

Труды XXV научной конференции по радиофизике

**СЕКЦИЯ
«СТОХАСТИЧЕСКИЕ МУЛЬТИСТАБИЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ»**

Председатель – Б. Спаньоло (Италия), секретарь – А.А. Харчева.
Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского.

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ ДВУХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНО СОЕДИНЕННЫХ НЕЙРОНОПОДОБНЫХ ГЕНЕРАТОРОВ С ОДНОНАПРАВЛЕННОЙ МЕМРИСТИВНОЙ СВЯЗЬЮ

**Д.И. Большаков, А.С. Васин, А.И. Белов, В.В. Матросов, М.А. Мищенко,
А.Н. Михайлов**

ННГУ им. Н.И. Лобачевского

На сегодняшний день одной из наиболее актуальных задач междисциплинарной науки является проектирование и исследование нейроморфных устройств. Такие устройства чаще всего применяются для создания систем обработки разного рода информации, с алгоритмами схожими с алгоритмами обработки данных человеческим мозгом или мозгом животных.

Ранее в работе [1] была описана математическая модель нейроноподобного генератора на основе системы фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ) с полосовым RC-CR фильтром, а так же было показано, что во всем пространстве параметров данной системы реализуются различные колебательные режимы, такие как регулярные колебания с одиночными импульсами, регулярные пачечные колебания с двумя, тремя и т.д. импульсами в пачке, а так же хаотические колебания. Отсутствие состояния равновесия обусловлено отсутствием постоянной составляющей сигнала управления в петле обратной связи системы ФАПЧ. В следствие, в [2] было проведено исследование областей существования различных колебательных режимов данной модели и построено разбиение пространства параметров на области существования данных режимов. В [3] было проведено экспериментальное исследование модели нейроноподобного генератора на основе системы ФАПЧ с полосовым фильтром, в рамках которого, были получены результаты качественно похожие на результаты исследований в [1] и [2].

В качестве модели мемристивного элемента была использована модель мемристора второго порядка, построенная на основе динамической модели Чуа [4–6]. Данная модель была разработана и использована в связи с возможностью реализации на ней частотно зависимой нелинейной связи, которая качественно повторяет динамику так называемой кратковременной пластичности живой нейрональной клетки. Данная частотная зависимость напрямую связана со скоростью заполнения и опустошения ионных ловушек.

Для реализации данной цели в первой части работы была проведена проверка зависимости проводимости мемристивного элемента от действия на него нейроноподобного генератора, находящегося в различных динамических режимах, а именно регулярная импульсная активность, регулярная пачечная активность и хаотическая импульсная активность. При экспериментальном исследовании влияния регулярной импульсной активности была установлена четкая зависимость пластичности мемристора (динамики параметра первого порядка) от частоты спайков. Например, если при частоте спайков 1,6 кГц проводимость мемристора увеличивается только до 70% от максимального значения, то при частоте 10 кГц это увеличение достигает 100% при том же количестве воздействующих импульсов, что связано с неполным опустошением ионных ловушек и влиянием накапливающегося заряда на динамику ионных перескоков.

При экспериментальном исследовании влияния пачечной активности было обнаружено, что эффект изменения проводимости мемристора происходит неравномерно в ответ на спайки пачки и сильно зависит от конкретного набора спайков в пачке. С одной стороны, это связано с вариациями амплитуд импульсов внутри пачки, а с другой – влиянием накаплива-

ющегося заряда на ловушках, что приводит к изменению (например, к увеличению) потенциального барьера для миграции ионов. Последний эффект возникает лишь при достаточной частоте следования импульсов, когда ловушки не успевают полностью опустошаться.

Похожий эффект так же был обнаружен при воздействии хаотической спайковой активности. Существенные изменения в проводимости мемристора наблюдаются в те моменты времени, когда частота следования спайков оказывается ниже, что позволяет ловушкам освобождаться от накопленного заряда.

Из данной части исследования можно сделать вывод о том, что мемрестивный элемент обладает ярко выраженной зависимостью от частоты следования импульсов, а также следует отметить, полученные частотные характеристики качественно похожи на динамику работы так называемой кратковременной синаптической пластичности.

В рамках второй части работы была проведена проверка возможности синхронизации двух нейроноподобных генераторов, соединённых последовательно через мемрестивный элемент.

При решении данной задачи было выявлено, что в случае взаимодействия двух нейроноподобных генераторов, находящихся в автоколебательном режиме с различными собственными частотами, ведущий нейрон последовательно каждым спайком изменяет состояние мемристора в сторону увеличения проводимости, что в свою очередь приводит к увеличению тока, протекающего через мемристор, и, как следствие, к увеличению силы взаимодействия двух нейронов. Такое увеличение силы взаимодействия делает возможным синхронизацию двух нейронов, что подтверждается совпадением частот колебаний и медленным изменением разности фаз колебаний. Но в дальнейшем состояние мемрестивного элемента продолжает смещаться в сторону проводящего состояния, и слишком сильная связь нарушает синхронизацию.

Из данной части исследования можно сделать вывод, что синхронизация двух связанных нейроноподобных генераторов имеет временный характер и сильно зависит от текущего состояния мемрестивного элемента.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-29-23001 мк.

- [1] Мищенко М.А., Шалфеев В.Д., Матросов В.В. // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2012. Т. 20, № 4. С. 122.
- [2] Matrosov V.V., Mishchenko M.A., Shalfeev V.D. // Eur. Phys. J. Spec. Top. 2013. Vol. 222, № 10. P. 2399.
- [3] Mishchenko M.A., Bolshakov D.I., Matrosov V.V. // Tech. Phys. Lett. 2017. Vol. 43, № 7. P. 596.
- [4] Chua L.O., Sung Mo Kang // Proc. IEEE 1976. Vol. 64, № 2. P. 209.
- [5] Gerasimova S.A., Mikhaylov A.N., Belov A.I., Korolev D.S., Lebedeva A.V., Gorshkov O.N., Kazantsev V.B. // AIP Conference Proceedings. 2018. Vol. 1959. P. 090005.
- [6] Guseinov D.V., Matyushkin I.V., Chernyaev N.V., Mikhaylov A.N., Pershin Y.V. // Chaos, Solitons & Fractals. 2021. Vol. 144. P. 110699.

GENERATION OF SINE-GORDON BREATHERS IN LONG JOSEPHSON JUNCTIONS

D. De Santis¹⁾, C. Guarcello²⁾, B. Spagnolo^{1, 3)}, A. Carollo¹⁾, D. Valenti¹⁾

¹⁾ University of Palermo

²⁾ University of Salerno

³⁾ Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod

In this paper we discuss a possible application of the nonlinear supratransmission effect as a generation mechanism for sine-Gordon breathers in a magnetically driven long Josephson junction. Our theoretical/computational analysis, based on a model which includes a dissipative term and an external current source, shows the effectiveness of the approach. Furthermore, we investigate the dynamics of the induced breathers by looking at their radiative decay process.

The dynamics of an overlap-geometry Josephson tunnel junction is approximately described by a perturbed sine-Gordon equation [1, 2]

$$\varphi_{xx} - \varphi_{tt} - \alpha\varphi_t = \sin \varphi - \gamma, \quad (1)$$

where $\varphi(x, t)$ is the phase difference between the pair wave functions of the two superconductors. In Eq. (1), a subscript notation has been used to denote partial differentiation, i.e., $\partial\varphi/\partial t \equiv \varphi_t$, space is measured in units of the Josephson penetration depth $\lambda_J = \sqrt{\Phi_0/(2\pi J_c L_p)}$, and time in units of the reciprocal plasma frequency ω_p^{-1} , where $\omega_p = \sqrt{2\pi J_c/(\Phi_0 C)}$. Here, J_c is the critical value of the Josephson current density, $L_p = \mu_0(2\lambda_L + t_{ox})/W$ is the inductance per unit length, $C = \epsilon_r \epsilon_0 W/t_{ox}$ is the capacitance per unit length, μ_0 is the vacuum permeability, λ_L is the London penetration depth, t_{ox} and ϵ_r are, respectively, the thickness and the relative permittivity of the oxide layer, W is the width of the junction, and ϵ_0 is the vacuum permittivity. The loss parameter α is defined by $\alpha = G/(\omega_p C)$, where G is an effective normal conductance, and $\gamma = J_b/J_c$ is the normalized bias current.

In the presence of a magnetic field H_{ex} applied to the $x = 0$ extremity of the device, perpendicular to the length of the junction and parallel to the plane of the barrier, the boundary conditions for the phase difference are

$$\varphi_x(0, t) = \eta, \quad \varphi_x(l, t) = 0, \quad (2)$$

in which $\eta = -H_{ex}W/(J_c \lambda_J)$ is a dimensionless quantity related to the external field and $l = L/\lambda_J$ is the normalized length of the junction.

A breather is a localized, oscillating solution of the unperturbed sine-Gordon equation (i.e., Eq. (1) with $\alpha = \gamma = 0$) given by [3]

$$\varphi_b(x, t) = 4 \arctan \left\{ \frac{\sqrt{1 - \omega^2}}{\omega} \frac{\sin \left[\frac{\omega(t - v_e x)}{\sqrt{1 - v_e^2}} \right]}{\cosh \left[\frac{\sqrt{1 - \omega^2}(x - v_e t)}{\sqrt{1 - v_e^2}} \right]} \right\}, \quad (3)$$

where $\omega < 1$ and $v_e < 1$ are, respectively, the breather's proper frequency and envelope velocity. Equation (3) is often introduced as an analytic continuation of the kink-antikink state, which describes the collision between the simplest sine-Gordon soliton, i.e., the kink (also known as fluxon or vortex in the context of long Josephson junctions), and the corresponding antisoliton, i.e., the antikink.

In order to determine whether the nonlinear supratransmission effect [4] can be successfully employed for the generation of breather modes into a long Josephson junction, we consider the boundary conditions

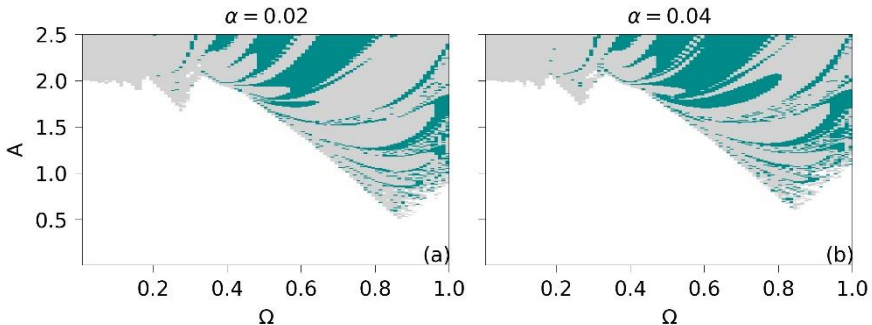
$$\varphi_x(0, t) = \tilde{A}(t)\sin(\Omega t), \quad \varphi_x(l, t) = 0 \quad (4)$$

with a forcing frequency $\Omega < 1$, which belongs to the medium's plasma gap, and Gaussian switching on/off regimes

$$\tilde{A}(t) = \begin{cases} A \exp\left[-\frac{(t-t_1)^2}{2\sigma_{on}^2}\right] & t < t_1 \\ A & t_1 \leq t < t_0 \\ A \exp\left[-\frac{(t-t_0)^2}{2\sigma_{off}^2}\right] & t \geq t_0. \end{cases} \quad (5)$$

We usually take $t_1 = 3\sigma_{on}$, whereas t_0 is not set a priori, but it is adjusted with the aim of producing single breathers in the junction.

As presented in figure, the emergence of breather modes is numerically studied by looking at their localization in the (Ω, A) parameter space. Specifically, since the driving frequency falls in the junction's plasma gap, only evanescent waves are supported as long as the linear approximation holds (i.e., for the lower values of the amplitude); these regions are indicated by the white color. However, according to the nonlinear supratransmission effect, there exists a frequency-dependent threshold value of the amplitude that allows one to unlock a completely different regime, in which the energy is transmitted in the form of nonlinear travelling excitations (such as kinks and breathers). By means of a simple criterion, based on the well-known fact that breathers radiatively decay due to dissipation (while kinks remain stable) [5], we can identify the (Ω, A) combinations with at least a kink/antikink at $t = t_{max}$, where t_{max} is the observation time (light gray areas). The remaining (dark cyan) points are the ones in which breather modes only are eventually formed in the junction.



The two panels, obtained for $\alpha = 0.02$ and $\alpha = 0.04$, show that the extension of the only-breather regions grows for higher values of the damping coefficient, which can be understood by considering the breather as the result of the bond between a kink and an antikink generated as a pair.

We also investigated the radiative decay process of the induced (single) breathers. Since the peaks associated with the oscillation cycles follow an exponential trend, a standard fitting procedure is applied to these points, defining the breather lifetime τ as the reciprocal of the exponential decay rate. The obtained results (not shown here) are in good agreement with the perturbative prediction, i.e., $\tau \sim 1/\alpha$ [5].

Finally, we looked at the effect of the bias current. In this case, only-breather zones are expected to progressively vanish as the γ perturbation term gets stronger, since it tends to tear the breather state apart [6]. Such a phenomenon is indeed observed. However, our simulations (not shown here) also indicate that current values $\gamma \lesssim \alpha$ can support the formation of breather modes, which is an interesting fact.

- [1] Scott A.C. Active and Nonlinear Wave Propagation in Electronics. – John Wiley, 1970.
- [2] Guarcello C. et al. // J. Stat. Mech.-Theory E. 2016. P. 054012.
- [3] Scott A.C. Nonlinear Science: Emergence and Dynamics of Coherent Structures. – Oxford, 2003.
- [4] Geniet F., Leon J. // Phys. Rev. Lett. 2002. Vol. 89. P. 134102.
- [5] McLaughlin D.W., Scott A.C. // Phys. Rev. A. 1978. Vol. 18. P. 1652.
- [6] Lomdahl P.S., Olsen O.H., Samuelsen M.R. // Phys. Rev. A. 1984. Vol. 29. P. 350.

MULTI-PARAMETER QUANTUM METROLOGY NEAR FIRST AND SECOND ORDER QUANTUM PHASE TRANSITIONS

G. Di Fresco²⁾, B. Spagnolo^{1,2)}, D. Valenti²⁾, A. Carollo^{1, 2)}

¹⁾ Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod

²⁾ University of Palermo

In this paper we study how the compatibility in the simultaneous estimation of different parameters can be affected by the critical behavior of many-body systems. The amount of incompatibility in an estimation scheme can be measured by the compatibility index R introduced in Ref. [1], which is proportional to the ratio between the mean Uhlmann curvature and the quantum Fisher information

$$R = \left\| 2i F_Q^{-1} U \right\|_{\infty}. \quad (1)$$

The compatibility index denotes the discrepancy between the attainable precision in a multi-parameter estimation setup and the precision predicted by the quantum Cramer-Rao bound. R has values that range in $[0,1]$. The limit $R = 0$ marks the maximal compatibility possible and it is an equivalent formulation of the compatibility conditions reported in Ref. [2]. The latter signals the conditions in which the attainable precision saturates the quantum Cramer-Rao bound, i.e. the ultimate precision achievable in any given setup. Higher values of the compatibility index describe situations in which the attainable precision deviates from the optimal one and $R = 1$ marks the maximal discrepancy possible.

Since the quantum Fisher information diverges at the critical point of a quantum phase transition, it is possible that the index in Eq. (1) goes to zero near criticality, so many-body systems become legitimate input probes for a metrological scheme. This situation was seen for the first time in Ref. [1] where the compatibility index of a one-dimensional Ising chain with a transverse magnetic field for a set of parameters goes to zero at the critical point. This work provides an extension of these concepts to qualitatively different systems.

The first system analyzed is an XY Ising chain, whose Hamiltonian has the following form

$$H = - \sum_{i=-M}^M \left(\frac{(1+\gamma)}{2} \sigma_i^x \sigma_{i+1}^x + \frac{(1-\gamma)}{2} \sigma_i^y \sigma_{i+1}^y + \lambda \sigma_i^z \right). \quad (2)$$

where σ_n^i ($i = x, y, z$) are the Pauli matrices in the n -th site of the chain. Since the analytical form of the ground state is known, we choose it as an input probe for the metrological setup

$$\rho_0 = |\psi_g\rangle\langle\psi_g|. \quad (3)$$

The parameters of the estimation are introduced through the unitary rotation

$$U_\varphi = \exp i (\varphi_x S_x + \varphi_y S_y + \varphi_z S_z). \quad (4)$$

We perform an infinitesimal rotation around the origin ($\varphi_x = \varphi_y = \varphi_z = 0$). From the analytical expression of Eq. (3) it is possible to obtain the expression of the quantum Fisher information

$$F_{\mu\lambda} = 4C(S_\mu, S_\lambda), \quad (5)$$

where $\mathcal{C}(S_\mu, S_\lambda)$ is the covariance of the spin operators. It is also possible to find the expression of the mean Uhlmann curvature

$$U_{\mu,\lambda} = -i\text{Tr}(\rho[S_\mu, S_\lambda]). \quad (6)$$

The interesting result for this system is that the ferromagnetic region is a zone of huge compatibility, in which the R index has values close to zero and goes abruptly to 1 at the phase transitions with a behavior that resembles a step-function as the size of the chain increases.

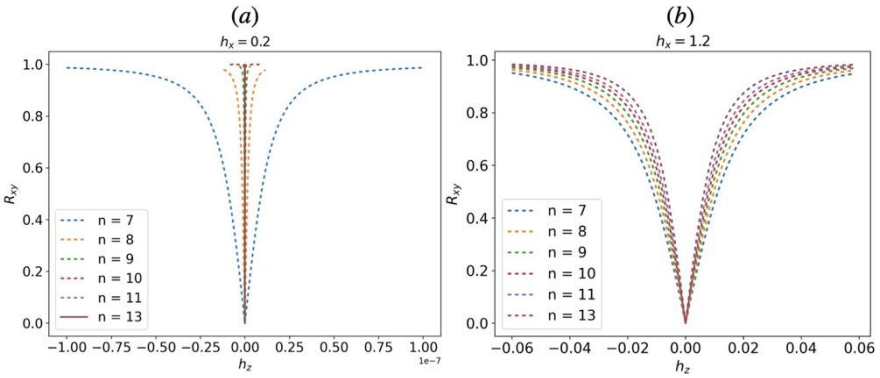
The other system analyzed is a one-dimensional Ising chain with transverse and longitudinal magnetic fields, whose Hamiltonian has the following form

$$H = - \sum_i \sigma_i^z \sigma_{i+1}^z + h_x \sigma_i^x + h_y \sigma_i^y + h_z \sigma_i^z. \quad (7)$$

The presence of the longitudinal magnetic field, in this case, allows us to add to the set of estimation parameters the amplitude of the magnetic fields, a proxy of the order parameter of the systems. Despite its benefit, the presence of this term breaks the integrability of the systems, so we must diagonalize it numerically through the application of the Lanczos method. In order to compute the compatibility index, we found numerically the quantum Fisher information through a parabolic fitting of the Uhlmann fidelity [3] and the mean Uhlmann curvature through the linear fitting of the complex angle of the Bargmann invariant [4]. In this system the compatibility index seems not to be affected by the continuous phase transition, that occurs when the system crosses the point in which the modulus of the transverse field is equal to 1 and the longitudinal field is zero. This is probably due to the presence of also a first order phase transition that takes place when the systems cross the line $h_z = 0$ with a modulus of the transverse magnetic field less than 1. In the figure below we show how the compatibility index, for the simultaneous estimation of two of the three magnetic fields, is affected by the first order phase transition. As it can be seen, in the point $h_z = 0$ the compatibility index goes always to zero, probably because in this point the compatibility conditions are satisfied independently of the critical behavior of the system. However, the scaling behavior is completely different in the two scenarios: when $h_x = 0.2$ the presence of the first order phase transition makes R go abruptly to zero and scales exponentially with the size of the systems. On the other hand, when $h_x = 1.2$, the compatibility index goes slowly to zero with a linear scaling in the system size.

In this work we have seen a variegated dependence of the compatibility index on criticality. In fact, the R index displays qualitatively different behaviors at criticality from the results of Ref. [1], with a special focus on the role of the **first** order phase transitions on the compatibility of multi-parameter estimation. Lastly, we emphasize that the results presented here have been obtained for a paradigmatic model whose behavior is likely to be representative of a whole universality class.

The compatibility index R_{xy} for different values of n . (a): $h_x = 0.2$ and $h_z \in [-1e - 7, 1e - 7]$. (b): $h_x = 1.2$ and $h_z \in [-0.06, 0.06]$.



- [1] Carollo A., Spagnolo B., Dubkov A.A., Valenti D. // Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment. 2019. P. 094010.
- [2] Ragy S., Jarzyna M., Demkowicz-Dobrzanski R. // Phys. Rev. A. 2016. Vol. 94, № 5. P. 052108.
- [3] Rossini D., Vicari E. // Phys. Rev. E. 2018. Vol. 98, № 6. P. 062137.
- [4] Reuter M.E., Hartmann M.J., Plenio M.B. // Proceedings of the Royal Society of London Series A. 2007. Vol. 463. P. 1271.

ROLE OF RANDOMLY FLUCTUATING TEMPERATURE IN A 0-DIMENSIONAL BIOGEOCHEMICAL MODEL

R. Grimaudo¹⁾, P. Lazzari²⁾, C. Solidoro²⁾, D. Valenti¹⁾

¹⁾ University of Palermo, Palermo, Italy

²⁾ OGS, Trieste, Italy

To correctly and exhaustively model the dynamics of a marine ecosystem one has to consider the random perturbations coming from the environment. Indeed, the critical role played by environmental parameters in determining the steady-state of an aquatic ecosystem is clearly showed in phytoplankton population dynamics. In this case, for example, physical variables, such as temperature, can modify the spatio-temporal behaviour of the net growth rate of the phytoplankton biomass production mechanism [1]. Moreover, changes of limiting factors such as the light intensity and nutrient concentration cause the phytoplankton system to undergo a passage from a stability condition to another and vice-versa [2]. These examples indicate that noise should not be considered as only a source of disorder, but as a necessary and fundamental ingredient to correctly describe the dynamics of open systems and to unveil intriguing and counterintuitive effects. Thus, in view of a combined model/experiment approach, stochastic models represent a powerful tool suitable to capture and predict the dynamics of biogeochemical properties of real marine ecosystems.

In the light of these considerations and according to previous works [3,4], the model used in this work takes into account the effects of random fluctuations by considering the temperature as a stochastic process. We have devised a zero-dimensional stochastic biogeochemical flux model (SBFM), starting from the well-known deterministic biogeochemical flux model (BFM) [5]. The latter is used in a wider context to simulate the biogeochemical dynamics as driven by circulation, seawater properties, photosynthetically active radiation, and biogeochemical interactions. The BFM simulates a planktonic food web of four phytoplankton populations (P1, P2, P3, P4), one heterotrophic bacterial group (B1), two microzooplankton groups (Z5, Z6), and two mesozooplankton groups (Z3, Z4). It accounts for biogeochemical cycles of carbon, phosphorus, nitrogen, and silicate. The evolution of dissolved and particulate organic matter is also included, as well as the dynamics of the microbial loop.

As claimed above, the SBFM includes additive noise sources to simulate the stochastic variability of physical variables such as the temperature. In particular, we have modified the initial (deterministic) BFM by considering the temperature as a stochastic process, i.e. a virtual Brownian particle “moving” under the influence of a self-correlated Gaussian noise, modeled through a term of additive noise, which accounts for random fluctuations coming from the environment and always present in a real ecosystem. Mathematically the temperature is described by the following Langevin equation

$$T(t) = T_{det}(t) + F_T(t), \quad (1)$$

$$\frac{dF_T(t)}{dt} = -\frac{F_T}{\tau} + \xi_T(t), \quad F(0) = 0, \quad (2)$$

where $\xi_T(t)$ is a white Gaussian noise with mean value and correlation function given by

$$\langle \xi_T(t) \rangle = 0, \quad \langle \xi_T(t) \xi_T(t') \rangle = D \delta(t - t') \quad (3)$$

with D being the noise intensity and F_T is the temperature fluctuation.

The fluctuation of temperature described by eq. 2 corresponds to a damped brownian motion, the so called Ornstein-Uhlenbeck process. The damping strength is parametrised by the temporal scale τ . D is the amplitude of the noise fluctuation expressed in $^{\circ}\text{C}^2/\text{s}$. The introduction of the damping term is extremely important. In fact, perturbing the system by modeling the temperature as a Brownian particle, i.e. subject to white Gaussian noise, results in a divergence of the temperature variance in time. Selecting different values of D and τ allows to estimate how a prescribed variance of temperature affects biogeochemical dynamics.

In order to find out possible nonmonotonic behaviours, in the figure below different curves of mean value biomass concentrations for different values of τ against the parameter D are shown. The mean value concentrations of the populations, shown in the figure below, appear to depend on both τ and D , whose values determine the steady value of the temperature's standard deviation (amplitude of fluctuations) (plot not shown). Further, the mean value concentrations of the nine populations are not equally influenced by σ_T (random fluctuations of temperature). The concentrations of the most abundant species in the stochastic approach (B1, P3, Z5, Z6, Z4) deviate from the deterministic value (see the left part of the curves in the figure) approximately of -13\% for bacteria (B1) and -32\% for omnivorous mesozooplankton (Z4). Larger effects (>100\%) are found for P1, P2, P4, Z3.

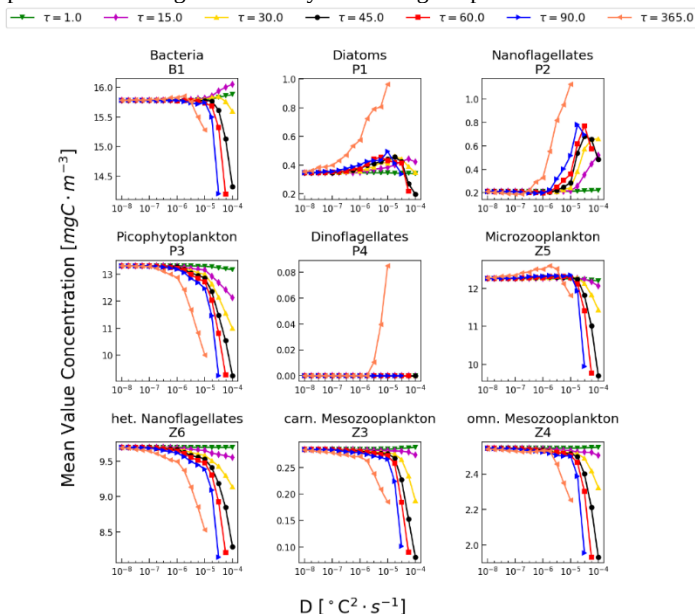
Dinoflagellates are always extinct except for $\tau=365$ days and $D > 7.5 \times 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}^2/\text{s}$, which indicates the constructive role of random fluctuations, whose presence can contribute to preserve some populations excluded in the deterministic regime. From the point of view of real ecosystems this could explain the appearance or disappearance of some planktonic groups and the enhancement of diversity driven by fluctuations.

Nonmonotonic behaviour emerges both for bacteria and microzooplankton as a function of the noise parameters, a phenomenon typical of noise-affected nonlinear systems. In particular, bacteria exhibits a nonmonotonic behaviour with respect to τ for $D=10^{-4} \text{ }^{\circ}\text{C}^2/\text{s}$. Besides the nonmonotonicity for $\tau=365$ days, which characterizes the microzooplankton and, to a lesser extent, bacteria and omnivorous mesozooplankton, we see that other two nonmonotonic behaviours are present: diatoms and nanoflagellates indeed exhibit an evident maximum for τ varying in the interval [45,90] days.

Results from the stochastic 0-D BFM. Each panel shows the mean value (the average is taken over time and over 1000 realizations) of carbon intracellular content (mgC/m^3) of BFM plankton functional type with respect to the noise intensity parameter D and for seven different values of τ , namely: $\tau=1$ day (green line, down-triangle markers), $\tau=15$ days (purple line, diamond markers), $\tau=30$ days (yellow line, up-triangle markers), $\tau=45$ days (black line, circle markers), $\tau=60$ days (red line, square markers), $\tau=90$ days (blue line, right-triangle markers), $\tau=365$ days (orange line, left-triangle markers).

In conclusion, we have seen that it is extremely interesting to study the effects of noise in marine ecosystems, which are a particular example of complex system, because of their intrinsic nonlinearity and their interaction with random fluctuations coming from the environment. Indeed, we have shown that the interplay between the nonlinearity and noisy perturbations makes the system dynamics unpredictable in a non-trivial way, giving rise, in our case, to characteristic nonmonotonic behaviours of the mean value concentration of the nine

population biomasses with respect to the two parameters τ and D which characterize the stochastic process describing the randomly fluctuating temperature.



- [1] Hickman A., Dutkiewicz S., Williams R., Follows M. // Marine Ecology Progress Series. 2010. Vol. 406. P. 1.
- [2] Valenti D., Denaro G., Spagnolo B., Conversano F., Brunet C. // PLoS One. 2005. Vol. 10, № 1. P. 0115468.
- [3] Spagnolo B., Valenti D., Fiasconaro A. // Mathematical Biosciences & Engineering. 2004. Vol. 1. P. 185.
- [4] Liu Q.-X., Jin Z., Li B.-L. // Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment. 2008. Vol. 5. P. 05011.
- [5] Lazzari P., Solidoro C., Ibello V., Salon S., Teruzzi A., B´eranger K., Colella S., Crise A. // Biogeosciences. 2012. Vol. 9, № 1. P. 217.

THERMAL NOISE EFFECT ON THE MAGNETIZATION REVERSAL PHENOMENON IN ANOMALOUS JOSEPHSON JUNCTIONS

C. Guarcello

University of Salerno

In our work, we discuss the bistable behavior of the magnetization of a current-biased φ_0 -junction [1, 2, 7, 8], with the aim to eventually conceive applications based on the current-induced magnetization reversal [4, 5]. This kind of superconductor-ferromagnet-superconductor Josephson junctions, which include a ferromagnetic thin film with an out-of-plane magnetic anisotropy and a Rashba-like spin-orbit coupling (SOC), may show a finite phase shift, φ_0 , in the current-phase relation [6, 18]. In the past few years many efforts have been devoted to the theoretical study of this device [10, 11, 13-17].

The electrodynamic of a short φ_0 -junction can be investigated through the resistively and capacitively shunted junction (RCSJ) model for the phase difference φ , generalized to include the anomalous phase shift φ_0 , and which in normalized units reads as follow [4,5]

$$\frac{d\varphi}{dt} = \omega [I_{bias}(t) - \sin(\varphi - rm_y) + I_{th}(t)] + r \frac{dm_y}{dt}. \quad (1)$$

Here, $\varphi_0 = rm_y$, since we are considering a two-dimensional SOC with momenta in the plane of the ferromagnetic film and the charge current flows in x direction, and $m_{x,y,z} =$

$M_{x,y,z}/M$ are the normalized magnetization components, with $M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2}$, so that $m_x^2 + m_y^2 + m_z^2 = 1$. The term $I_{bias}(t)$ is the current bias flowing through the junction, which is modelled as a rectangular pulse with intensity A_s and width $\sigma = 10$. Moreover, $\omega = \omega_J/\omega_F$, with $\omega_J = 2\pi I_c R/\Phi_0$ being the characteristic frequency of the junction (R and I_c are the critical current and the normal-state resistance of the device, respectively, and Φ_0 is the flux quantum), and $\omega_F = g_r K/M$ is the ferromagnetic resonance frequency (g_r is the gyromagnetic ratio and K is the anisotropy constant).

In Eq. (1), $I_{th}(t)$ is a “thermal current” contribution with the usual white-noise statistical properties that, in normalized units, can be expressed as

$$\langle I_{th}(t) \rangle = 0 \quad \text{and} \quad \langle I_{th}(t) I_{th}(t') \rangle = 2D_I \delta(t - t'), \quad (2)$$

where

$$D_I = \frac{k_B T \omega_F}{R I_c^2} = \frac{1}{\omega} \frac{k_B T}{E_J} \quad (3)$$

is the dimensionless amplitude of thermal-current fluctuations.

The time evolution of the magnetization can be described in terms of the Landau-Lifshitz-Gilbert (LLG) equation [9]

$$\frac{d\mathbf{M}}{d\tau} = \frac{\alpha}{M} \left(\mathbf{M} \times \frac{d\mathbf{M}}{d\tau} \right) - g_r \mathbf{M} \times \mathbf{H}_{eff}. \quad (4)$$

Here, α is phenomenological dimensionless Gilbert damping parameter, and the effective field is $H_{eff,i} = -\frac{1}{V} \frac{\partial F}{\partial M_i}$ with $i = x, y, z$, where V is the volume of the ferromagnetic layer and the free energy of the junction can be written as

$$F = -E_J \varphi I_{bias} + E_S(\varphi, \varphi_0) + E_M. \quad (5)$$

Here, $E_j = \Phi_0 I_c / (2\pi)$, $E_s(\varphi, \varphi_0) = E_j [1 - \cos(\varphi - \varphi_0)]$, and $E_M = -\frac{KV}{2} \left(\frac{M_z}{M}\right)^2$ is the magnetic energy depending on the anisotropy constant K . The ratio between the energy scales of the system is indicated by the parameter $\varepsilon = E_j / (KV)$. The effective magnetic field reads

$$\mathbf{H}_{eff} = \frac{k}{M} [\varepsilon r \sin(\varphi - r m_y) \hat{y} + m_z \hat{z}]. \quad (6)$$

It is convenient to write the LLG equations in spherical coordinates [12], so that the normalized components of the magnetization can be expressed in terms of the polar and azimuthal angles θ and χ as

$$\begin{aligned} m_x(\tau) &= \sin\theta(\tau) \cos\chi(\tau) \\ m_y(\tau) &= \sin\theta(\tau) \sin\chi(\tau) \\ m_z(\tau) &= \cos\theta(\tau). \end{aligned} \quad (7)$$

By normalizing the time to the inverse of the frequency ω_F , i.e., $t = \omega_F \tau$, the LLG equations reduces to the following two coupled equations

$$\begin{aligned} \frac{d\theta}{dt} &= \frac{1}{1 + \alpha^2} (\tilde{H}_{eff,\chi} + \alpha \tilde{H}_{eff,\theta}) \\ \frac{d\chi}{dt} &= \frac{\csc\theta}{1 + \alpha^2} (\alpha \tilde{H}_{eff,\chi} - \tilde{H}_{eff,\theta}), \end{aligned} \quad (8)$$

where

$$\begin{aligned} \tilde{H}_{eff,\theta} &= \varepsilon r \sin(\varphi - r m_y) \cos\theta \sin\chi - m_z \sin\theta \\ \tilde{H}_{eff,\chi} &= \varepsilon r \sin(\varphi - r m_y) \cos\chi. \end{aligned} \quad (9)$$

Thermal noise also affects directly the magnetization dynamics via a stochastic field H_{th} , a sort of “thermal field,” which can be added to the effective magnetic field term in Eq. (4) [3]. The amplitude of this stochastic term is $D_H = (\varepsilon \alpha \omega) D_I$ [4].

Figure 1 shows the stationary magnetization, $m_z^{t \gg 1}$, i.e., the value of m_z at the time $t = t_{\max} = 100$, as a function of both the Gilbert damping parameter, α , and the SOC strength, r , at different value of the pulse amplitude $A_s = \{1.2, 1.35\}$, see top and bottom panels, respectively, with and without considering the thermal current effect (the noise amplitude is equal to $\gamma = 0.005$). The other parameters are $\varepsilon = 10$, $\omega = 1$, $\sigma = 5$, and $m_z(t = 0) = +1$, i.e., at $t = 0$ we assume that the magnetization of the ferromagnetic layer points towards the positive z direction.

In Fig. 1(a)-(c) we show the behaviour of $m_z^{t \gg 1}$ as a function of r and α in the deterministic case, namely, in the absence of noise, $\gamma = 0$. Here, we observe contour plots composed by many narrow dark fringes in which $m_z^{t \gg 1} = -1$. These fringes tend to enlarge and merge by increasing further the bias current. The structure of these contour plots, indeed, depends largely on the value of the pulse amplitude A_s , despite we observe in both cases showed in Fig.1 the appearance of large areas in which the magnetization reversal systematically occurs.

The situation changes significantly if we include the thermal current fluctuations. The stochastic maps in Fig.1(b)-(d) are computed by averaging the stationary magnetization over 100 independent numerical runs. We observe that at small r the magnetization reversal phenomenon is still absent, whereas noise mostly affects the regions with large r where the averaged value of the stationary magnetization tends to distribute around zero. However,

one can still observe dark regions in which the magnetization switching occurs. With a red circle we highlight in Fig. 1(b)-(d) the region around the points (α, r) where the magnetization takes the largest negative average magnetization, i.e., the most stable (α, r) points.

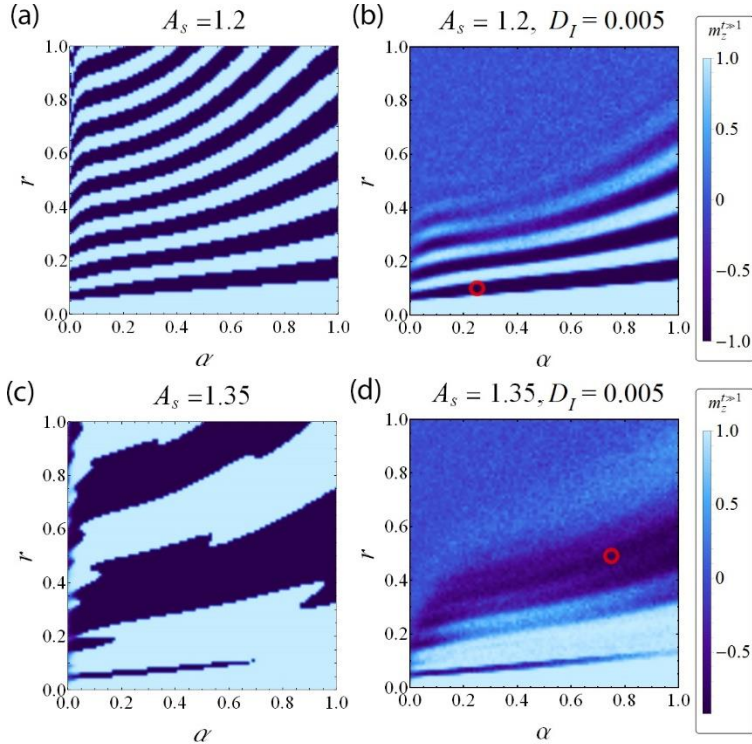


Figure 1

In conclusion, we studied the robustness of the magnetization reversal phenomenon in a φ_0 -junction against unavoidable thermal fluctuations. We observed that a sufficiently intense noise contribution can even prevent the magnetization reversal phenomenon to take place. Our finding can therefore be used for carefully setting the temperature of the system, in order to assure the magnetization reversal induced by a current pulse, regardless of thermal noise disturbances.

- [1] Bergeret F.S., Tokatly I.V. // Europhys. Lett. 2015. Vol. 110, № 5. P. 57005.
- [2] Buzdin A. // Phys. Rev. Lett. 2008. Vol. 101, № 10. P. 107005.
- [3] Coffey W.T., Kalmykov Y. // J. Appl. Phys. 2012. Vol. 112, № 12. P. 121301.
- [4] Guarcello C., Bergeret F. S. // Phys. Rev. App. 2020. Vol. 13, № 3. P. 034012.
- [5] Guarcello C., Bergeret F. S. // Chaos Soliton Fract. 2021. Vol. 142. P. 110384.

- [6] Guarcello C., Citro R., Durante O., Bergeret F. S., Iorio A., Sanz-Fernández C., Strambini E., Giazotto F., Braggio, A. *Phys. Rev. Research*. 2020. Vol. 2, № 2. P. 023165.
- [7] Kongschelle F., Buzdin A. // *Phys. Rev. Lett.* 2009. Vol. 102, № 1. P. 017001.
- [8] Kongschelle F., Tokatly I.V., Bergeret F.S. // *Phys. Rev. B*. 2015. Vol. 92, № 12. P. 125443.
- [9] Landau L.D., Lifshitz E.M. // *Sov. Phys.* 1935. Vol. 8. P. 153.
- [10] Mazanik A.A., Rahmonov I.R., Botha A.E., Shukrinov Y.M. // *Phys. Rev. App.* 2020. Vol. 14, № 1. P. 014003.
- [11] Nashaat M., Bobkova I.V., Bobkov A.M., Shukrinov Y.M., Rahmonov I.R., Sengupta K. // *Phys. Rev. B*. 2019. Vol. 100. P. 054506.
- [12] Romá F., Cugliandolo L.F., Lozano G.S. // *Phys. Rev. E*. 2014. Vol. 90, № 2. P. 023203.
- [13] Shukrinov Y.M., Mazanik A., Rahmonov I.R., Botha A.E., Buzdin A. // *Europhys. Lett.* 2018. Vol. 122. P. 37001.
- [14] Shukrinov Y.M., Nashaat M., Rahmonov I.R., Kulikov K.V. // *JETP Lett.* 2019. Vol. 110, № 3. P. 160.
- [15] Shukrinov Y.M., Rahmonov I.R., Botha A.E. // *IEEE T. Appl. Supercon.* 2018. Vol. 28, № 7. P. 1.
- [16] Shukrinov Y.M., Rahmonov I.R., Sengupta K. // *Phys. Rev. B*. 2019. Vol. 99, № 22. P. 224513.
- [17] Shukrinov Y.M., Rahmonov I.R., Sengupta K., Buzdin A. // *Appl. Phys. Lett.* 2017. Vol. 110, № 18. P. 182407.
- [18] Strambini E., Iorio A., Durante O., Citro R., Sanz-Fernández C., Guarcello C., Tokatly I.V., Braggio A., Rocci M., Ligato N., Zannier V., Sorba L., Bergeret F. S., Giazotto F. // *Nat. Nanotechnol.* 2020. Vol. 15. P. 656.

АНАЛИЗ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПРОЦЕССОВ В ПРОВОДЯЩЕЙ НИТИ МЕМРИСТОРА, ОБУСЛОВЛЕННЫХ ДИФФУЗИЕЙ ИОНОВ КИСЛОРОДА

В.С. Кочергин¹⁾, А.В. Ключев¹⁾, Д.В. Суняйкин¹⁾, Н.И. Штрауб¹⁾,
А.В. Якимов¹⁾, В. Spagnolo^{1, 2, 3)}

¹⁾ ННГУ им. Н.И. Лобачевского

²⁾ *Università di Palermo and CNISM, Italy*

³⁾ *Istituto Nazionale di Fisica Nucleare, Italy*

С целью исследования нестационарных процессов в проводящей нити мемристора использовался виртуальный мемристор, в котором для формирования одиночного филамента в тонкопленочном образце стабилизированного иттрием диоксида циркония (YSZ) применен зонд сканирующего атомно-силового микроскопа (АСМ). Схема установки представлена в работах [1, 2].

Сначала зонд приводится в контакт с поверхностью пленки YSZ, и временные отсчеты значений тока $I_t(t)$ через зонд записываются при нулевом напряжении, приложенном к зонду, $V_g = 0$ (состояние «1», есть контакт), чтобы измерить внутренний шум экспериментальной установки. Затем выполняется электроформовка подачи напряжения $V_g = +6$ В до тех пор, пока ток не достигнет заданного значения 10–20 нА. После этого данные о шуме для состояния низкого сопротивления (СНС) записываются при $V_g = +3$ В. Затем образец переключается в состояние высокого сопротивления (СВС) путем подачи напряжения, линейно уменьшающегося до $V_g = -6$ В. После этого шум в СВС записывается при $V_g = +3$ В. Затем образец снова переключается в СНС путем увеличения V_g до +6 В, и измерения шума в СНС повторяются. После этого образец снова переключается в СВС и так далее. Всего с одной точки поверхности выполняется до 10 циклов измерения шума в СНС и СВС. Наконец, внутренний шум экспериментальной установки измеряется с поднятым зондом над поверхностью образца на расстояние 4 мкм (состояние «0», нет контакта). Частота дискретизации во всех измерениях составляет 15 995 Гц. Каждый набор данных (далее – скан) содержит 200 записей по 1024 выборки (общая длительность одной записи составляет 64.02 мс) для удобства дальнейшего быстрого преобразования Фурье (БПФ) и усреднения. Длительность одной записи составляет 64.02 мс, а каждый скан занимает около 12.8 с.

В СВС данные шума почти идентичны внутреннему шуму экспериментальной установки в состоянии «0» из-за очень малого тока через зонд. Поэтому данные для СВС здесь не приводятся, а дальнейший анализ проводится для СНС, где ток значительно больше, чем в СВС. Записи производились последовательно одна за другой.

Осциллограмма тока $I_t(t)$ в скане СНС «1» показана на рис. 1. Этот ток явно нестационарен; сканы «2» – «6» демонстрируют аналогичное поведение. Осциллограмма последнего фрагмента из скана «1» (200-я запись) представлена на рис. 2. В данном фрагменте отчетливо видно присутствие случайного телеграфного процесса (СТП). В большинстве сканов СТП столь явно не проявляется.

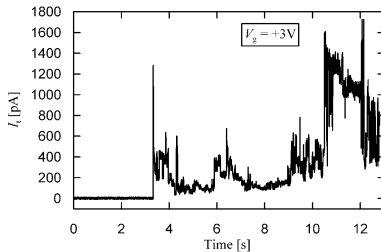


Рис. 1

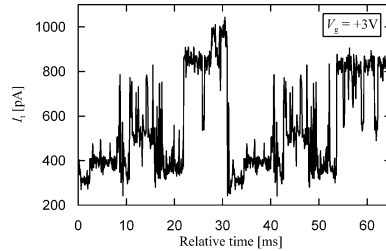


Рис. 2

Полученные оценки функции плотности вероятности (pdf) для последовательных («1» – «6») сканов в СНС представлены на рис. 3. Эти оценки усечены по горизонтальной оси током $I_t = 200$ пА для более четкого представления результатов. Отсюда мы явно видим нестационарность шума в токе $I_t(t)$. Скан «1» характеризуется относительно широким разбросом тока $I_t(t)$ и имеет негауссовскую форму функции плотности вероятности.

С течением времени измерения функция плотности вероятности преобразуется. Последний скан «6» имеет pdf, близкую к закону Гаусса, аналогично скану «(0)» внутреннего шума экспериментальной установки.

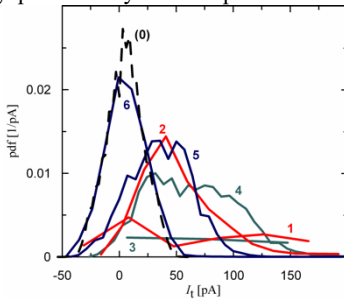


Рис. 3

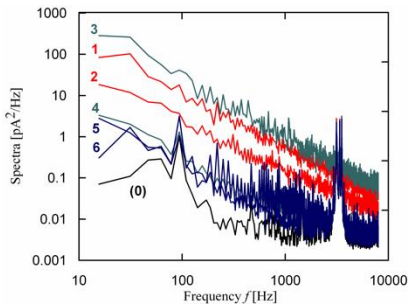


Рис. 4

Эти же сканы используются для оценки спектров $S_i(f)$. Для $i = 0$ мы имеем спектр внутреннего шума экспериментальной установки, а для $i = [1, 6]$ – спектры тока $I_t(t)$ из последовательно записываемых сканов. Эти спектры показаны на рис. 4. Здесь наглядно видно присутствие квазигармонических помех; эти компоненты удаляются при дальнейшей обработке.

Некоторые статистические параметры этих оценок представлены в таблице. Первый столбец этой таблицы содержит перечень обработанных сканов «1» – «6», средние данные этих сканов «Avg» и среднеквадратичное значение внутреннего шума экспериментальной установки «(0)». Следующие четыре столбца содержат оценочные данные, характеризующие функцию плотности вероятности: $\langle I_t \rangle$ – среднее значение тока $I_t(t)$ через зонд АСМ, в пА; σ – среднеквадратичные значения флуктуаций этого тока после вычитания той же характеристики внутреннего шума экспериментальной установки, которая фигурирует в строке «(0)»; γ_3 и γ_4 – коэффициенты асимметрии и эксцесса как мера отклонения от закона Гаусса. Следующие два столбца содержат

подгоночные параметры A и γ для фликкерной компоненты спектра шума (1) в $\text{пА}^2/\text{Гц}$

$$S_{Fit}(f) = \frac{A}{f^\gamma}, f \in [f_L; f_H]. \quad (1)$$

Последний столбец таблицы содержит оценки среднеквадратичной величины скачков электронного тока через нить в пА [2, 3, 4]

$$i_0 = \sqrt{\langle a_m^2 \rangle}. \quad (2)$$

Здесь a_m - величина скачка в токе I_t , обусловленная единичным скачком иона кислорода внутри, либо около проводящей нити. Угловые скобки означают статистическое усреднение. В разных сканах величина i_0 составляет от 0.6 до 9.2 пА, со средним значением по всем шести сканам 4.9 пА.

Табл.

№	$\langle I_t \rangle$	σ , пА	γ_3	γ_4	A	γ	i_0 , пА
«1»	299	375	1.6	1.7	4500	1.3	6.9
«2»	64	69	4.2	25.0	1000	1.3	3.2
«3»	269	289	3.5	21.6	8000	1.3	9.2
«4»	63	35	0.4	-0.3	100	1.3	1.0
«5»	37	25	1.0	5.5	40	1.3	0.6
«6»	6.7	19	6.3	91.5	120	1.3	1.1
«Авр»	123	196			2300	1.3	4.9
«(0)»	4.3	16	0.0	-0.4	2.0	1	

Как видно из таблицы, электронный ток через проводящую нить демонстрирует нестационарное поведение с разными значениями статистических параметров от одного скана к другому. Тем не менее предложенный косвенный метод спектроскопии НЧ фликкер-шума дает возможность оценить структуру электронного тока через виртуальный мемристор нанометрового размера, не уточняя механизма электронной прыжковой проводимости.

Предложенный косвенный метод спектроскопии НЧ фликкер-шума дает возможность оценить структуру электронного тока через виртуальный мемристор нанометрового размера, не уточняя механизма электронной прыжковой проводимости.

Следует отметить, что подобный эффект деградации наблюдается также и в образцах из нитрида кремния Si_3N_4 , исследованных в [5]. С уменьшением толщины проводящей нити также уменьшается и стабильность ее характеристик. Необходимо иметь в виду, что для увеличения скорости переключения требуется быстрая диффузия ионов кислорода, а для уменьшения деградации образца – наоборот.

Настоящая работа поддержана Правительством Российской Федерации, договор № 074-02-2018-330 (2). Измерения проводились на оборудовании Научно-образовательного центра физики твердотельных наноструктур ННГУ.

- [1] Аникина Ю. И., А.В. Якимов, Д.О. Филатов, О.Н. Горшков, Д.А. Антонов, Д.А. Лискин, И.Н. Антонов, А.В. Ключев, Спаньоло Б. // Труды XXIII научной конференции по радиофизике, посвященной 100-летию со дня рождения Н.А. Железцова. 2019. С. 489.
- [2] Yakimov A.V., Filatov D.O., Gorshkov O.N., Antonov D.A., Liskin D.A., Antonov I.N., Belyakov A.V., Klyuev A.V., Carollo A., and Spagnolo B. // Applied Physics Letters. 2019. Vol. 114. P. 253506.
- [3] Штрауб Н.И., Якимов А.В., Ключев А.В., Горшков О.Н., Филатов Д.О., Кочергин В.С., Спаньоло Б. // Труды XXIV научной конференции по радиофизике, посвящённой 75-летию радиофизического факультета. 2020. С. 454.
- [4] Yakimov A.V., Filatov D.O., Gorshkov O.N., Klyuev A.V., Shtraub N.I., Kochergin V.S. and Spagnolo B. // Chaos, Solitons and Fractals. 2021. Vol. 148. P. 111014.
- [5] Суняйкин Д.В., Якимов А.В., Ключев А.В., Горшков О.Н., Филатов Д.О., Антонов Д.А., Михайлов А.Н., Димитракис П., Спаньоло Б. // Труды XXIV научной конференции по радиофизике, посвящённой 75-летию радиофизического факультета. 2020. С. 450.

EFFECT OF EXTERNAL NOISE ON THE RESISTIVE STATE OF THE MEMRISTIVE STRUCTURES BASED ON $\text{ZrO}_2(\text{Y})$

M.N. Koryazhkina¹, A.I. Belov¹, M.E. Shenina¹, I.N. Antonov¹, A.N. Mikhaylov¹, D.O. Filatov¹, O.N. Gorshkov¹, N.V. Agudov¹, A.A. Dubkov¹, B. Spagnolo^{1, 2}

¹) *Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod*

²) *University of Palermo*

The development of the a new type of computer non-volatile memory – Resistive Random-Access Memory and its key elements – memristors (or memristive structures) – is one of the most pressing scientific and technical problems of modern information technologies. Memristor is a capacitor capable of changing the conductivity of a dielectric under the influence of an applied voltage and maintaining a state with a certain resistance for a long time without additional energy. The operating of memristors is based on the effect of resistive switching (RS). It is a reversible bistable (multistable) change in the electrical conductivity of a dielectric under the influence of an external electric field. Today's understanding of the RS mechanisms is based mainly on the concept of filaments. A filament is a conductive area inside a dielectric. Filaments are formed during the electroforming process. In this process the atomic configuration in the filament region changes. This leads to a local changes in conductivity. The switching of a memristor from the low-resistance state (LRS) to the high-resistance state (HRS) is achieved by the rapture of the filament by a voltage pulse. The filament can be restored by a voltage pulse of the opposite polarity that results in the switching from the HRS to LRS.

It should be stressed that the RS is a random process essentially. This is due to the fact that the rapture and restoring of the filaments in oxides take place near the interface of the filament with one of the electrodes through the jumps of the O^{2-} ions via the oxygen vacancies in a small volume (several cubic nanometers) near the filament tip.

The memristor can be considered as a multistable nonlinear system whose behavior can be described using the methods of statistical physics. The impact of noise on such systems can lead to the occurrence of phenomena, where noise plays a constructive role. Some phenomena inherent to the stochastic multistable systems have been observed in memristors indeed [1-8].

The present work is dedicated to the results discovered changes in the resistive state of memristive structures based on $\text{ZrO}_2(\text{Y})$ under the influence of external noise signal. Schematic representation of investigated memristive structure shown in Fig.1. The lateral dimension of the active area of the memristive structure is $20 \times 20 \mu\text{m}^2$. The electroforming and preliminary electrical characterization of the memristive structures were performed using Agilent B1500A semiconductor device parameter analyzer.

Investigation of the effect of external noise on the resistive state of the memristive structures based on $\text{ZrO}_2(\text{Y})$ was carried out using the Multifunction I/O Device USB-6361 (National Instruments). A constant offset (1.5 V) with superimposed external white Gaussian noise with different intensity (in the range of $4.9 \cdot (10^{-13} - 10^{-11}) \text{ V}^2 \cdot \text{s}$) was applied with a frequency of 2 MHz to the memristive structure in a LRS at room temperature. The current response of a memristive structure was recorded with a frequency of 2 MHz from a load resistor (100 Ω), which was connected in series with the structure.

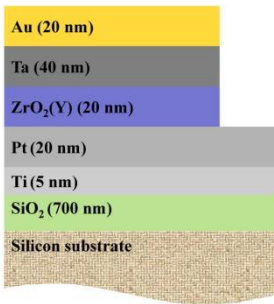


Fig. 1

The resulting waveform of the current was obtained as time average over a short time interval $T_a = M \cdot t_s = 5 \times 10^{-5}$, where $M = 100$ is the number of points in the time series of the current, measured within the interval T_a . The duration of each experiment was 10 s. As a result of effect of external noise signal, the memristive structure changed its resistive state to a less conductive one.

Fig. 2 show the typical current-voltage curves, measured in the current compliance mode before and after effect of external noise signal.

Fig. 3 show the typical waveform of the current flowing through the memristor under the external noise signal. It is shown that the application of a constant offset with superimposed noise leads to a change in the resistive state of the memristive structure. It is assumed that this transition is associated with a change in the potential profile of the memristive structure (microscopically with a change in the current-carrying capability of the filament).

Fig. 4 shows the dependence of the relaxation time on the noise intensity. The relaxation time of the resistive state (τ) is understood as the average time during which the initial value of the current decreases by a factor of e . To determine the relaxation time, each waveform of the current was approximated by a decaying exponential dependence.

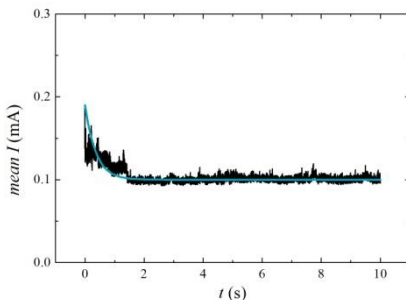


Fig. 3

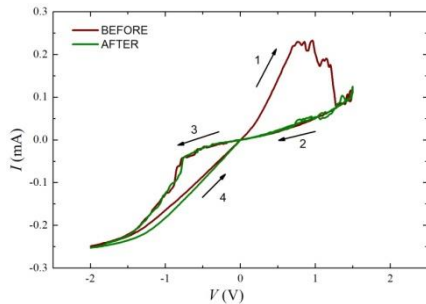


Fig. 2

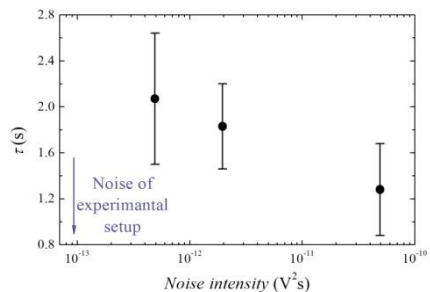


Fig. 4

In the present work, we have investigated experimentally the response of a memristive structures based on $\text{ZrO}_2(\text{Y})$ to external noise signal. It is shown that the application of such signals leads to a change in the resistive state of the memristive structure.

Acknowledgements

This work was supported by the Government of the Russian Federation (agreement No. 074-02-2018-330 (2)). The studies were performed using the hardware resources of the collective use center: Research and Education Center “Physics of Solid State Nanostructures” Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod.

- [1] Patterson G.A., Fierens P.I., Grosz D.F. // *Applied Physics Letters*. 2013. Vol. 103. P. 074102.
- [2] Filatov D.O., Vrzheshech D.V., Tabakov O.V., Novikov A.S., Belov A.I., Antonov I.N., Sharkov V.V., Koryazhkina M.N., Mikhaylov A.N., Gorshkov O.N., Dubkov A.A., Carollo A., Spagnolo B. // *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*. 2019. Vol. 2019. P. 124026.
- [3] Ntinas V., Rubio A., Sirakoulis G.C., Rodriguez R., Nafria M. // *Proc. 2019 IEEE/ACM International Symposium on Nanoscale Architectures (NANOARCH)*. 2019. P. 1.
- [4] Filatov D.O., Novikov A.S., Baranova V.N., Antonov D.A., Kruglov A.V., Antonov I.N., Zdrovevshchev A.V., Koryazhkina M.N., Gorshkov O.N., Dubkov A.A., Carollo A., Spagnolo B. // *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*. 2020. Vol. 2020. P. 024005.
- [5] Agudov N.V., Safonov A.V., Krichigin A.V., Kharcheva A.A., Dubkov A.A., Valenti D., Guseinov D.V., Belov A.I., Mikhaylov A.N., Carollo A., Spagnolo B. // *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*. 2020. Vol. 2020. P. 024003.
- [6] Ntinas V., Rubio A., Sirakoulis G.C., Aguilera E.S., Pedro M., Crespo-Yepes A., Martin-Martinez J., Rodriguez R., Nafria M. // *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*. 2021. Vol. 68. P. 1378.
- [7] Mikhaylov A.N., Guseinov D.V., Belov A.I., Korolev D.S., Shishmakova V.A., Koryazhkina M.N., Filatov D.O., Gorshkov O.N., Maldonado D., Alonso F.J., Roldán J.B., Krichigin A.V., Agudov N.V., Dubkov A.A., Carollo A., Spagnolo B. // *Chaos, Solitons and Fractals*. 2021. Vol. 144. P. 110723.
- [8] Ushakov Y., Balanov A., Savel'ev S. // *Chaos, Solitons and Fractals*. 2021. Vol. 145. P. 110803.

РЕАЛИЗАЦИЯ ГЕНЕРАТОРА СЛУЧАЙНЫХ ЧИСЕЛ НА ОСНОВЕ МЕМРИСТИВНЫХ УСТРОЙСТВ ДЛЯ СИСТЕМ ИНФОРМАЦИОННОЙ БЕЗОПАСНОСТИ

А.Н. Михайлов, Д.В. Гусейнов, А.И. Белов, Д.С. Королев, А.Н. Шарапов,
М.О. Шамшин, В.И. Лукоянов

ННГУ им. Н.И. Лобачевского

Введение

Программные средства криптографической защиты обладают высокой степенью уязвимости, поэтому с развитием новых прорывных технологий, в частности «Интернета вещей», насущной проблемой становится создание компактных аппаратных систем безопасности, которые не уступают программным системам в эффективности, но при этом являются гораздо более защищенными. Основная идея создания таких аппаратных систем защиты – это использование физически неклонировуемых функций, которые определяют криптографические ключи из вариации процессов изготовления или естественного разброса параметров изготовленных структур. Один из возможных вариантов аппаратных систем, реализующих эту идею, основан на использовании в качестве ключевого элемента мемристора [1, 2].

Принцип работы

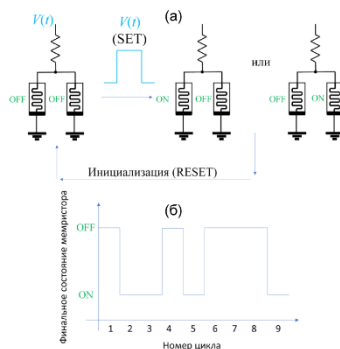


Рис. 1

Для генерации случайных последовательностей чисел используется случайное переключение одного из двух или более параллельных мемристоров в проводящее состояние при подаче общего напряжения смещения. Данный принцип проиллюстрирован на рис. 1а на примере двух параллельно соединенных мемристоров. При подаче общего импульса напряжения, соответствующего процессу SET, как только один из двух мемристоров переходит в проводящее состояние (ON), процесс завершается, так как падение напряжения на втором мемристоре становится недостаточным для переключения (известный принцип «победитель забирает все»). Итоговое состояние одного из мемристоров в паре от цикла к циклу дает случайную последовательность бинарных состояний, как это схематически показано на рис. 1б. Для инициализации исходных высокоомных состояний (OFF) для обоих мемристоров реализуется процесс

RESET. В случае мемристоров с одинаковыми характеристиками вероятность переключения одного мемристора равна 50%, что дает равномерное распределение случайных чисел в последовательности. При отличии в параметрах резистивных состояний могут использоваться последовательные сопротивления, подстраивающие необходимое падение напряжения на каждом из мемристоров.

Проведено теоретическое (компьютерное) моделирование динамики резистивных состояний мемристивных устройств на основе экспериментально определенных параметров резистивного переключения и выбранных режимов электрического воздействия, сгенерированы в модели бинарные последовательности чисел с длиной не менее 106 бит, пригодные для проведения статистических тестов NIST.

Для описания динамики одного мемристора использовалась одномерная модель порогового типа, где параметру состояния x ставилась в соответствие длина проводящего канала (филамента), формирующегося и разрушающегося в оксидном слое мемристивного устройства в процессе резистивного переключения:

$$\frac{dx}{dt} = f(V) \quad (1)$$

Функция $f(V)$ описывает динамику переменной x за счет дрейфа вакансий / ионов кислорода при напряжениях выше порогового:

$$\begin{cases} f(V) = a \cdot \exp(b(V - V_{th})), & |V| \geq |V_{th}| \\ f(V) = 0, & |V| \leq |V_{th}|, \end{cases} \quad (2)$$

$$(3)$$

где a и b коэффициенты, V – напряжение на мемристоре, а V_{th} – пороговое напряжение. Так как в рассматриваемой схеме действует ограничение по току I_{cc} , предотвращающее повреждение мемристора при подаче отрицательного импульса SET, то напряжение на мемристоре V определяется как:

$$\begin{cases} V = V_{th}, & I < I_{cc} \\ V = I_{cc} \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}, & I > I_{cc} \end{cases} \quad (4)$$

$$(5)$$

где $R_{1,2} = R_{ON-x} + R_{OFF}(1 - x)$ – сопротивления мемристоров 1 и 2, а $I = V_{in} \cdot (R_1 + R_2) / (R_1 R_2)$ – ток в цепи. Следует отметить, что данное выражение описывает «просадку» напряжения на мемристоре, которая лежит в основе описанного выше принципа «победитель забирает все».

Экспериментальная часть

Были использованы микроустройства на основе структур «металл-оксид-металл» (Au/Zr/ZrO₂(Y)/TiN/Ti) в интегральном исполнении, удовлетворяющие повышенным требованиям к устойчивости резистивного переключения (до 10⁶ циклов перезаписи) и стабильности заданных резистивных состояний (не менее 10⁴ с) для генерации случайных бинарных последовательностей чисел.

Резистивное переключение производилось путём подачи периодических переключающих импульсов с определённой амплитудой и длительностью. Для отдельных мемристивных микроустройств исследованы зависимости вероятности переключения от амплитуды (1-2 В) и длительности (0,02-100 мс) прямоугольного импульса напряжения SET, который переводит мемристор в проводящее состояние. Для определения

вероятности переключения для каждой комбинации параметров импульса SET, данный импульс подавался не менее 50 раз с инициализацией непроводящего состояния импульсом RESET после каждого импульса SET. Типичные значения вероятности в зависимости от амплитуды (U_{SET}) и длительности (τ_{SET}) импульса SET представлены на рис. 2. Видно, что при больших амплитудах U_{SET} вероятность переключения стремится к единице. По мере уменьшения амплитуды для каждого конкретного τ_{SET} вероятность уменьшается. От длительности импульса τ_{SET} зависимость прослеживается лишь для амплитуд в диапазоне 1-1,5 В, когда напряжение может быть недостаточным для полного переключения. В этих случаях мемристор чаще всего остаётся в промежуточном состоянии (неполное переключение).

$\tau_{SET}(mc) / U_{SET}(B)$	-1	-1,5	-2
0,02	0,084211	0,8125	1
0,1	0,5	0,833333	1
1	0,276596	0,808511	1
10	0,244186	0,802469	1
100	0,276596	1	1

Рис. 2

Проведено тестирование с применением стандартных статистических тестов NIST сгенерированных бинарных последовательностей чисел, которые подтвердили их случайный характер и возможность их использования при построении криптографических ключей. Генерация бинарных случайных последовательностей чисел осуществлялась как в представленной выше модели, так и в эксперименте (рис. 3 и рис. 4 соответственно) с использованием отобранных параметров импульсов SET, подходящих для полного переключения каждого мемристорного устройства в паре.

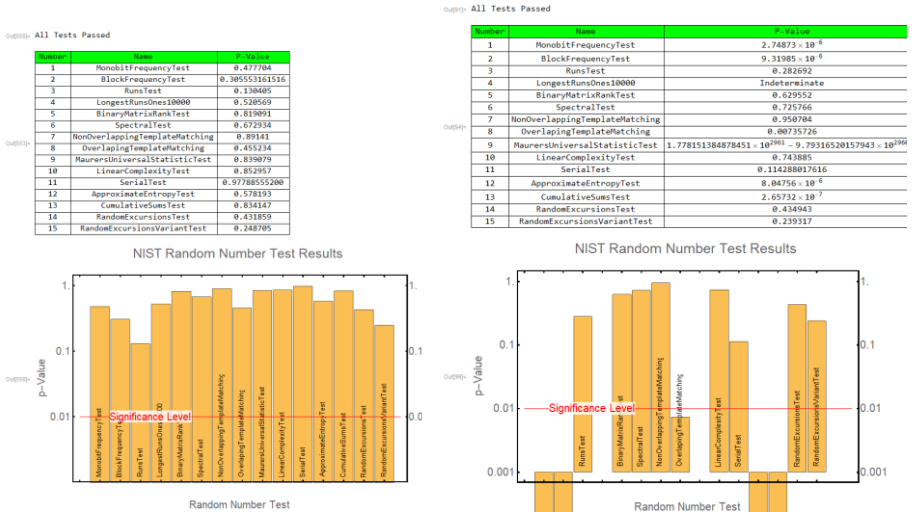


Рис. 3

Рис. 4

Заключение

Линейка из параллельно соединённых мемристивных структур может быть использована как элемент аппаратной системы генерации бинарной случайной последовательности. Путём вариации параметров переключения и добавочных сопротивлений можно управлять вероятностью переключения того или иного мемристора в линейке.

Тестирование модельных данных генерации случайных чисел показало, что полученная последовательность отвечает критериям «истинно случайной» последовательности. Экспериментальные же данные подтверждают это лишь отчасти, ввиду малой длительности последовательности для тестирования.

- [1] Jiang H., Belkin D., Savel'ev S.E., Lin S., Wang Z., Li Y., Joshi S., Midya R., Li C., Rao M., Barnell M., Wu Q., Joshua Yang J., Xia Q. // Nature Commun. 2017. Vol. 8. P. 882.
- [2] Nili H., Adam G.C., Hoskins B., Prezioso M., Kim J., Mahmoodi M., Merrikh Bayat F., Kavehei O., Strukov D.B. // Nature Electronics. 2018. Vol. 1. P. 197.

АНАЛИЗ ЭНЕРГИЙ АКТИВАЦИИ ДИФфуЗИИ ИОНОВ КИСЛОРОДА В МЕМРИСТОРАХ МЕТОДОМ ФЛИККЕР–ШУМОВОЙ СПЕКТРОСКОПИИ

О.В. Маторина¹⁾, А.В. Ключев¹⁾, А.В. Якимов¹⁾, В. Spagnolo^{2, 3)}

1) ННГУ им. Н.И. Лобачевского

2) Università di Palermo and CNISM, Italy

3) Istituto Nazionale di Fisica Nucleare, Italy

Исследовался виртуальный мемристор, состоящий из контакта проводящего зонда атомного силового микроскопа (АСМ) к тонкой плёнке переключающего диэлектрика – диоксида циркония, стабилизированной иттрием (YSZ), нанесённой на базовый TiN электрод. Диаметр контакта зонда с плёнкой составлял около 10 нм.

Анализировался электрический ток $I(t)$, протекающий через проводящий канал (филамент) в плёнке, образованный под зондом АСМ, как в низком (LRS), так и в высоком (HRS) резистивном состоянии. Измерены спектры тока в высоком и низком резистивных состояниях. Обнаружено, что шум в HRS имеет практически тот же спектр, что и собственный шум экспериментальной установки. В LRS наблюдался значительный фликкерный шум (ФШ). Определён параметр формы спектра (γ) ФШ. Предполагается, что этот шум связан с движением ионов кислорода через кислородные вакансии (V_{Os}) в филаменте, которое характеризуется различающимися (случайными) значениями энергии E активации. Найден вид вероятностного распределения энергий активации диффузии ионов кислорода внутри проводящего филамента, вплоть до предельного случая ($\gamma=1$), рассмотренного А. Ван дер Зилом [1]. Значения энергий, определённые по спектру ФШ [2–4], удовлетворительно совпадают с результатами измерений при температурах 300–500 К на образцах с макроскопическими контактами, $E=0.53\text{--}0.56$ эВ, приведёнными в работе [5].

Измерения проводились с использованием Omicron® UHV AFM / STM LF1. Базовое давление остаточных газов в камере АСМ составляло $\sim 10^{-5}$ Торр (см. [6]). Схема измерения тока показана на рис. 1. Ток I_t оцифровывался для дальнейшей обработки с помощью многофункционального анализатора ADSViewer, см., например, [7, 8].

Сначала зонд был приведен в контакт с поверхностью плёнки YSZ, и записаны временные реализации тока $I_t(t)$ при напряжении, приложенном к электродам, $V_g=0$ (состояние 1 «В контакте»); измерялся шум экспериментальной установки. Затем была выполнена электроформовка филамента нарастающим напряжением $V_g = +6$ В, пока ток не достиг предварительно установленного значения 10–20 нА. После этого записан шум в LRS при $V_g = +3$ В. Затем образец переключен в HRS напряжением, линейно уменьшавшимся до $V_g = -6$ В. После чего записан шум при $V_g = +3$ В. Был снова измерен шум установки; зонд поднят над поверхностью образца примерно на 4 мкм (состояние 0 «Нет контакта»).

Частота дискретизации во всех измерениях составляла 15 995 Гц, каждый набор данных содержал 200 записей по 1024 выборки для удобства дальнейшего быстрого преобразования Фурье и усреднения полученных спектрограмм.

Обнаружено, что шум установки можно считать гауссовым и стационарным. В HRS характеристики шума идентичны шуму установки. Иная ситуация наблюдалась в LRS: шум нестационарен. Полный спектр шума $S_T(f)$ состоит из спектра шума $S_{LRS}(f)$, генерируемого филаментом, и спектра шума установки $S_0(f)$.

Чтобы определить спектр $S_{LRS}(f)$ шума, генерируемого филаментом, мы вычли спектр $S_0(f)$ из $S_t(f)$. Полученный спектр и его аппроксимация зависимостью $1/f^\gamma$ показаны на рис. 2.

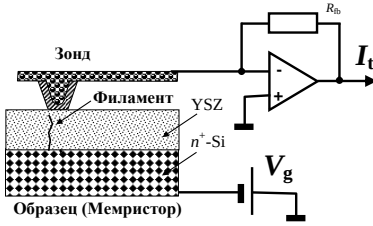


Рис. 1

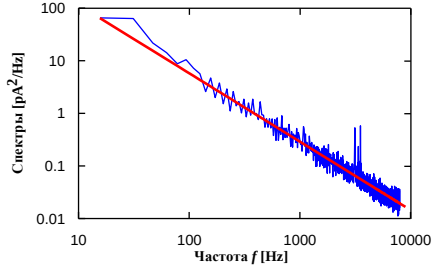


Рис. 2

Спектр $S_{LRS}(f)$ имеет фликкерный характер; его аппроксимация (с параметрами $A_0=2.3 \times 10^3$; $\gamma=1.3$) описывается следующим соотношением:

$$S_{Fit}(f) = \frac{A_0}{f^\gamma} [pA^2/Hz] \quad (1)$$

В качестве причины ФШ рассматривается движение (дрейф / диффузия) V_{os} внутри филамента. Использована модель [1], см. также [9, 10]. Элементарный скачок V_{os} требует энергии активации E . Средняя частота этих скачков определяется соотношением (здесь $f_T=10^{13}$ Гц – средняя частота тепловых колебаний решетки):

$$f_c(E) = f_T \exp\left(-\frac{E}{kT}\right) \quad (2)$$

Скачки V_{os} порождают случайный телеграфный шум (RTN) в проводимости $G=G(t)$ филамента. Спектр этого шума $S_{RTN}(f | f_c)$ имеет лоренцев тип.

Средняя частота (2) имеет смысл частоты среза для лоренцева спектра [2-4]. V_{os} внутри филамента имеют энергии активации E , характеризующие pdf $W_E(E)$, определяющей pdf $W_c(f_c)$ частот среза (здесь $E(f_c)=kT \ln(f_T/f_c)$, см. (2)).

Спектр $S_G(f)$ флуктуаций проводимости определяется перестройкой вакансионной структуры V_{os} (здесь N_T – количество подвижных вакансий внутри филамента):

$$S_G(f) = N_T \int_{(f_c)} S_{RTN}(f | f_c) W_c(f_c) df_c \quad (3)$$

Интеграл в (3) рассчитывается по всему диапазону частот f_c . Спектр ФШ как суперпозиция лоренцевых спектров представлен на рис. 3. В общем случае такой спектр наблюдается в ограниченных (но достаточно широких) пределах $f \in [f_L; f_H]$.

Для простоты здесь используется финитная pdf частот среза:

$$W_c(f_c) = \frac{B_c}{f_c^\gamma}; B_c = \frac{1-\gamma}{f_H^{1-\gamma} - f_L^{1-\gamma}}; f_c \in [f_L; f_H] \quad (4)$$

Если $\gamma \rightarrow 1$, коэффициент нормировки равен $B_c=1/\ln(f_H/f_L)$. Высшая и низшая частоты определяются пределами для энергии активации $E \in [E_1; E_2]$:

$$E_1 = kT \ln \left(\frac{f_T}{f_H} \right); E_2 = kT \ln \left(\frac{f_T}{f_L} \right) \quad (5)$$

Pdf для энергий активации имеет вид (здесь B_E – коэффициент нормировки):

$$W_E(E) = B_E \exp \left[(\gamma - 1) \frac{E}{kT} \right], E \in [E_1; E_2] \quad (6)$$

Данное распределение для различных значений γ представлено на рис. 4.

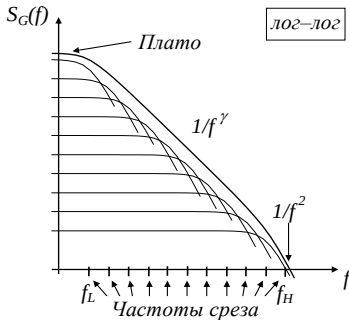


Рис. 3

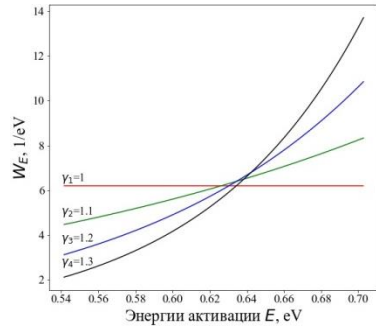


Рис. 4

Таким образом, исследованы шумы в мемристорной структуре на основе тонкой плёнки диоксида циркония, стабилизированной иттрием. Проанализированы энергии активации диффузии ионов кислорода внутри проводящего филамента. Эта диффузия приводит к стохастической модуляции проводимости филамента, проявляющейся через фликкерный шум электрического тока через структуру.

Изменение параметра формы фликкерной компоненты спектра приводит к изменению формы вероятностного распределения энергий активации диффузии ионов кислорода.

Например, увеличение параметра формы спектра отражает увеличение относительного вклада более низкочастотных компонент фликкерной компоненты спектра. Это объясняется увеличением относительного вклада процессов, обладающих большими значениями энергии активации.

Необходимо отметить, что метод шумовой спектроскопии применим не только к анализу диффузионных процессов в мемристорах, но и, например, к анализу генерации-рекомбинации магнитных дефектов (магнитных квазимонополей) в спиновом льду [11–12].

Настоящая работа поддержана Правительством Российской Федерации, договор № 074-02-2018-330 (2). Измерения проводились на оборудовании Научно-образовательного центра физики твердотельных наноструктур ННГУ.

- [1] Van der Ziel A. // Physica. 1950. Vol. 16, № 4. P. 359.
- [2] Аникина Ю.И., Якимов А.В., Филатов Д.О., Горшков О.Н., Антонов Д.А., Лискин Д.А., Антонов И.Н., Клюев А.В., Spagnolo B. // В кн. Тр. XXIII научн. конф. по радиофизике. 13–21 мая 2019 г. Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2019. С. 489.

- [3] Klyuev A.V., Yakimov A.V., Filatov D.O., Gorshkov O.N., Antonov D.A., Liskin D.A., Antonov I.N., and Anikina Yu.I. Proc. 25th International Conference on Noise and Fluctuations (ICNF 2019). 18–21 June 2019, Neuchâtel, Switzerland. P. 136.
- [4] Yakimov A.V., Filatov D.O., Gorshkov O.N., Antonov D.A., Liskin D.A., Antonov I.N., Belyakov A.V., Klyuev A.V., Carollo A., and Spagnolo B. // Appl. Phys. Lett. 2019. Vol. 114. P. 253506.
- [5] Tikhov S., Gorshkov O., Antonov I., Morozov A., Koryazhkina M., Filatov D. // Advances in Condensed Matter Physics. 2018. Article ID 2028491, 8 pages.
- [6] Gorshkov O., Filatov D., Antonov D., Antonov I. // Advances in Condensed Matter Physics. 2015. Article ID 104657, 6 pages.
- [7] Беляков А.В., Ключев А.В., Якимов А.В. // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 2008. Т. 51, № 2. С. 149.
- [8] Belyakov A.V., Klyuev A.V., and Yakimov A.V. // Fluct. Noise Lett. 2017. Vol. 16, № 3. Article ID 1750030, 14 pages.
- [9] Орлов В.Б., Якимов А.В. // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1990. Т. 33, № 2. С. 196.
- [10] Якимов А.В. // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1999. Т. 42, № 6. С. 590.
- [11] Klyuev A.V., Ryzhkin M.I., Yakimov A.V. // Fluct. Noise Lett. 2017. Vol. 16, № 4. Article ID 1750035, 8 pages.
- [12] Klyuev A.V., Ryzhkin M.I., Yakimov A.V., Spagnolo B. // J. Stat. Mech.: Theory Exp. 2019. P. 094005.

МОЛЕКУЛЯРНО-ДИНАМИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАЧАЛЬНОГО ЭТАПА КЛАСТЕРООБРАЗОВАНИЯ Si ПРИ ПОСТИМПЛАНТАЦИОННОМ ОТЖИГЕ SiO₂

Е.В. Окулич¹⁾, В.И. Окулич²⁾, А.Н. Михайлов¹⁾, Д.И. Тетельбаум¹⁾

¹⁾ ННГУ им. Н.И. Лобачевского

²⁾ НИУ РАНХиГС

В настоящее время продолжается интенсивный поиск путей улучшения характеристик и стабильности приборных структур и элементов энергонезависимой памяти нового типа [1]. При этом основными для исследователей в этой области остаются вопросы о природе стохастичности и стабильности электрофизических характеристик мемристивных устройств. Сформировалось устойчивое мнение об определяющем влиянии на эти характеристики дефектов рабочего слоя мемристора [2, 3]. В связи с этим представляется перспективной возможность управления характеристиками мемристора за счёт модификации дефектной структуры, в частности, методом ионной имплантации. Так, в работе [4], было обнаружено улучшение ВАХ мемристоров на основе аморфных плёнок SiO₂ (a-SiO₂), облучённых ионами Xe⁺. Проведение данного исследования было инициировано тем, что, согласно общепринятой модели образования путей проводимости (филаментов), для диэлектриков на основе неорганических окислов основным агентом, обеспечивающим их высокую проводимость, являются вакансии кислорода. Однако, наряду с кислородными вакансиями, в процессе формовки и переключения мемристивных структур формируются и междоузельные атомы. Образование дефектов обоих типов имеет место и при ионном облучении. При наличии высоких температур, развивающихся во время формовки и переключения [5, 6], а также при отжигах ионно-имплантированных мемристивных структур, возможны явления кластерообразования кремния, а образовавшиеся кластеры могут, в свою очередь, влиять на их характеристики. Так, в [7] было экспериментально установлено существование кластеров Si в филаментах мемристоров на основе SiO₂.

В [4] методом молекулярной динамики нами было установлено, что введение в a-SiO₂ 15% кислородных вакансий приводит к формированию компактных образований (комплексов) из 2-3 атомов Si при температурах 300-900 К за время ~ 10 нс. Однако, в этом расчёте не учитывались междоузельные атомы Si, образующиеся в каскадах смещения, что также могло катализировать процесс формирования Si-кластеров. Полученный результат даёт основания предположить, что механизм проводимости по филаменту в a-SiO₂ может реализовываться не только с участием вакансий кислорода, но и нанокластеров кремния. Поскольку установлено, что в зоне филамента (5-20 нм) температура в состоянии низкого сопротивления может достигать более 1000 К [5, 6], то можно предполагать наличие процесса самоотжига дефектных структур в этой области. Поэтому представляет интерес теоретически (а затем экспериментально) исследовать влияние на ВАХ мемристоров на основе этого материала избыточных атомов кремния.

С этой целью для оценки скорости и «глубины» процессов атомной перестройки нами было проведено молекулярно-динамическое моделирование с использованием

пакета LAMMPS [8] процесса отжига аморфного $\text{SiO}_{1.7}$, облучённого ионами Si^+ с энергией 20 кэВ и дозой $1 \cdot 10^{17} \text{см}^{-2}$ при температуре 1500 К.

Основной задачей реализации численного эксперимента было создание моделируемого объёма $\alpha\text{-SiO}_2$, изначально содержащего 15% вакансий кислорода и насыщенного ионами кремния в соответствии с заданной дозой на определённой глубине, а также содержащего точечные дефекты, созданные этими ионами. За основу был взят тот же объём $60 \times 60 \times 60 \text{ \AA}^3$, что и использованный в работе [4].

Для расчёта числа смещённых в междоузлия атомов кремния и кислорода, а также их вакансий на разных глубинах проникновения ионов в мишень были использованы данные программы SRIM [9] для глубины 20 нм $\alpha\text{-SiO}_2$, что соответствовало примерно половине толщины плёнок, использованных в наших экспериментах с мемристивными структурами.

Расчитанное число вакансионных дефектов структуры создавалось их случайным удалением, а имплантированные ионы Si^+ – случайным внедрением в межатомное пространство при выполнении условия, что расстояние между двумя атомами не должно было быть меньше суммы атомных радиусов соответствующих соседей.

Координаты атомов кластеров периодически фиксировались с временным промежутком 5 нс (начиная с 25 нс) и приводились к нулевой температуре. Полученные значения координат использовались для оценки структурных характеристик моделированного объёма с использованием специально написанного комплекса программ.

Обработка массива координат позволила наблюдать эволюцию в процессе отжига числа, взаимного расположения скоплений атомов кремния, размеров кластерных образований и основных структурных единиц аморфного диоксида кремния типа Si-O_4 . Также рассчитывались радиальные функции распределения атомов как отмеченных образований, так и моделируемого объема в целом, а также углы между связями.

Некоторые результаты представлены на рис. 1. На нем показаны изменения числа кластеров, содержащих разное число атомов кремния, в зависимости от времени отжига. Они свидетельствуют о взаимном перетекании атомов кремния между кластерами разного размера.

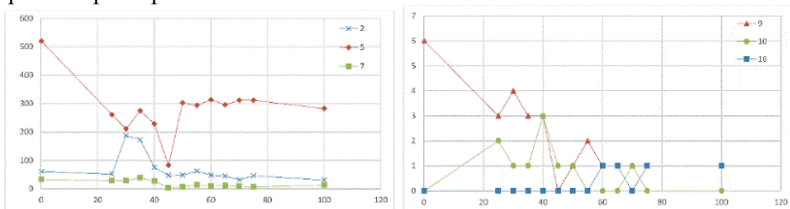


Рис. 1

Расчет радиальных функций распределения (рис. 2 и 3), проведенный для кластеров с достаточно большим числом атомов кремния, показал их соответствие структуре кристаллического Si.

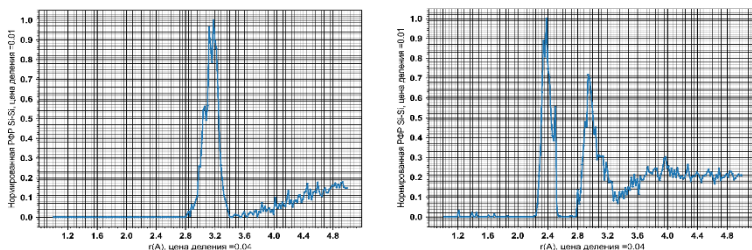


Рис. 2

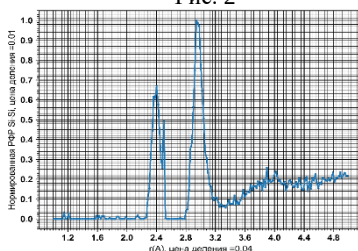


Рис. 3

На рис. 4 представлена эволюция кластеров, содержащих 5 и 8 атомов Si в начальный и конечный моменты времени.

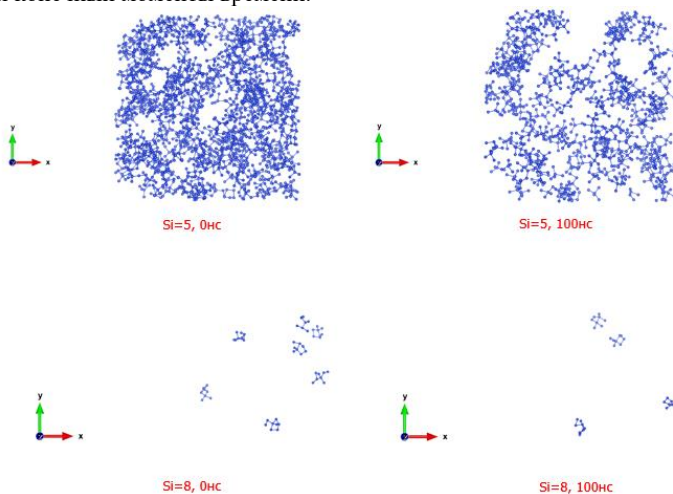


Рис. 4

Таким образом, проведенный в данной работе расчет показал возможность существенной перестройки структуры слоя аморфного SiO_2 в филаменте в условиях высокой концентрации внедренной ионной имплантацией кремния и (или) большой концентрации вакансий. Поскольку такие процессы сопровождаются случайным и

постоянным образованиям электронных ловушек в локальной области, то именно они могут быть ответственны за стохастичность процесса мемристивного переключения, шумовые характеристики и, в конечном счёте, деградацию мемристора.

Работа поддержана Правительством Российской Федерации (контракт № 074-02-2018-330 (2)).

- [1] Arun N., Sangani L.D.V., Kumar K. Vinod, Mangababu A., Krishna M.G., Pathak A.P., Nageswara Rao S.V.S. // *Journal of Materials Science: Materials in Electronics*. 2021. Vol. 32. P. 2973.
- [2] Mikhaylov A.N., Guseinov D.V., Belov A.I. et al. // *Chaos, Solitons & Fractals*. 2021. Vol. 144. P. 110723.
- [3] Guseinov D.V., Tetelbaum D.I., Mikhaylov A.N. et al. // *International Journal of Nanotechnology*. 2017. Vol. 14, № 7/8. P.604.
- [4] Окулич Е.В., Окулич В.И., Тетельбаум Д.И. // *ПЖТФ*. 2020. Т. 46, вып.1. С. 24.
- [5] G. Pahinkar D., Basnet Pr., P. West M., Zivasatienraj B., Weidenbach A., Doolittle W.A., Vogel E., Graham S. // *AIP Advances*. 2020. Vol. 10. P. 035127.
- [6] Ma Ya., Li D., Herzing A.A., A. Cullen D.A., Sneed Br. T., More K.L., Nuhfer N.T., Bain J.A., Skowronski M. // *ACS Appl. Mater. Interfaces*. 2018. Vol. 10, № 27. P. 23187.
- [7] E. Manolov, J. Paz-Delgadillo, V. Dzhurkov, N. Nedev, D. Nesheva, M. Curiel-Alvarez, B. Valdez-Salas. // *IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series*. 2019. № 1186. P. 012022-1.
- [8] <https://lammmps.sandia.gov/>
- [9] <http://srim.org/>

ТЕМПЕРАТУРНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ ВРЕМЕНИ ПЕРЕХОДА МЕМРИСТОРА НА ОСНОВЕ $\text{ZrO}_2(\text{Y})$ В СОСТОЯНИЕ С ВЫСОКИМ СОПРОТИВЛЕНИЕМ

В.А. Шишмакова¹⁾, А.С. Новиков¹⁾, Д.О. Филатов¹⁾, М.Е. Шенина¹⁾,
О.Н. Горшков¹⁾, И.Н. Антонов¹⁾, B. Spagnolo^{1,2)}

¹⁾ ННГУ им. Н.И. Лобачевского

²⁾ Университет Палермо

Введение

В последнее время исследования резистивного переключения (РП) привлекают значительное внимание [1]. Эффект РП заключается в бистабильном (мультистабильном) переключении сопротивления тонкой диэлектрической пленки, заключённой между двумя проводящими электродами при приложении к электродам внешнего напряжения [2]. Электронные приборы, физический принцип действия которых основан на эффекте РП, называются *мемристорами* [3]. Мемристоры считаются перспективными для применения в энергонезависимой компьютерной памяти нового поколения [4], в нейроморфных вычислительных системах [5] и др.

Общепринятое в настоящее время понимание механизма РП в оксидах металлов основано на концепции формирования проводящего филамента, состоящего из кислородных вакансий, между электродами мемристорной структуры в электрическом поле в процессе так называемого электроформинга [6]. Переключение мемристора из состояния с низким сопротивлением (СНС) в состояние с высоким сопротивлением (СВС) и обратно достигается за счет разрушения и восстановления филамента при приложении к электродам импульсов напряжения соответствующей полярности (так называемое *биполярное* РП).

В настоящее время широкое практическое применение мемристоров сдерживается недостаточной стабильностью параметров РП в ходе эксплуатации [7]. Одной из фундаментальных причин нестабильности мемристоров является существенно стохастический характер процессов РП [8]. Как правило, размер поперечного сечения филамента составляет 1-10 нм. Обычно, разрушение и восстановление филамента происходит в ограниченном объёме в промежутке между оконечностью филамента и поверхностью противоположного электрода посредством перескока ионов O^{2-} по кислородным вакансиям, при этом в процесс РП вовлечено небольшое (счётное) количество ионов O^{2-} . В такой системе флуктуации её параметров могут значительно превышать их средние значения.

В последние годы интенсивно развивается инновационный подход к повышению стабильности параметров мемристоров, основанный на эффекте конструктивной роли шума в стохастических мультистабильных нелинейных системах. В [9] экспериментально показано, что реакция мемристора на внешний шумовой сигнал может быть описана на основе модели движения броуновской частицы в бистабильном (в простейшем случае) или мультистабильном потенциале. Некоторые явления, свойственные мультистабильным стохастическим системам, наблюдались в мемристорах экспериментально: стохастический резонанс [10], резонансная активация РП путём добавления периодического сигнала к переключающим импульсам [11] и др. В [12] отмечено положительное влияние добавки белого шума к переключающему сигналу

на стабильность РП. Экспериментальные результаты в цитированной работе были интерпретированы на основе концепции конструктивной роли шума.

Одним из проявлений конструктивной роли шума в стохастических нелинейных системах является эффект стабилизации метастабильной системы шумом. В [13] рассмотрена задача о времени жизни броуновской частицы τ в флуктуирующем распадном потенциале. Было показано, что зависимость τ от интенсивности флуктуаций D немонотонна и имеет максимум при определённом значении D , зависящем от параметров системы.

В настоящей работе экспериментально исследована температурная зависимость кинетики релаксации мемристора на основе $\text{ZrO}_2(\text{Y})$ при переключении из СНС в СВС. Целью работы являлось экспериментальное обнаружение эффекта стабилизации параметров РП под действием внутреннего (теплого) шума.

Эксперимент

Мемристорные структуры $\text{Au}(40 \text{ нм})/\text{Ta}(40 \text{ нм})/\text{ZrO}_2(\text{Y})(20 \text{ нм})/\text{Pt}(10 \text{ нм})/\text{Ti}(10 \text{ нм})/\text{n}^+\text{-Si}(001)$ формировались при помощи вакуумной установки для нанесения тонких плёнок Torr International R2G1-1G2-EB4-TN1. Плёнки $\text{ZrO}_2(\text{Y})$ наносились методом высокочастотного магнетронного распыления прессованных мишеней из смеси порошков ZrO_2 и стабилизирующего оксида Y_2O_3 (12% мол.) при температуре подложки $T_g = 250 \text{ }^\circ\text{C}$. Слои металлов наносились методом магнетронного распыления на постоянном токе при $T_g = 200 \text{ }^\circ\text{C}$. На основе полученных мемристорных структур методом фотолитографии были сформированы лабораторные макеты матриц мемристоров типа «кросс-пойнт» с размерами активной области $20 \times 20 \text{ }\mu\text{m}^2$. Исследования электрических характеристик макетов мемристоров проводились при помощи АЦП/ЦАП модуля National Instruments USB-6361. Контакт к электродам отдельных элементов матриц мемристоров обеспечивался при помощи зондовой станции EverBeig EB-6. Для измерения температурных зависимостей электрических характеристик мемристоров образцы помещались на термостойлик «Микростат-300СОН» со встроенным холодильником Пельтье и контроллером автоматического поддержания температуры. Точность стабилизации температуры составляла $\pm 1 \text{ }^\circ\text{C}$.

Электроформинг мемристоров проводился путем приложения напряжения $V = +5\text{--}6 \text{ В}$ при токе ограничения $600 \text{ }\mu\text{A}$. Исследования кинетики переключения мемристоров из СНС в ВС проводились путём подачи ступенчатого напряжения $V_0 = -1,5 \text{ В} \approx V_{\text{RESET}}$ (V_{RESET} — напряжение переключения из СНС в СВС) и измерения осциллограммы силы тока через мемристор $I(t)$, где t — время. Частота дискретизации составляла 100 кГц . Перед каждым измерением осциллограммы $I(t)$, проводился контроль состояния мемристора путём измерения 5–6 циклических вольт-амперных характеристик (ВАХ) $I(V)$ при пилообразной развёртке напряжения V от $V_{\text{min}} - 2 \text{ В} < V_{\text{RESET}}$ до $V_{\text{max}} = +2 \text{ В} > V_{\text{SET}}$ ($V_{\text{SET}} \approx +1,0 \text{ В}$ — напряжение переключения из СВС в СНС) и обратно. Скорость развёртки V составляла $1\text{--}5 \text{ В/с}$. После этого мемристор переводился в СВС и проводилось очередное измерение зависимости $I(t)$. Для каждого значения температуры было измерено 100–150 кривых $I(t)$.

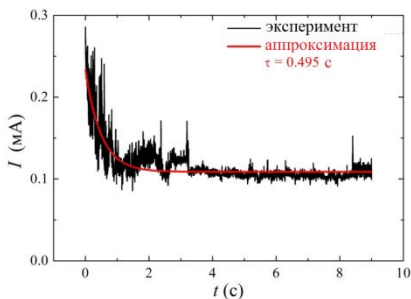


Рис. 1

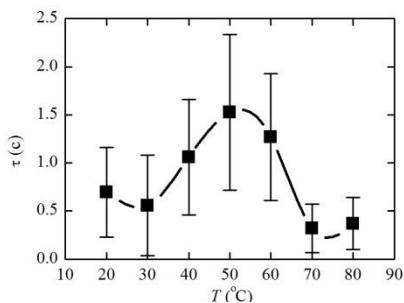


Рис. 2

Результаты и обсуждение

На рисунке 1 показана типичная переходная характеристика мемристора при переключении из СНС в СВС под действием постоянного напряжения $V = -1.5$ В, измеренная при комнатной температуре. Было обнаружено, что кинетика процесса перехода из СНС в СВС имеет сложный характер. В ней можно выделить, по крайней мере, две компоненты – быструю (время переключения < 1 мс) и более медленную дальнейшую релаксацию мемристора в (квази)стационарное состояние (время релаксации $\tau \sim 1$ с).

Для определения времени релаксации τ , измеренные зависимости $I(t)$ аппроксимировались формулой

$$I(t) = I_0 + I_1 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right), \quad (1)$$

где I_0 и I_1 — подгоночные константы. Аппроксимация проводилась при помощи функции «Non-linear Curve Fit» программного обеспечения Origin 7.0. Пример аппроксимации экспериментальной кривой $I(t)$ зависимостью (1) приведён на рисунке 1. Полученные значения τ для релаксационных кривых $I(t)$, измеренные при одной температуре, усреднялись.

На рисунке 2 представлена температурная зависимость τ , на которой наблюдается максимум при $T \approx 50$ °С. Полученная в эксперименте зависимость $\tau(T)$ качественно согласуется с теоретической зависимостью $\tau(D)$, полученной в [13] и может быть интерпретирована как проявление эффекта увеличения времени жизни метастабильного состояния мемристора под действием внутреннего (теплого) шума. В свою очередь, это указывает, что тепловой шум может играть конструктивную роль в повышении стабильности параметров мемристоров. В перспективе практического применения обнаруженного эффекта, может быть дана рекомендация эксплуатации мемристоров при определённой температуре, которая должна быть определена либо экспериментально для конкретных реализаций мемристора (материалы и толщина слоёв мемристорной структуры), либо на основе теории, развитие которой применительно к мемристорам будет одним из направлений дальнейших исследований.

Заключение.

В данной работе были экспериментально исследована температурная зависимость кинетики переключения мемристора на базе тонкоплёночной структуры Ta/ZrO₂(Y)/Pt из состояния с низким сопротивлением в состояние с высоким сопротивлением в диапазоне температур 20–80 °С. Обнаружено, что время релаксации резистивного состояния мемристора монотонно зависит от температуры: на температурной зависимости времени релаксации наблюдается максимум вблизи 50 °С. Результаты эксперимента интерпретируются на основе модели движения броуновкой частицы в флуктуирующем распадном потенциале как проявление эффекта увеличения стабильности метастабильной системы под действием внутреннего (теплового) шума.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке Программы мегагрантов Правительства Российской Федерации (Постановление № 220), № государственного контракта 074-02-2018-330 (2) с использованием оборудования центра коллективного пользования – Научно-образовательного центра «Физика твердотельных наноструктур» Нижегородского государственного университета им. Н.И.Лобачевского.

- [1] Ielmini D., Waser R. Resistive Switching: From Fundamentals of Nanoionic Redox Processes to Memristive Device Applications. – Saarbrücken: Wiley-VCH, 2016, 751 p.
- [2] Sawa A. // Mater. Today. 2008. Vol. 11, № 6. P. 28.
- [3] Strukov D.B., Snider G.S., Stewart D.R., Williams R.S. // Nature Materials. 2008. Vol. 80. P. 453.
- [4] Ouyang J. Emerging Resistive Switching Memories. – Berlin-Heidelberg: Springer, 2016, 104 p.
- [5] James A. // Memristor and Memristive Neural Networks. – Rijeka: Intech, 2018, p. 314.
- [6] Riess I. // J. Electroceram. 2017. Vol. 61. P. 39.
- [7] Ielmini D. // Semicond. Sci. Technol. 2016. Vol. 31, № 6. P. 063002.
- [8] Lee J.S., Lee S., Noh T.W. // Appl. Phys. Rev. 2015. Vol. 2, № 3. P. 031303.
- [9] Filatov D.O., Vrzheschch D.V., Tabakov O.V., Novikov A.S., Belov A.I., Antonov I.N., Sharkov V.V., Koryazhkina M.N., Mikhaylov A.N., Gorshkov O.N., Dubkov A.A., Carollo A., Spagnolo B. // JSTAT. 2019. № 12. P. 124026.
- [10] Mikhaylov A.N., Guseinov D.V., Belov A.I., Korolev D.S., Shishmakova V.A., Koryazhkina M.N., Filatov D.O., Gorshkov O.N., Maldonado D., Alonso F.J., Roldán J.B., Krichigin A.V., Agudov N.V., Dubkov A.A., Carollo A., Spagnolo B. // Chaos, Solitons & Fractals. 2021. Vol. 144, № 11. P. 110723.
- [11] Ryabova M.A., Filatov D.O., Koriashkina M.N., Antonov D.A., Antonov I.N., Gorshkov O.N., Kharcheva A.A., Dubkov A.A. // J. Phys.: Conference Series. 2021. Vol. 1851. P. 012003.
- [12] Patterson G.A., Fierens P.I., Grosz D.F. // Appl. Phys. Lett. 2013. Vol. 103, № 7. P. 074102.
- [13] Dubkov A.A., Agudov N.V., Spagnolo B. // Phys. Rev. E. 2004. Vol. 69, № 6. P. 061103.

PHYSICS OF COMPLEX SYSTEMS: MULTISTABILITY, NONEQUILIBRIUM PHENOMENA AND ENVIRONMENTAL NOISE

B. Spagnolo^{1,2}, A.A. Dubkov¹, N.V. Agudov¹, A.V. Yakimov¹, A.N. Mikhaylov¹, O.N. Gorshkov¹, D.O. Filatov¹, V.A. Demin³, A.Carollo^{1,2}, D. Valenti²

¹) Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod

²) University of Palermo

³) National Research Center “Kurchatov Institute”, Moscow

The interdisciplinary nature of the Physics of Complex Systems is essentially due to the possibility of applying the typical conceptual and computational tools of Statistical Physics to other fields of research, ranging from nuclear physics to astrophysics, black hole physics, material science, chemistry, biology, medicine and even social sciences, as already pre-viewed many year ago by the great physicist E. Majorana [1]. Statistical Physics is a fundamental discipline, dealing with phenomena involving a large number of interacting elements. These can represent particles, such as electrons or quarks, atoms or simple molecules in the different states of aggregation of matter, but also chemical interacting compounds, complex molecules or polymers, interacting cells of an organism, neurons that carry information through synapses, animal or vegetal species interacting in an environment, speculative agents trading in a competitive financial market and social networks, or even stars in a galaxy and even galaxies in the universe. For example, a black hole (Fig. 1, left), a dark matter (Fig. 1, right), the free energy landscape in the brain (Fig. 2, left), connection between neurons (Fig. 2, right), fish schools as an example of emergent pattern (Fig. 3, left), complex mechanics of the evolution of the universe (Fig. 3, right).



Fig. 1

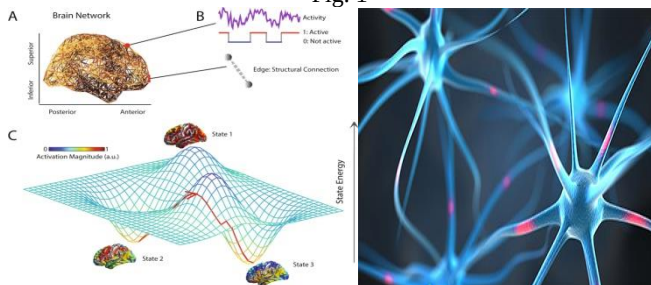


Fig. 2

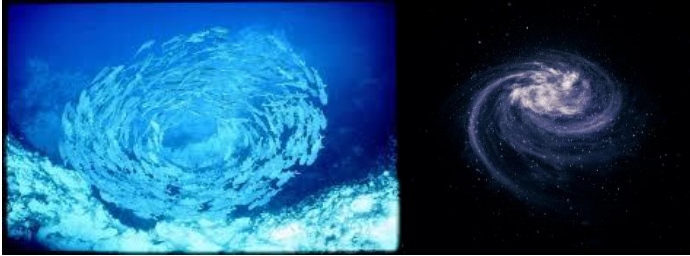


Fig. 3

All that is traditionally summarized by the term “complexity” and one can certainly affirm that Statistical Physics is the cradle of complexity. As declared by Stephen Hawking ‘*The 21st century will be the century of complexity*’, while L.P. Kadanoff wrote ‘*the next few years will likely lead to an increasing study of complexity in the context of statistical dynamics, with a view of better understanding physical, economic, social, and especially biological systems*’ [2]. Both these great scientists recognized the general importance of a basic principle of statistical physics: the collective properties of a large number of interacting elements is not just the sum their individual features. As pointed out by the Nobel Prize P. Anderson ‘*More is different*’ [3], meaning that any complex system may appear and behave in an unexpectedly different way from its individual components, because of a phenomenon known as ‘*emergence*’, typically yielding non-trivial collective structures and large-scale behaviors. Complex systems are characterised by multistability and a noisy interaction with the environment. A memristor system is a typical complex system where the internal state of resistance depends on the history of the applied voltage and current. Multistability and the role of noise in memristor devices have been the focus of growing research activities, in particular at the Interdisciplinary Laboratory of Multistable Stochastic Systems of the University of N. Novgorod (LMS-UNN).

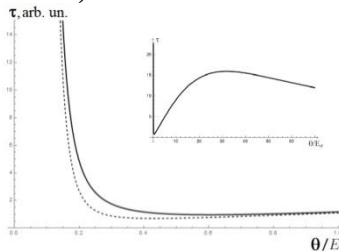


Fig. 4

The resistive switching or “memristive effect” has a pronounced stochastic nature, and it is characterised by multiple memory states. Therefore, the memristor appears as a multistable system with some metastable states, whose switching dynamics occurs under the action of strong noise. With the aim of using memristors as memory elements in resistive random access memory (RRAM) and neuromorphic systems, and taking into account multistability, the role of internal and external noise sources and metastable states in nonlinear transient dynamics of such non-equilibrium systems has been investigated. Moreover, the nonlinear relaxation process in multistable systems is crucial for understanding the switch-

ing mechanism in memristive nanomaterials. Recently, we have proposed a *simple stochastic model for memristive systems*. The model has been *validated experimentally* and some fundamental properties of resistive switching such as the *hysteresis of the I – V characteristic* and its *dependence on the driving frequency* has been confirmed [4]. The proposed model takes random fluctuations into account and allows us to obtain the *exact analytic solutions for the concentration of defects*, under *arbitrary values of noise intensity*, driving voltage and other parameters. The *relaxation time to the stationary state* is obtained in *analytic form* and it has a *nonmonotonic dependence on the intensity of the fluctuations* for a certain set of values of the external parameters (see Fig. 4). There is an *optimal intensity of the external noise* so that the *relaxation time is minimal*, in other words the noise is a control parameter for the switching dynamics [4].

Moreover, memristors are used to build higher-performance computing systems in an analogue-digital mem-Hopfield architecture to solve optimisation problems using intrinsic noise [5].

At the atomic scale, memristive devices exhibit quantum conductance levels and are proposed as quantum metrology devices [6]. One of the *main challenges* related to the development of a memristive device as a standard of resistance is the *intrinsic stochasticity of atomic rearrangement* during the formation/rupture of the conductive filament that strongly affect reproducibility (see Fig. 5). If the size of the conductive filament is reduced to the atomic scale, memristive devices exhibit quantized effects of conductivity typical of ballistic electron transport through a constriction (*quantum point contact*). In such systems, quantum-sized effects are expected to become relevant when the filament size is of the order of the phase coherence length of the electrons. In this case, the atomic-sized conductive path behaves as an electron waveguide where conduction does not follow Ohm's law [6].

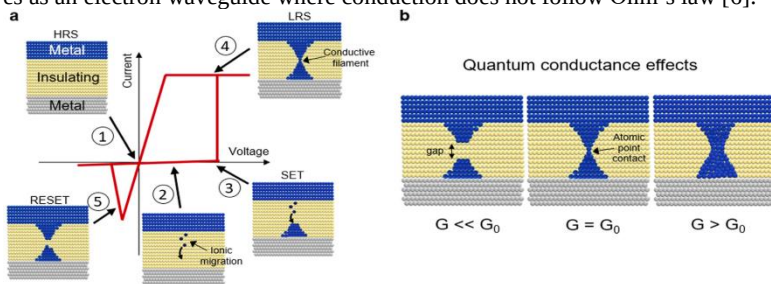


Fig. 5

Experimental results show conductance quantization effects in memristive devices as a consequence of the filament evolution in terms of single atomic point contact units. The main challenge for the realization of metrological devices is represented by the control of the filament evolution that requires a deep understanding of the kinetics of nanoionics effects underlying resistive switching phenomena. One of the *main challenges* related to the development of a memristive device as a standard of resistance is the *intrinsic stochasticity of atomic rearrangement* during the formation/rupture of the conductive filament that strongly affect reproducibility. Moreover, *atomic fluctuations near the point contact* related to internal dynamical defects of the conductive filament are considered as the *main contribution to electronic noise of quantized levels* [6].

Recent publications of the LMS-UNN have shown that *the noise can play a constructive role in nonlinear memristive systems far from equilibrium* [7-9]. In fact, the following noise-induced effects have been observed in memristor systems: a) the **stochastic resonance** phenomenon for a *memristive device* based on yttria-stabilized zirconium dioxide and tantalum pentoxide [7]; b) the **flicker noise**, caused by the random motion jumps of oxygen ions via oxygen vacancies within and around the filament [8]; c) the **noise-assisted persistence** of memory in a neural network system [9].

Finally, as perspectives and open questions we mention: a) the role of multiplicative noise in memristor systems and noise as a control parameter for the switching dynamics; b) the role of internal and external random fluctuations of the memristor in neural network systems; c) the control of the filament evolution at the quantum level by a *quantum point contact model* for a microscopic understanding of resistive switching phenomena.

- [1] Majorana E. // Scientia. 1942. Vol. 36. P. 58.
- [2] Goldenfeld N. and Kadanoff L. // Science. 1999. Vol. 284. P. 87.
- [3] Anderson P.W. // Science. 1972. Vol. 177. P. 393.
- [4] Agudov N.V. et al. // J. Stat. Mech-Theory E. 2020. P. 024003.
- [5] Cai F. et al. // Nature Electronics. 2020. Vol. 3. P. 409.
- [6] Milano G. et al. // Advanced Quantum Technologies. 2020. Vol. 3. P. 2000009.
- [7] Mikhailov A.N. et al. // Chaos Solitons & Fractals. 2021. Vol. 144. P. 110723.
- [8] Yakimov A.V. et al. // Chaos Solitons & Fractals. 2021. Vol. 148. P. 111014.
- [9] Surazhevsky I.A. et al. // Chaos Solitons & Fractals. 2021. Vol. 146. P. 110890.

HITTING TIME AS A MEASURE OF STABILITY IN FINANCIAL MARKETS

D. Valenti¹⁾, G. Fazio²⁾, B. Spagnolo¹⁾

¹⁾Department of Physics and Chemistry “Emilio Segrè”, Group of Interdisciplinary Theoretical Physics, University of Palermo

²⁾Business School, Newcastle University, 5 Barrack Road, NE1 4SE Newcastle upon Tyne, United Kingdom

Financial markets can be considered as complex systems modeled by using stochastic processes [1]. The statistical properties of price fluctuations are indeed important in understanding and revealing the mechanism underlying financial market dynamics [2, 3, 4]. Level crossings, hitting times and extreme values associated with volatility, for example, can be extremely useful to better monitor market behavior, and estimate and offset risk [5].

In this paper, we report on results concerning first hitting times obtained from the analysis of the daily closure prices for 1071 stocks traded at the New York Stock Exchange (NYSE) and continuously recorded for twelve years from 1987 to 1998 (3030 trading days) [6]. For each stock we have considered the full series of returns and calculated the volatility over the entire period. Afterwards, the average standard deviation $\sigma_{\Delta x} = 0.02254$ of all stocks was calculated. The *first hitting time* (FHT) was then defined as the “time to hit” a fixed final threshold, Δx_f , starting from a given initial position Δx_i , by choosing these two thresholds as $h_i \sigma_{\Delta x}$ and $h_f \sigma_{\Delta x}$, where h_i and h_f are prefactors suitably chosen. Since we are interested in large negative price variations, for each threshold we have considered negative values ($h_i = -0.1$ and $h_f = -1.5$), setting $\Delta x_i = -0.1 \sigma_{\Delta x}$, $\Delta x_f = -1.5 \sigma_{\Delta x}$. By this procedure we obtained several subseries, each one corresponding to one first hitting time. We then calculated the variances of the subseries, obtaining for each FHT a corresponding value of volatility. The results are shown in Fig. 1a. Each volatility value is calculated within the subseries corresponding to the hitting event. Blue circles are average FHTs obtained from empirical time series. Red triangles represent theoretical results obtained from a nonlinear Heston model (see Eqs. (1) and (2)); b) τ vs volatility for a fixed difference between thresholds, $\Delta x_f - \Delta x_i = -1.4 \sigma_{\Delta x}$, with $[\Delta x_i, \Delta x_f]$ ranging from $[+0.9 \sigma_{\Delta x}, -0.5 \sigma_{\Delta x}]$ to $[-1.6 \sigma_{\Delta x}, -3.0 \sigma_{\Delta x}]$; c) τ vs volatility for fixed starting threshold $\Delta x_i = -0.1 \sigma_{\Delta x}$ and different final threshold Δx_f , ranging from $-0.5 \sigma_{\Delta x}$ to $-3.0 \sigma_{\Delta x}$.

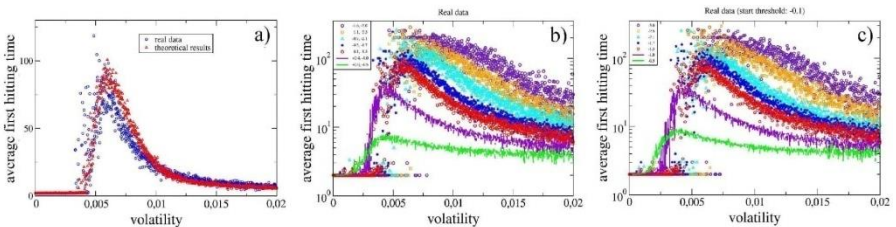


Fig. 1

In the figure, it is evident the nonmonotonic behaviour of the average first hitting time τ as a function of volatility. Indeed, for intermediate values of noise intensity we observe a stabilizing effect of the volatility (or noise).

We have also investigated whether this phenomenon persists for: (i) fixed difference between thresholds (see Fig. 1b); (ii) fixed starting threshold and different final threshold (see Fig. 1c). The results indicate that the nonmonotonic behaviour of the average FHT as a function of volatility is “robust” to sizeable variations of the two thresholds. The behaviour of τ as a function of v shows the typical signature of the noise enhanced stability (NES) phenomenon [7,8]: the stability of a metastable state can be enhanced by the noise and its average lifetime is a measure of this stability. The empirical evidence of a NES effect in the behaviour of the average first hitting time (see Fig. 1) suggests that the price return dynamics could be depicted by considering the value of the return as the position of a fictitious *Brownian particle* moving in an effective potential with a metastable state.

Here we propose a generalization of the Heston model [9, 10], by replacing the geometric Brownian motion with a random walk in the presence of a cubic nonlinearity. Our theoretical approach considers the financial market as an out-of-equilibrium system, whose dynamical evolution can be described by a nonlinear Heston model defined by the following Ito stochastic differential equations

$$dx(t) = -\left(\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{v(t)}{2}\right)dt + \sqrt{v(t)} dW_1(t), \quad (1)$$

$$dv(t) = a[b - v(t)]dt + c\sqrt{v(t)} dW_2(t) \quad (2)$$

with the volatility $v(t)$ given by the CIR mean-reverting process [5,9] and

$$U(x) = p x^3 + q x^2 \quad (3)$$

is the effective cubic potential with a metastable state (see Fig. 2). The black circle denotes the starting position ($x_0 = 0.0$) used to obtain the theoretical results. The potential parameters are $p = 2$ and $q = 3$.

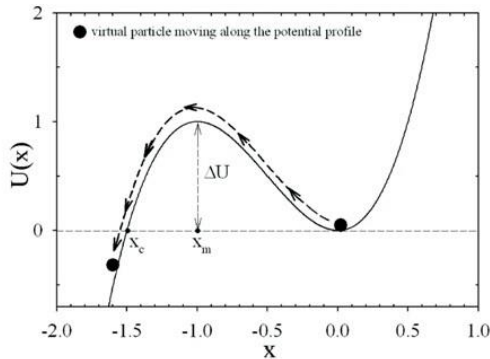


Fig. 2

In Eq. (1) $x(t) = \ln[p(t)/p(0)]$ is the return in the time window $[0, t]$, $p(t)$ is the price and W_i are uncorrelated Wiener processes with the usual statistical properties $\langle dW_i(t) \rangle = 0$, $\langle dW_i(t) dW_j(t') \rangle = dt \delta_{ij} \delta(t - t')$. We solved Eqs. (1) and (2) numerically, obtaining a number of time series of returns equal to 1071, with potential parameters $p = 2$ and $q = 3$,

initial position $x_0 = 0.0$, and CIR stochastic process $v(t)$ given by $v_{start} = 8.62 \cdot 10^5$, $a = 2.00$, $b = 0.01$ and $c = 0.83$. By setting $\Delta x_i = -0.1\sigma_{\Delta x}$ and $\Delta x_f = -1.5\sigma_{\Delta x}$, for the average FHT we get from the model the nonmonotonic behaviour shown in Fig. 1a (red triangles), which reproduces quite well the behavior obtained from real data (blue circles).

Our findings show that lower stability (smaller average first hitting times) can be the result not only of large volatility, as it would be expected during periods of market “turbulence” [11], but also of small volatility [6], which is usually considered an indicator of “tranquil” periods. This result bears important implications both for policymakers and practitioners alike.

- [1] Mantegna R.N., Stanley H.E. An Introduction to Econophysics: Correlations and Complexity in Finance. – Cambridge Univ. Press, 2000.
- [2] Mantegna R.N., Stanley H.E. // Nature. 1995. Vol. 376. P. 46.
- [3] Yakovenko V.M. Econophysics, Statistical Mechanics Approach to. – Springer, Berlin, 2008, p. 2800.
- [4] Bouchaud J. P. // Nature. 2008. Vol. 455. P. 1181.
- [5] Spagnolo B., Valenti D. // Int. J. Bifurcation and Chaos. 2008. Vol. 18. P. 2775.
- [6] Valenti D., Fazio G., Spagnolo B. // Phys. Rev. E. 2018. Vol. 97. P. 062307.
- [7] Mantegna R. N., Spagnolo B. // Phys. Rev. Lett. 1996. Vol. 76. P. 563.
- [8] Agudov N. V., Spagnolo B. // Phys. Rev. E. 2001. Vol. 64. P. 035102R.
- [9] Masoliver J., Perelló J. // Phys. Rev. E. 2008. Vol. 78. P. 056104.
- [10] Drăgulescu A.A., Yakovenko V.M. // Quant. Finance. 2002. Vol. 2. P. 443.
- [11] Engle R. // Am. Econ. Rev. 2004. Vol. 94. P. 405.

Секция «Стохастические мультстабильные системы»

Заседание секции проводилось 26 мая 2021 г.
Председатель – Б. Спаньоло (Италия), секретарь – А.А. Харчева.
Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского.