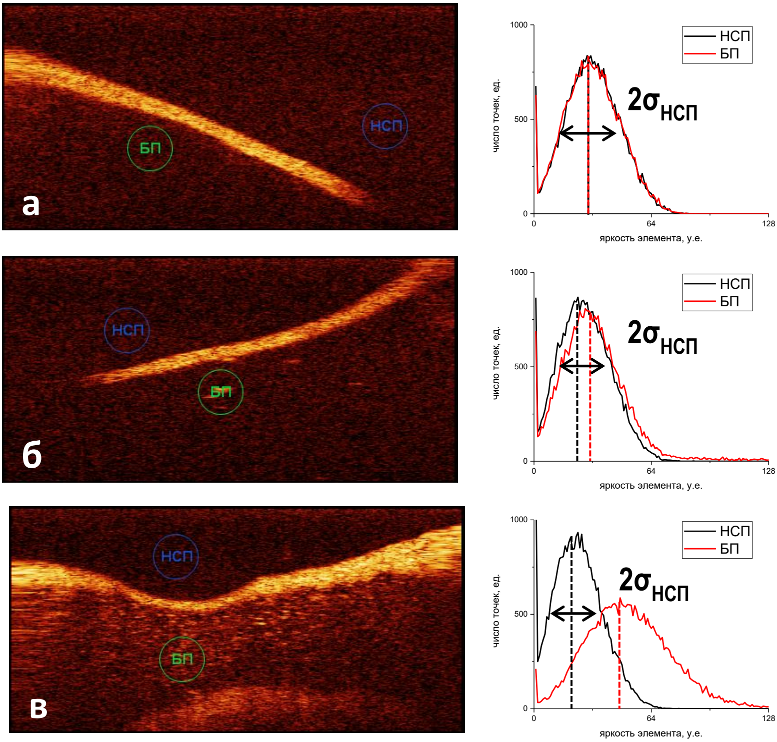


Рис. 1

Для определения состояния (степени вязкости) экссудата рассчитывается показатель *ECond*:

$$ECond = \frac{C_{БП} - C_{НСП}}{\sigma_{НСП}},$$

где $C_{БП}$ и $C_{НСП}$ – положения центров соответствующих распределений, а $\sigma_{НСП}$ – значение полуширины шумового распределения. Превышение значением показателя *ECond* уровня 1 рассматривается как признак наличия вязкого экссудата в БП, обусловливающего высокий уровень обратного рассеяния зондирующего излучения.

Применимость подхода обусловлена тем, что в ОКТ визуальную информацию о рассеивающей структуре представляют в виде яркостного изображения. Численное значение яркости отдельного элемента изображения пропорционально логарифму интенсивности излучения, возвращённого в интерферометр из соответствующей области пространства. В области изображения, соответствующей воздушной среде и не содержащей рассеивателей, яркость элемента определяется фундаментальными шумами приёмной системы, и её величина также пропорциональна логарифму интенсивности зондирующего излучения. Таким образом, в окончательном виде и второй характеристический показатель *ECond* определяеся независимо от вариативных параметров, обеспечивающих гибкость пользовательских настроек визуализации устройства ОКТ – коэффициента пропорциональности между логарифмированными значениями интенсивности сигнала ОКТ и значениями яркости изображения ОКТ, а также значения пороговой интенсивности, принимаемой за нулевое значение яркости изображения ОКТ («уровень чёрного»).

Оценка эффективности разработанной методики выполнялась на клинических данных пациентов, которым проводилась процедура тимпаностомии (эвакуация экссудата из БП). По итогам анализа 52 клинических случаев чувствительность/специфичность ОКТ по отношению к определению вязкого экссудата составила 93 и 99 процентов соответственно, что существенно выше, чем было опубликовано для ОКТ ранее (58 и 82 процента соответственно) [1].

Введение аналогично показателю *ECond* характеристического показателя EPres, определяемого выражением

$$EPres = \frac{M_{\text{БП}} - M_{\text{НСП}}}{\sigma_{\text{НСП}}},$$

где $M_{\text{БП}}$ и $M_{\text{НСП}}$ – максимальные значения соответствующих распределений, позволяет формализовать также и процедуру детектирования наличия экссудата в БП. Оценка эффективности использования такого показателя также приводит к существенному улучшению точности диагностики: чувствительность к наличию экссудата увеличивается до 99%, специфичность до 100% (ранее публиковались значения (91 и 92 процента соответственно) [1].

[1] Preciado D. et.al. // Otolaryngology–Head and Neck Surgery. 2020. Vol. 162. P. 367.
[2] Monroy G.L. et.al. // J Biophotonics. 2017. Vol. 10, № 3. P. 394-403.
[3] Shilyagin P.A. et.al. // Laser Phys. Lett. 2018. Vol. 15, № 9. P. 096201.

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН, НАПРАВЛЯЕМЫХ КОМПАКТНЫМ НЕРВНЫМ ВОЛОКНОМ В ОПТИЧЕСКОМ И ИНФРАКРАСНОМ ДИАПАЗОНАХ ЧАСТОТ

С.В. Леонов, В.А. Еськин

ННГУ им. Н.И. Лобачевского

В последние годы значительное внимание уделяется изучению волноводных свойств как отдельных аксонов, так и нервных волокон, образованных аксонами [1-3]. Такой интерес объясняется исследованием особенностей межклеточной коммуникации посредством локализованных волн [2, 3]. Кроме того, такое внимание связано с развитием методов бесконтактной стимуляции проводящих нервных путей электромагнитным излучением [4-5], длина волны которого сопоставима с линейными размерами нервных клеток, так как подобные методы лишены недостатков, присущих контактной стимуляции, к которым относятся: возбуждение группы близко расположенных нейронов отдельным электродом и эрозия электродов в присутствии жидкостей организма. Для указанных задач и для задачи возбуждения нервного волокна сосредоточенным источником имеется необходимость в выяснении спектра собственных волн нерва и структуры их полей.

В данной работе исследовались собственные волны в оптическом и инфракрасном диапазоне частот, поддерживаемые нервным волокном, состоящим из плотно упакованных идентичных аксонов. В качестве аксона, образующего нерв, была рассмотрена модель, представляющая собой однородную цилиндрическую диэлектрическую структуру бесконечной длины, внутренняя область которой отделена от внешнего пространства, заполненного водой, продольно однородной миелиновой оболочкой [1]. Миелин рассматривался как непрерывная среда с фиксированной диэлектрической проницаемостью, так как длины волн в заданных диапазонах частот значительно превышают характерные размеры входящих в его состав элементов. Проницаемость миелина, находящаяся в сильной зависимости от диэлектрических свойств и размеров составляющих его молекулярных структур, а именно липидов, миелиновых белков и воды, была рассчитана на основе средних характерных значений диэлектрических проницаемостей этих веществ. Для определения диэлектрических свойств воды использовались известные экспериментальные данные измерения показателей преломления и затухания электромагнитных волн в оптическом и инфракрасном диапазонах частот. Было рассмотрено компактное нервное волокно, состоящее из трёх плотно упакованных аксонов. Из условий непрерывности тангенциальных компонент полей на внутренней и внешней поверхностях миелиновых оболочек на основе метода матрицы рассеяния получена система линейных уравнений для неизвестных амплитудных коэффициентов. Из требования равенства нулю определителя этой системы было получено дисперсионное уравнение для собственных мод, определяющее зависимость продольного волнового числа от частоты поля.

На рис. 1 показаны абсолютные значения электрического (а) и магнитного (б) полей для моды, обладающей максимальными значениями постоянной распространения во всём рассмотренном интервале длин волн и существующей при всех частотах. Приведённый рисунок построен при длине волны $\lambda=2$ мкм, внутреннем радиусе аксона a_1=1,5 мкм и его внешнем радиусе a_2=2,5 мкм. Как можно видеть, поле этой моды обладает симметрией вращения 3-го порядка.

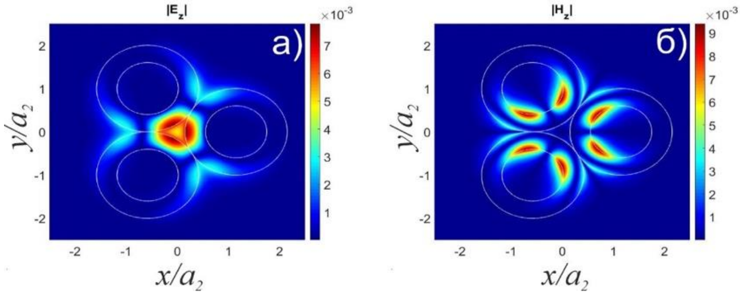


Рис. 1

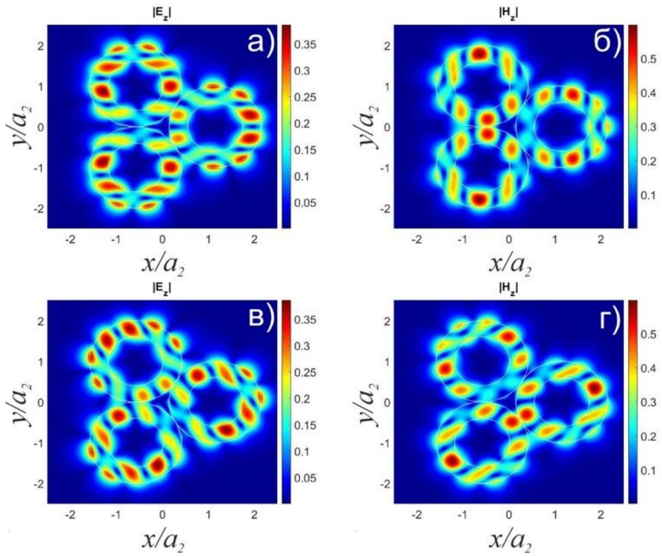


Рис. 2

Кроме мод, обладающих симметрией вращения, нервное волокно поддерживает распространение волн, лишённых такой симметрии. На рис. 2 приведены структуры электрического и магнитного полей двух таких мод, которые являются вырожденными модами: при одинаковой постоянной распространения они имеют разные структуры поля. Так, поля на рис. 2 (а) и (б) получаются из полей рис. 2 (в) и (г) вращением на 120 градусов по ходу часовой стрелки относительно оси симметрии нервного волокна.

В данной работе исследованы особенности распространения электромагнитных волн, направляемых нервным волокном в оптическом и инфракрасном диапазонах частот. Численно найдены зависимости постоянных распространения и постоянных затухания собственных мод нервного волокна от частоты в оптическом и инфракрасном диапазонах. Определены дисперсионные характеристики и структуры полей для различных мод. Установлено, что нервное волокно поддерживает распространение мод, обладающих симметрией вращения и лишённых этой симметрии. Из последнего типа волн формируются наборы вырожденных мод.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант № 18-72-10046).

[1] Ostafiychuk O.M., Es'kin V.A., Kudrin A.V., Popova A.A. // 2019 PhotonIcs and Electromagnetics Research Symposium Proceedings. 2019. P. 19416726.
[2] Kumar S., Boone K., Tuszynski J., Barclay P., Simon C. // Sci. Rep. 2016. Vol. 6. P 36508.
[3] Zangari A., Micheli D., Galeazzi R., Tozzi A. // Sci. Rep. 2018. Vol. 8. P. 539.
[4] Peterson E. J., Tyler D. J. // J. Neural Engin. 2014. Vol. 11, №. 1. P. 016001.
[5] Shapiro M.G., Homma K., Villarreal S., Richter C.-P., Bezanilla F. // Nature Commun. 2012. P. 736.

О СТРУКТУРЕ ИЗЛУЧЕНИЯ КОЛЬЦЕВОГО ЛАЗЕРНОГО ГИРОСКОПА

А.О. Климин, Н.Д. Миловский

ННГУ им. Н.И. Лобачевского

Рассматривается модель лазерного гироскопа на основе заполненного активным веществом кольцевого резонатора, который вращается с угловой скоростью $\boldsymbol{\Omega} = \Omega\,\boldsymbol{z_0}$ вокруг оси, проходящей через центр кольца. Потоки излучения по и навстречу направлению вращения в таком лазере имеют разные частоты, что известно в научном сообществе как эффект Саньяка [1]. Изучению и практическим приложениям эффекта Саньяка посвящено большое количество работ [2]. В наших публикациях [3, 4] получены наиболее точные формулы для частот встречных неоднородных плоских волн, у которых целое число q длин волн укладывается на окружности 2πρ кольца. При этом характеристические уравнения для собственных частот

$$\omega_q^{\pm} = \left[qc(1-\beta^2)/\rho\left(\sqrt{\bar{n}^2} \pm \beta\right)\right] \tag{1}$$

учитывают наличие зависимости показателя преломления $\bar{n}$ во вращающемся диэлектрике от координаты ρ.

При учете потерь кольцевого резонатора неоднородные плоские волны должны иметь конечную ширину спектра в пределах интервала $\Delta\omega^{\pm}$ вблизи центральной частоты $\omega_q^{\pm}$ и фактически представлять собой суперпозиции монохроматических неоднородных плоских волн, например, ТЕ типа с проекциями на оси координат

$$\left[\tilde{E}_{\xi 0}^{\pm}(\rho,\psi), \tilde{B}_{\rho 0}^{\pm}(\rho,\psi), \tilde{B}_{\psi 0}^{\pm}(\rho,\psi)\right] exp[i(\omega^{\pm}t \mp \kappa_{\pm}\psi)]. \tag{2}$$

Для этих волн справедливы дисперсионные уравнения

$$\omega^{\pm} = \left[\kappa_{\pm}c(1-\beta^2)/\rho\left(\sqrt{\bar{n}^2} \pm \beta\right)\right], \tag{3}$$

которые получаются с помощью замен $q \to \kappa_{\pm}$, $\omega_q^{\pm} \to \omega^{\pm}$ из (1) и характеризуют состояние среды кольцевого лазера.

Реальные пространственные структуры излучения лазерного гироскопа – параксиальные встречные пучки типа ТЕ (или ТМ-типа), векторные комплексные амплитуды $\tilde{\boldsymbol{E}}_0^{\pm}(\rho,\psi,\xi) \equiv \tilde{\boldsymbol{E}}_0^{\pm}$ которых мало изменяются на пространственных периодах $\lambda_q^{\pm} = (2\pi\rho/q)$. Они удовлетворяют уравнениям

$$\frac{\partial}{\partial\psi}\tilde{\boldsymbol{E}}_0^{\pm} \mp i\frac{\rho\bar{\mu}}{2\kappa_{\pm}}\bar{\gamma}^3\frac{\partial}{\partial\rho}\left[\frac{\rho}{\bar{\mu}}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\tilde{\boldsymbol{E}}_0^{\pm}/\gamma\right)\right] \mp i\frac{\rho^2}{2\kappa_{\pm}}\left(\frac{\partial^2}{\partial\xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial\psi^2}\right)\tilde{\boldsymbol{E}}_0^{\pm} = 0 \tag{4}$$

для полей, которые мало меняются по направления $\pm\boldsymbol{\psi}_0$ в дисперсионных средах (3) и приближенно могут описываться уравнениями диффузии комплексных амплитуд:

$$\frac{\partial}{\partial\psi}\tilde{\boldsymbol{E}}_0^{\pm} \mp i\frac{\rho\bar{\mu}}{2\kappa_{\pm}}\bar{\gamma}^3\frac{\partial}{\partial\rho}\left[\frac{\rho}{\bar{\mu}}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\tilde{\boldsymbol{E}}_0^{\pm}/\gamma\right)\right] \mp i\frac{\rho^2}{2\kappa_{\pm}}\frac{\partial^2}{\partial\xi^2}\tilde{\boldsymbol{E}}_0^{\pm} = 0. \tag{5}$$

Можно считать, что встречные монохроматические параксиальные пучки, распространяясь внутри кольцевого световода из оптоволокна, в стационарном режиме работы лазера имеют во всех сечениях ψ одинаковые зависимости векторных комплексных амплитуд $\tilde{\mathbf{E}}_0^{\pm}$ от поперечных координат. Это значит, что амплитуды $\tilde{\mathbf{E}}_0^{+}\,(\rho,\Theta,\xi)$ и $\tilde{\mathbf{E}}_0^{+}\,(\rho',\Theta',\xi')$ распространяющегося по направлению $+\boldsymbol{\psi}_0$ параксиального волнового пучка в сечениях $\Theta' \equiv \bar{\rho}\psi'$ и $\Theta \equiv \bar{\rho}\psi = \bar{\rho}(\psi' + \Delta\psi)$, где $\bar{\rho}$ – радиус траектории центра пучка по кольцу резонатора, имеют одинаковую пространственно-поляризационную структуру и равны по величине $\tilde{\mathbf{E}}_0^{+}\,(\rho,\Theta,\xi) \equiv \tilde{\mathbf{E}}_0^{+}\,(\rho',\Theta',\xi')$.

Если рассмотреть пространство между двумя сечениями $\Theta = \bar{\rho}(\psi' + \Delta\psi)$ и $\Theta' \equiv \bar{\rho}\psi'$ и пренебречь (с заранее определённой точностью) различием в направлениях нормалей к сечениям Θ и Θ', то уравнение для определения $\tilde{\mathbf{E}}_0^{+}(\rho,\Theta,\xi)$ получается непосредственно из дифракционной формулы Френеля-Киргофа [5]

$$\widetilde{\boldsymbol{E}}_0^{+}(\rho,\Theta,\xi) = i\frac{\kappa_+}{4\pi}\int_A \widetilde{\boldsymbol{E}}_0^{+}(\rho',\Theta',\xi')\frac{e^{-i\kappa_+ R}}{R}(1+\cos\theta)\,\partial\rho'\partial\xi', \tag{6}$$

в которой $R \equiv |\mathbf{R}|$ – расстояние от точки источника в сечении Θ' до точки наблюдения в сечении Θ и θ – угол, образованный вектором $\mathbf{R}$ с нормалью к плоскости в сечении Θ'. Используемое приближение фактически означает, что кольцевой световод с определенной точностью преобразован в открытую цилиндрическую линию передачи (световод) длины $2\pi\bar{\rho}$.

Численное решение уравнения (6) можно получить в результате последовательного вычисления итераций поля $\tilde{\mathbf{E}}_0^{+}$ по формуле

$$\widetilde{\boldsymbol{E}}_{f+1}^{+}(\rho,\Theta,\xi) = i\frac{\kappa_+}{4\pi}\int_A \widetilde{\boldsymbol{E}}_f^{+}(\rho',\Theta',\xi')\frac{e^{-i\kappa_+ R}}{R}(1+\cos\theta)\,\partial\rho'\partial\xi' \tag{7}$$

при неограниченном увеличении числа f и стремлении разности значений $\tilde{\mathbf{E}}_{\mathrm{f}+1}^{+} - \tilde{\mathbf{E}}_{\mathrm{f}}^{+}$ к величине, близкой к нулю. Согласно [6] таким способом можно рассмотреть преобразование поля волны, которая находится в пространстве, ограниченном двумя круглыми зеркалами радиуса a, и поочередно отражается от них или распространяется в передающей среде, содержащей бесконечный набор соосных идентичных отверстий радиуса a на эквидистантных параллельных поглощающих перегородках, число которых $f \to \infty$.

Точность, с которой возможна замена кольцевого световода на цилиндрический, можно оценить при преобразовании ядра реального уравнения (6) в симметричное ядро уравнения Фредгольма второго рода. В системе отсчёта с произвольно выбранным началом координат вектор точки источника возмущения $\mathbf{Q} = \Theta'\boldsymbol{\psi}_0' + \rho'\boldsymbol{\rho}_0' + \xi'\boldsymbol{\xi}_0'$ в сечении Θ' и вектор точки наблюдения $\mathbf{P} = \Theta\boldsymbol{\psi}_0 + \rho\boldsymbol{\rho}_0 + \xi\boldsymbol{\xi}_0 \equiv \bar{\rho}(\psi' + \Delta\psi)\boldsymbol{\psi}_0 + \rho\boldsymbol{\rho}_0 + \xi\boldsymbol{\xi}_0$ в сечении Θ образуют вектор $\mathbf{R} = \mathbf{P} - \mathbf{Q}$, направленный из точки Q в точку P. Расстояние R между P и Q находятся как $R = \sqrt{([\mathbf{P} - \mathbf{Q}]\cdot[\mathbf{P} - \mathbf{Q}])}$. При расчёте R следует учитывать различия в направленностях ортов $\boldsymbol{\psi}_0$, $\boldsymbol{\psi}_0'$, $\boldsymbol{\rho}_0$, $\boldsymbol{\rho}_0'$:

$$\begin{gathered}(\boldsymbol{\psi}_0\cdot\boldsymbol{\psi}_0') = (\boldsymbol{\rho}_0\cdot\boldsymbol{\rho}_0') = \cos\Delta\psi \cong 1 - (\Delta\psi)^2/2 \approx 1;\\ (\boldsymbol{\psi}_0'\cdot\boldsymbol{\rho}_0) = -(\boldsymbol{\psi}_0\cdot\boldsymbol{\rho}_0') = \sin\Delta\psi \approx \Delta\psi,\end{gathered} \tag{8}$$

а также их ортогональность направленным по оси вращения ортам $\boldsymbol{\xi}_0$ и $\boldsymbol{\xi}_0'$:

$$(\boldsymbol{\xi}_0\cdot\boldsymbol{\psi}_0') = (\boldsymbol{\xi}_0\cdot\boldsymbol{\rho}_0') = (\boldsymbol{\xi}_0'\cdot\boldsymbol{\psi}_0) = (\boldsymbol{\xi}_0'\cdot\boldsymbol{\rho}_0) = (\boldsymbol{\xi}_0\cdot\boldsymbol{\psi}_0) = \tag{9}$$

$$= (\boldsymbol{\xi}_0 \cdot \boldsymbol{\rho}_0) = (\boldsymbol{\xi}'_{\mathbf{0}} \cdot \boldsymbol{\psi}'_{\mathbf{0}}) = (\boldsymbol{\xi}'_{\mathbf{0}} \cdot \boldsymbol{\rho}'_{\mathbf{0}}) = 0;\ (\boldsymbol{\xi}_0 \cdot \boldsymbol{\xi}'_{\mathbf{0}}) = 1.$$

Принимая во внимание (8) и (9), квадрат расстояния между точками P и Q можно записать в виде:

$$R^2 \approx (\Delta\Theta)^2 + (\rho - \rho')^2 + (\xi - \xi')^2 - 2(\rho - \rho')\Theta'\Delta\psi + 2\Delta\Theta\rho'\Delta\psi. \qquad (10)$$

В кольцевом лазерном гироскопе существует трансляционная симметрия по окружности кольца радиуса $\bar{\rho}$, в силу которой величина R^2 в (10) не должна зависеть от координаты Θ' точки источника, так что начало отсчёта Θ' может выбираться произвольно. Это значит, что в формуле (10) в качестве координаты источника возмущения можно использовать $\Theta' = 0$, представив R^2 в виде

$$R^2 \equiv (\Delta\Theta)^2 + (\rho - \rho')^2 + (\xi - \xi')^2 + 2\Delta\Theta\rho'\Delta\psi. \qquad (11)$$

Расстояние R в выражении (7) не может зависеть от координаты ρ' точки источника, с которой начинается вычисление интеграла, ибо результат интегрирования не должен зависеть от последовательности интегрирования по ρ'. Следовательно, в формуле (11) в качестве координаты источника возмущения можно использовать начало координат $\rho' = 0$, что позволяет представить R^2 в виде суммы

$$R^2 \equiv (\Delta\Theta)^2 + (\rho - \rho')^2 + (\xi - \xi')^2, \qquad (12)$$

в которой члены $(\rho - \rho')^2$ и $(\xi - \xi')^2$ должны быть много меньше $(\Delta\Theta)^2$. Тогда R можно разложить в ряд по малому параметру и ограничится двумя членами разложения:

$$R \cong \Theta + \frac{r_\perp^2 + r_\perp'^2 - 2r_\perp r'_\perp\, cos(\phi - \phi')}{2\Delta\Theta}, \qquad (13)$$

где $r_\perp^2 = \rho^2 + \xi^2$ и $\phi = \mathrm{arctg}(\rho/\xi)$. В этом случае выражение под интегралом (6) становится симметричным, итерационная формула (7) трансформируется в

$$\begin{aligned} \widetilde{\boldsymbol{E}}^+_{f+1}(0, r_\perp, \phi) &= \frac{i\kappa_+}{2\pi\Delta\Theta} e^{-i\kappa_+\Delta\Theta} \int_0^a d\,r_\perp{}' \int_0^{2\pi} \widetilde{\boldsymbol{E}}^+_f(0, r'_\perp, \phi') \times \\ &\times exp\{-i\kappa_+[(r_\perp^2 + r_\perp'^2)/2\Delta\Theta - (r_\perp r'_\perp/\Delta\Theta)\, cos(\phi - \phi')]\} r'_\perp d\phi' , \end{aligned} \qquad (14)$$

и (6) преобразуется в уравнение Фредгольма второго рода с симметричным ядром

$$\begin{aligned} \widetilde{\boldsymbol{E}}^+_0(r_\perp) &= i\frac{\kappa_+}{\Delta\Theta} e^{-i\kappa_+\Delta\Theta} \int_0^a \widetilde{\boldsymbol{E}}^+_0(r'_\perp) J_0\left(\kappa_+ \frac{r_\perp r'_\perp}{\Delta\Theta}\right) e^{-i\kappa_+\frac{[r_\perp^2 + r_\perp'^2]}{2\Delta\Theta}} r'_\perp dr'_\perp \equiv \\ &\equiv \tilde{\gamma} \int_0^a \widetilde{\boldsymbol{E}}^+_0(r'_\perp) J_0\left(\kappa_+ \frac{r_\perp r'_\perp}{\Delta\Theta}\right) e^{-i\kappa_+[r_\perp'^2]/2\bar{\rho}^2\Delta\psi} r'_\perp dr'_\perp. \end{aligned} \qquad (15)$$

Если взять $\bar{\rho}$ = 100 см, длину волны $\lambda = 10^{-4}$ см, ширину пучка a = 0.1 см и $\Delta\psi = 2\pi/100$, то реальное R с точностью 0,2% совпадает с R в виде формулы (13), в которой малый член $[|\mathbf{r}_\perp - \mathbf{r}'_\perp|^2/2(\Delta\Theta)^2] \equiv [a^2/2(\Delta\Theta)^2] = a^2/(8\pi^2) = 1.26 \cdot 10^{-4} \ll 1$.

Поиск стационарного решения интегрального уравнения численными методами с помощью итерационных формул типа (14) сводится к заданию начального распределения и запуску многократного расчёта от одной границы элементарной ячейки к другой. Решения на f и $f+1$ шагах при достаточно большом количестве итераций f связаны уравнением $\tilde{\mathbf{E}}_{\mathrm{f}+1}^{+}=\tilde{\gamma}\tilde{\mathbf{E}}_{\mathrm{f}}^{+}$, где $\tilde{\gamma}$ – комплексная постоянная, не зависящая от координат.

На рис. 1 приведены зависимости от координаты $\mathrm{r}_{\perp}$ (в см) нормированной на максимум абсолютной величины $\left|\tilde{\mathbf{E}}_0^{+}\right|$ (рис. 1а) и в радианах фазы $ang\left(\tilde{\mathbf{E}}_0^{+}\right)$ поля $\tilde{\mathbf{E}}_0^{+}$ (рис. 1б). Эти графики полностью определяют пространственную структуру каждой проекции векторного электрического поля $\tilde{\mathbf{E}}_0^{+}$ параксиального пучка на оси цилиндрической системы координат. В них содержится такая же информация, какая (в случае аналитического решения) имеется в собственных функциях интегрального уравнения.

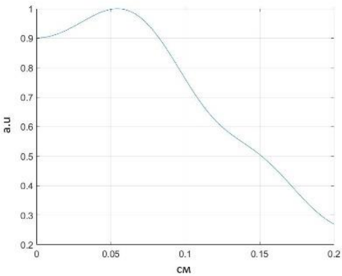


Рис. 1а

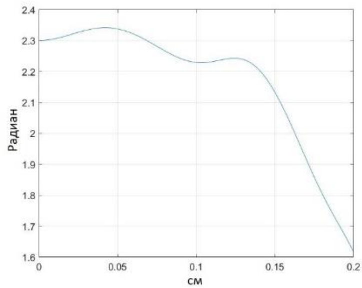


Рис. 1б

В результате проведённого расчёта получена постоянная $\tilde{\gamma}=\lim_{f\to\infty}\left(\tilde{\mathbf{E}}_{\mathrm{f}+1}^{+}/\tilde{\mathbf{E}}_{\mathrm{f}}^{+}\right)=0.9505\exp(i\,0.2168)$, которая имеет смысл собственного значения интегрального уравнения. С участием комплексной постоянной $\tilde{\gamma}$ определяются потери в резонансной системе и новые (смещенные относительно ω_q^{+}) резонансные частоты.

Аналогичное исследование можно провести для волн $\tilde{\mathbf{E}}_0^{-}$ кольцевого лазерного гироскопа, распространяющихся навстречу направлению вращения. Расчётные формулы получатся из (14) и (15) изменением знака перед мнимой единицей i и заменами знака + на знак – во всех индексах.

[1] Sagnac M.G. // Compt. Rend. 1913. Vol. 157, № 17. P. 708.
[2] Малыкин Г.Б. // УФН. 2002. Т. 172. № 8. С. 849.
[3] Миловский Н.Д. // Оптика и спектр. 2017. Т. 123, № 4. С. 633.
[4] Миловский Н.Д., Климин А.О. // Оптика и спектр. 2020. Т. 128, № 12. С. 1958.
[5] Борн М., Вольф Э. Основы оптики. – Москва: ГИ ФМЛ, 1970, 856 с.
[6] Фокс А., Ли. Т. Резонансные типы колебаний в интерферометре квантового генератора // Лазеры. Сб. статей под редакцией М.Е. Жаботинского и Т.А. Шмаонова. – М.: Ил., 1963. С. 325 – 362.

Секция «Электродинамика»

Заседание секции проводилось 21 мая 2021 г.
Председатель – А.В. Кудрин, секретарь – О.В. Мартынова.
Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского.