

Труды XXVIII научной конференции по радиофизике

**СЕКЦИЯ «ЭЛЕКТРОДИНАМИКА»**

Председатель – А.В. Кудрин, секретарь – О.В. Мартынова.  
Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского.

## ГЕНЕРАЦИЯ ПРОДОЛЬНОГО ОСТАТОЧНОГО ТОКА ПОД ДЕЙСТВИЕМ ИОНИЗИРУЮЩЕГО ЛАЗЕРНОГО ИМПУЛЬСА

И.Д. Ларюшин<sup>1,2)</sup>, А.А. Романов<sup>1,2)</sup>, А.А. Силаев<sup>1,2)</sup>, Н.В. Введенский<sup>1,2)</sup>

<sup>1)</sup> ИИФ РАН

<sup>2)</sup> ННГУ им. Н.И. Лобачевского

Генерация терагерцового излучения с использованием ионизирующих фемтосекундных лазерных импульсов возможна несколькими способами. Наиболее часто исследуется генерация, возникающая за счёт возбуждения токов свободных электронов, возникающих после прохождения ионизирующего двухцветного (в общем случае многоцветного) или одноцветного предельно короткого импульса, и направленных ортогонально волновому вектору электромагнитного импульса [1-2]. Такие токи излучают в терагерцовом диапазоне при достаточно плотной плазме, и диаграмма направленности имеет максимумы вдоль направления волнового вектора. Однако за счет пондеромоторной силы в поле ионизирующего одноцветного импульса возбуждаются продольные остаточные токи, и соответствующая диаграмма направленности генерируемого терагерцового излучения имеет структуру конической поверхности [3–5].

В данной работе получено аналитическое выражение для продольного остаточного тока, генерируемого квазимонохроматическим импульсом с произвольной эллиптической поляризацией в режиме туннельной ионизации с учётом скачкообразного роста концентрации. Показана существенная роль второй гармоники концентрации свободных электронов в подавлении генерации остаточного тока, что соответствует уменьшению тока в случае линейной поляризации поля. При этом в циркулярном поле вторая гармоника концентрации свободных электронов отсутствует, соответственно, ослабление эффекта исчезает, и это обстоятельство делает циркулярные импульсы предпочтительными для данного метода генерации терагерцового излучения.

Мы рассматривали падающую плоскую электромагнитную волну с произвольной эллиптичностью  $\varepsilon$ :

$$E_x = B_y = F(\xi) \cos(\omega\xi), \quad (1)$$

$$E_y = -B_x = \varepsilon F(\xi) \sin(\omega\xi), \quad \xi = t - \frac{z}{c}, \quad (2)$$

где  $E_x, E_y, B_x, B_y$  – проекции напряженностей электрического ( $\mathbf{E}$ ) и магнитного ( $\mathbf{B}$ ) полей на оси  $x$  и  $y$ ;  $F$  – медленная амплитуда,  $c$  – скорость света,  $\omega$  – лазерная частота.

Для нахождения токов свободных электронов, возникающих под действием электромагнитного импульса, решается система уравнений

$$\frac{\partial N}{\partial t} = (N_g - N)w(|\mathbf{E}|), \quad (3)$$

$$\frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} = \frac{Ne^2}{m} \mathbf{E} - \frac{e}{mc} \mathbf{j} \times \mathbf{B}, \quad (4)$$

где  $N$  – концентрация свободных электронов,  $N_g$  – начальная концентрация нейтральных частиц,  $w$  – вероятность туннельной ионизации в единицу времени,  $\mathbf{j}$  – плотность тока свободных электронов,  $e, m$  – заряд и масса электрона.

Для получения аналитических выражений использовалась теория возмущений для плотности тока по малому отношению средней скорости электронов к скорости света, нулевой и первый порядки которой имеют следующий вид:

$$\frac{\partial \mathbf{j}_0}{\partial t} = \frac{Ne^2}{m} \mathbf{E}, \quad (5)$$

$$\frac{\partial \mathbf{j}_1}{\partial t} = -\frac{e}{mc} \mathbf{j}_0 \times \mathbf{B}. \quad (6)$$

Выражение (6) описывает низший порядок теории возмущений, включающий продольную компоненту тока. Медленная компонента выражения (6) есть

$$\frac{\partial \bar{\mathbf{j}}_1}{\partial t} = -\mathbf{z} \left( \bar{N} \frac{\partial F^2}{\partial t} + F^2 \frac{\partial \bar{N}}{\partial t} \left[ 2 - \frac{w_{2\omega}}{\bar{w}} \right] \right) \cdot \frac{e^3}{4c\omega^2 m^2}, \quad (7)$$

где  $\bar{N}$  и  $\bar{w}$  – усреднённые по периоду поля концентрация свободных электронов и вероятность ионизации в единицу времени [6],  $w_{2\omega}$  – вторая гармоника вероятности ионизации в единицу времени.

Подставляя значение  $w_{2\omega}$  для линейно поляризованного поля [6] и интегрируя выражение (7) по времени, получаем, что остаточная плотность тока (ОПТ) при линейной поляризации поля равна

$$\mathbf{j}_{LP} = -\mathbf{z} \frac{\sigma N_g e^3 F^2(t_0)}{2cm^2 \omega^2 n(t_0)}, \quad (8)$$

где  $\sigma = N(t = +\infty)/N_g$  – конечная степень ионизации газа,  $n = Fw'(F)/w(F)$  – эффективное число смешивающихся волн [6],  $t_0$  – время, соответствующее максимальной усредненной скорости ионизации,  $\bar{N}''(t_0) = 0$  [7-8].

При циркулярной поляризации  $w_{2\omega}=0$  и выражение для остаточной плотности тока имеет вид

$$\mathbf{j}_{CP} = -\mathbf{z} \frac{\sigma N_g e^3 F^2(t_0)}{2cm^2 \omega^2}. \quad (9)$$

Таким образом, использование циркулярно поляризованного импульса для возбуждения ОПТ оказывается в  $n$  раз более эффективным, чем использование линейной поляризации при фиксированной конечной степени ионизации  $\sigma$ . Учитывая, что при туннельной ионизации характерные значения  $n$  находятся в диапазоне от 4 до 10 [6], выигрыш получается практически на порядок. При этом важно учитывать, что на зависимость ОПТ от эллиптичности при фиксированной интенсивности сильно влияет также то, что усреднённая вероятность ионизации  $\bar{w}$  для линейно поляризованного поля существенно выше, чем для циркулярно поляризованного.

Для проверки теории были проведены численные расчеты системы (1-4) с вероятностью ионизации, задаваемой формулой из работы [7].

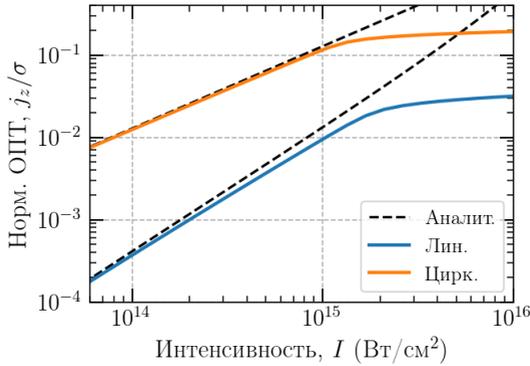


Рис. 1

На рис. 1 показаны зависимости нормированной на конечную степень ионизации ОПТ, генерируемой импульсами с линейной (синяя кривая) и циркулярной (оранжевая кривая) поляризациями; длительность импульса равна 80 фс, центральная частота соответствует длине волны 1600 нм. Пунктирными кривыми показаны величины (8), (9) с подстановкой  $t_0 = 0$ .

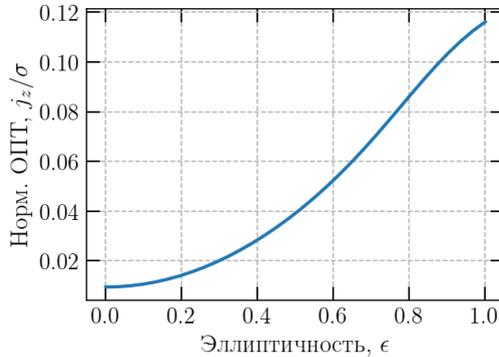


Рис. 2

На рис. 2 изображена рассчитанная зависимость нормированной ОПТ от эллиптичности ионизирующего импульса при интенсивности  $10^{15}$  Вт/см<sup>2</sup>.

В целом, полученные аналитические формулы отлично согласуются с результатами численных расчетов. Согласно нашим результатам, продольная ОПТ, генерируемая одноцветным циркулярным полем, может сравниться с поперечной ОПТ, получаемой с использованием малой добавки 1% второй гармоники, уже при интенсивностях порядка  $10^{16}$  Вт/см<sup>2</sup> и превзойти её при более высоких интенсивностях. Эффективное использование импульсов с такими высокими интенсивностями потребует многократной ионизации частиц рабочей среды (высокого потенциала ионизации). Кроме того,

интересным направлением развития данной теории является перспектива применения двухцветных полей с небольшой добавкой третьей гармоники для повышения эффективности генерации продольного тока.

Работа выполнена в рамках государственного задания ИПФ РАН, проект № FFUF-2023-0002.

- [1] Cook D.J., Hochstrasser R.M. // *Opt. Lett.* 2000. Vol. 25. P. 1210.
- [2] Silaev A.A., Vvedenskii N.V. // *Phys. Rev. Lett.* 2009. Vol. 102. P. 115005.
- [3] Hamster H., Sullivan A., Gordon S., White W., Falcone R.W. // *Phys. Rev. Lett.* 1993. Vol. 71. P. 272599.
- [4] Kostin V.A., Vvedenskii N.V. // *Opt. Lett.* 2010. Vol. 35. P. 247.
- [5] Sprangle P., Penano J., Hafizi B., Kapetanacos C. // *Phys. Rev. E.* 2004. Vol. 102. P. 066415.
- [6] Laryushin I., Romanov A. // *Photonics.* 2022. Vol. 9. P. 444.
- [7] Silaev A.A., Vvedenskii N.V. // *Phys. Plasmas.* 2015. Vol. 22. P. 053103.
- [8] Emelina A., Laryushin I., Romanov A. // *Photonics.* 2023. Vol. 10. P. 499.

## РЕЗОНАНСНОЕ УСИЛЕНИЕ ГЕНЕРАЦИИ ВЫСШИХ ГАРМОНИК ИНФРАКРАСНОГО ПОЛЯ АТОМАМИ БАРИЯ И ЦЕЗИЯ

Н.В. Введенский<sup>1,2)</sup>, А.А. Романов<sup>1,2)</sup>, А.А. Силаев<sup>1,2)</sup>

<sup>1)</sup> ИППФ РАН

<sup>2)</sup> ННГУ им. Н.И. Лобачевского

Один из основных методов генерации когерентного широкополосного излучения в вакуумном ультрафиолетовом диапазоне основан на генерации высших гармоник (ГВГ) в газах. Физический механизм ГВГ качественно объясняется в рамках трехшаговой модели, включающей в себя туннелирование внешнего электрона в континуум под действием интенсивного лазерного поля, ускорение освободившегося электрона и его рекомбинацию с испусканием фотона высокой энергии [1-2]. Эффективность ГВГ может быть увеличена при наличии резонансов в сечении рекомбинации. Например, наличие гигантского дипольного резонанса в сечении рекомбинации в атоме ксенона приводит к большому (более чем на порядок) росту эффективности ГВГ в широком диапазоне с максимумом при 100 эВ [3-6].

Гигантский резонанс при переходе  $4d \rightarrow \epsilon f$  и соответствующее широкополосное усиление в сечении фотоионизации присутствует не только в Хе, но и в ряде других атомов, находящихся в таблице Менделеева вблизи Хе [7]. Однако усиление ГВГ ранее изучалось только для Хе. В данной работе мы исследуем резонансную генерацию гармоник атомами цезия (Cs) и бария (Ba), которые имеют электронную структуру  $[\text{Xe}]6s^1$  и  $[\text{Xe}]6s^2$  соответственно, где  $[\text{Xe}] = [\text{Ar}]3d^{10}4s^24p^64d^{10}5s^25p^6$  конфигурация Хе, а  $[\text{Ar}]$  – конфигурация аргона. Мы показываем, что спектры ГВГ в Cs и Ba в лазерном импульсе среднего инфракрасного диапазона содержат область широкополосного гигантского усиления, обеспечиваемую колебаниями внутренней 4-й оболочки, и узкополосное усиление низких частот, обеспечиваемое резонансным откликом 5-й оболочки.

Для расчета отклика атома в линейно поляризованном вдоль оси  $z$  электрическом поле  $E(t)$  мы используем нестационарные уравнения Кона – Шэма (здесь и далее, если не указано иного, используется атомная система единиц):

$$i \frac{\partial \psi_{j\sigma}}{\partial t} = \hat{H}_\sigma \psi_{j\sigma}, \quad j = 1 \dots N_\sigma, \quad \sigma \in \{\uparrow, \downarrow\}, \quad (1)$$

$$\hat{H}_\sigma = -\frac{1}{2} \nabla^2 - \frac{N}{r} + zE(t) + v_\sigma^{KS} [\rho_\uparrow, \rho_\downarrow](\mathbf{r}, t), \quad (2)$$

$$\rho_\sigma(\mathbf{r}, t) = \sum_{j=1}^{N_\sigma} |\psi_{j\sigma}(\mathbf{r}, t)|^2, \quad \rho(\mathbf{r}, t) = \rho_\uparrow(\mathbf{r}, t) + \rho_\downarrow(\mathbf{r}, t). \quad (3)$$

Здесь  $N = N_\uparrow + N_\downarrow = 55$  и  $56$  – заряды ядер атомов Cs и Ba соответственно,  $N_\sigma$  – число электронов с заданной проекцией спина  $\sigma$ ,  $\psi_{j\sigma}(\mathbf{r}, t)$  волновые функции орбиталей Кона – Шэма. Начальными условиями для  $\psi_{j\sigma}(\mathbf{r}, t)$  являются собственные функции гамильтониана  $\hat{H}_\sigma$  в отсутствии поля, соответствующие занятым состояниям невозмущенных атомов Cs и Ba. Потенциал электрон-электронного взаимодействия состоит из двух частей: потенциал Хартри  $v_H = \int \frac{\rho(\mathbf{r}', t)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}'$  и обменно-корреляционный потенциал  $v_\sigma^{xc}$  [6-8]:

$$v_{\sigma}^{KS} = v_H + v_{\sigma}^{xc}. \quad (4)$$

В численных расчетах мы используем приближение LB94 для обменно-корреляционного потенциала [8]. Для атома Cs мы для простоты считаем, что  $v_{\sigma}^{xc}$  является функционалом полной плотности  $\rho(\mathbf{r}, t)$ , а не плотностей  $\rho_{\uparrow}(\mathbf{r}, t)$ ,  $\rho_{\downarrow}(\mathbf{r}, t)$  по отдельности. Для атома Ba это выполнено строго в силу симметрии плотности электронов по спину. Для нахождения спектра излучения мы рассчитываем Фурье спектр дипольного ускорения атома, которое направлено вдоль  $z$  и выражается через плотность как  $a(t) = d^2 D(t)/dt^2$ ,  $D(t) = \int z \rho(\mathbf{r}, t) d\mathbf{r}$ . Численный расчёт дипольного ускорения основывается на теореме Эренфеста [6].

На рис. 1 представлены спектры ГВГ атомами Ba и Cs для лазерного импульса с длиной волны  $\lambda = 3.6$  мкм и интенсивностью  $I = 4 \cdot 10^{13}$  Вт/см<sup>2</sup>. Электрическое поле задаётся как

$$E(t) = E_0 f(t) \sin(\omega_L t), \quad (5)$$

$$\begin{cases} f(t) = \cos^2\left(\frac{\pi t}{T}\right), & |t| < T, \\ f(t) = 0, & |t| \geq T, \end{cases}$$

где  $\omega_L = 2\pi c/\lambda$  есть центральная частота,  $E_0$  – амплитуда импульса,  $T$  – полная длительность импульса, соответствующая длительности по уровню интенсивности  $1/2$ , равной 24 фс (два периода поля). Как видно из рисунка, как для Ba, так и для Cs спектр ГВГ имеет частоту отсечки примерно при 150 эВ. Оба спектра содержат узкополосную область усиления около 20 эВ и широкополосную область усиления, расположенную при 80—120 эВ для Cs и 100—150 эВ для Ba. В обоих случаях в области широкополосного усиления отношение спектральных интенсивностей к интенсивностям соседних участков в спектре составляет более одного порядка, что примерно согласуется с соответствующим результатом для Xe [6]. Положения областей усиления согласуются с соответствующими максимумами в сечении фотоионизации [7].

Согласно аналитической теории, предложенной в работе [6], физическая картина широкополосного усиления ГВГ в Cs и Ba выглядит следующим образом. Возвращающийся к иону фотоэлектрон, происходящий из валентного  $6s$ -состояния, передает энергию внутреннему электрону на  $4d$ -подоболочке, который переходит в промежуточное  $f$ -состояние континуума. Обратный переход  $ef \rightarrow 4d$  возвращает атом в исходное основное состояние с испусканием фотона с энергией, равной энергии перехода. Из-за более высокой энергии связи  $4d$ -подоболочки в Ba по сравнению с Cs область гигантского широкополосного усиления ГВГ в Ba смещена в сторону более высоких частот. Таким образом, возбуждение четвертой оболочки происходит за счет взаимодействия с возвращающимся фотоэлектроном, происходящим из  $6s$ -состояния. Высокая степень дelokализации  $6s$ -состояния в Ba и Cs обеспечивает более медленное расплывание электронного волнового пакета в континууме по сравнению с атомами инертных газов, что положительно влияет на величину всех генерируемых гармоник. Кроме того, вклад в ГВГ в Ba могут вносить однократно ионизованные атомы.

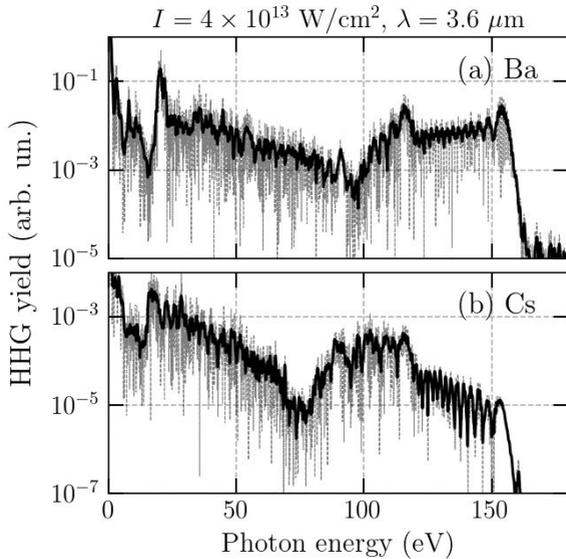


Рис. 1

Узкополосное усиление гармоник около 20 эВ в Ва и Cs объясняется следующим образом. Возмущение потенциала электрон-электронного взаимодействия действует на  $5p$ -подоболочку и возбуждает переходы на уровень  $5d$  и более высоколежащие уровни, тем самым индуцируя дипольный момент на соответствующих частотах перехода. Созданные электронные конфигурации являются автоионизационными, т.е. электрон из возбужденного состояния может перейти на исходный  $5p$ -уровень с передачей энергии  $6s$ -электрону и его отрывом от атома. Времена жизни автоионизирующих состояний определяют длительность всплесков дипольного момента (и, соответственно, длительность излучения) на частотах переходов.

Таким образом, на основе численного решения нестационарных уравнений Кона – Шэма мы показали, что спектры вторичного излучения, генерируемого атомами Ва и Cs содержат гигантское усиление при 80—120 эВ для Cs и 100—150 эВ для Ва. Это усиление связано с сильным возбуждением четвертой оболочки возвращающимся фотоэлектроном, происходящим с  $6s$ -орбитали. В отличие от атома Хе, гигантское усиление ГВГ в Cs и Ва может быть достигнуто с использованием малоинтенсивных ( $\sim 10^{13} \text{ Вт/см}^2$ ) импульсов среднего инфракрасного диапазона. Поэтому атомы Ва и Cs могут быть использованы для эффективной генерации аттосекундных импульсов вакуумного ультрафиолетового излучения при соблюдении условий фазового синхронизма (для чего можно рассмотреть использование смеси с буферным газом, имеющим гораздо более высокий потенциал ионизации). Кроме этого, в спектре ГВГ как для атомов Ва, так и для Cs наблюдается узкополосное усиление вблизи 20 эВ, связанное с резонансным возбуждением  $5p$ -подоболочки под влиянием электрон-электронного

взаимодействия. Отметим, что достижение этого низкочастотного резонанса в эксперименте существенно проще по сравнению с гигантским широкополосным усилением, поскольку не требует использования больших значений длины волны лазерного импульса.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант № 20-11-20289-П).

- [1] Corkum P.B. // *Phys. Rev. Lett.* 1993. Vol. 71. P. 1994.
- [2] Krausz F., Ivanov M. // *Rev. Mod. Phys.* 2009. Vol. 81. P. 163.
- [3] Shiner A. D., Schmidt B. E., Trallero-Herrero C., Wörner H. J., Patchkovskii S., Corkum P. B., Kieffer J. C., Légaré F., Villeneuve D. M. // *Nat. Phys.* 2011. Vol. 7. P. 464.
- [4] Trallero-Herrero C., Jin C., Schmidt B., Shiner A., Kieffer J., Corkum P., Villeneuve D., Lin C., Légaré F., Le A.-T. // *J. Phys. B.* 2011. Vol. 45. P. 011001.
- [5] Frolov M.V., Manakov N.L., Sarantseva T. S., Emelin M.Yu., Ryabikin M.Yu., Starace A.F. // *Phys. Rev. Lett.* 2009. Vol. 102. P. 243901.
- [6] Romanov A.A., Silaev A.A., Sarantseva T.S., Frolov M.V., Vvedenskii N.V. // *New J. Phys.* 2021. Vol. 23. P. 043014.
- [7] Амусья М.Я. Атомный фотоэффект. – М: Наука, 1987. 272 с.
- [8] van Leeuwen R., Baerends E.J. // *Phys. Rev. A.* 1992. Vol. 49. P. 2421.

## ИЗЛУЧЕНИЕ МНОГОЭЛЕМЕНТНОЙ АНТЕННЫ, ОБРАЗОВАННОЙ ФАЗИРОВАННЫМИ ДИПОЛЬНЫМИ ИСТОЧНИКАМИ, В МАГНИТОАКТИВНОЙ ПЛАЗМЕ

Е.В. Бажилова, Т.М. Заборонкова, А.С. Зайцева, А.В. Кудрин

*ННГУ им. Н.И. Лобачевского*

В последние годы повышенный интерес вызывают антенные устройства, способные возбуждать в магнитоактивной плазме в свистовом диапазоне частот волны с геликоидальным фазовым фронтом [1-3]. Как известно, такие волны обладают ненулевой проекцией орбитального углового момента на направление распространения, что может быть использовано для развития технологий пространственной модуляции сигналов. В подавляющем большинстве экспериментов по возбуждению соответствующих волн в плазме рассматриваются фазированные антенные решетки [1, 2]. В настоящей работе обсуждается возможность излучения волн свистового диапазона с геликоидальным фазовым фронтом многоэлементной антенной турникетного типа, образованной фазированными дипольными источниками.

Рассмотрим источник, элементами которого являются электрические диполи, имеющие общий геометрический центр и оси, лежащие в плоскости, перпендикулярной внешнему постоянному магнитному полю  $\mathbf{B}_0$ , параллельному оси  $z$  цилиндрической системы координат  $(\rho, \phi, z)$ . Излучатели расположены в магнитоактивной

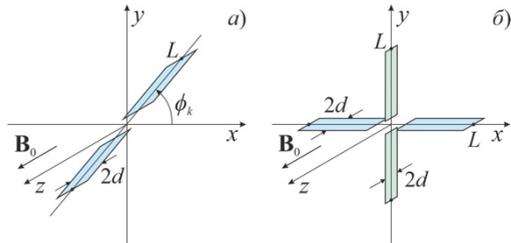


Рис. 1

плазме и представляют собой ленточные проводники с длиной  $2L$  и шириной  $2d$  (см. рис. 1). Ток на входе отдельного диполя с номером  $k$  изменяется по гармоническому закону (пропорционально  $\exp(i\omega t)$ , где  $\omega$  – круговая частота поля) и имеет комплексную амплитуду  $I_k = |I_k| \exp(i\psi_k)$ , где  $\psi_k$  – фаза тока  $k$ -го диполя.

Плазменная среда описывается тензором диэлектрической проницаемости  $\epsilon$  с отличными от нуля компонентами  $\epsilon_{\rho\rho} = \epsilon_0\epsilon$ ,  $\epsilon_{\phi\phi} = \epsilon_0\epsilon$ ,  $\epsilon_{r\phi} = -\epsilon_0\eta$ ,  $\epsilon_{\phi r} = -i\epsilon_0\eta$ ,  $\epsilon_{zz} = \epsilon_0\eta$ , выражения для которых представлены, например, в [4]; здесь  $\epsilon_0$  – электрическая постоянная.

Зададим распределение тока вдоль и поперек каждого излучателя, предполагая, что они возбуждаются в центре дельта-образным источником, а их размеры удовлетворяют следующим условиям  $d \ll L$ ,  $k_0 L |\epsilon\eta|^{1/4} \ll 1$ , где  $k_0$  – волновое число в свободном пространстве. В этом случае каждый излучатель в цилиндрической системе координат имеет только радиальную компоненту тока  $J_\rho^{(k)}$ , отличную от нуля при  $\rho < L$ ,  $|z| < d$ . Плотность тока, отвечающая данной конфигурации диполей, имеет вид

$$J_\rho(\mathbf{r}) = \sum_{k=1}^K J_\rho^{(k)}(\mathbf{r}) = \sum_{k=1}^K \frac{I_k}{\pi\rho} \left(1 - \frac{\rho}{L}\right) \frac{\delta(\phi - \phi_k) - \delta(\phi - \phi_k - \pi)}{\sqrt{d^2 - z^2}}, \quad (1)$$

где  $\mathbf{r}$  – радиус-вектор,  $\phi_k$  – угол между осью  $k$ -го диполя и осью  $x$ ,  $K$  – полное число излучателей ( $0 \leq \phi_1 < \dots < \phi_K < 2\pi$ ),  $\delta(\phi)$  – дельта-функция Дирака. Соответствующие обозначения для диполя с номером  $k$  показаны на рис. 1а; геометрия задачи в частном случае турникетной антенны, состоящей из двух ортогональных элементов, представлена на рис. 1б.

Радиальная компонента электрического поля, возбуждаемого рассматриваемым источником, имеет вид [3]

$$E_\rho(\mathbf{r}) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{\alpha} \int_0^{\infty} d_{m,s,\alpha}(q) E_{\rho;m,s,\alpha}(\mathbf{r}, q) dq, \quad (2)$$

где

$$E_{\rho;m,s,\alpha}(\mathbf{r}, q) = i^m \left[ (1 + u_\alpha) J_{m+1}(k_0 q \rho) - u_\alpha m \frac{J_m(k_0 q \rho)}{k_0 q \rho} \right] \times \\ \times \exp[-im\phi - ik_0 p_{s,\alpha}(q)z], \quad (3)$$

$q$  – нормированное на  $k_0$  поперечное волновое число,  $s$  – индекс, обозначающий направление распространения волн ( $s=+$  и  $s=-$  отвечают волнам, переносящим энергию в положительном и отрицательном направлениях оси  $z$  соответственно),  $\alpha$  – индекс, отмечающий обыкновенную ( $\alpha=0$ ) и необыкновенную ( $\alpha=e$ ) нормальные волны магнитоактивной плазмы,  $J_m$  – функция Бесселя порядка  $m$ , величина  $u_\alpha$  и функция  $p_{s,\alpha}(q)$ , описывающая зависимость нормированного (на  $k_0$ ) продольного волнового числа  $p$  от  $q$  для обыкновенной и необыкновенной волн магнитоактивной плазмы, даются выражениями

$$u_\alpha = g^{-1}(q^2 + p_\alpha^2 - \varepsilon) - 1, \\ p_\alpha(q) = \left\{ \varepsilon - \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\varepsilon}{\eta} \right) q^2 + \chi_\alpha \left[ \frac{1}{4} \left( 1 - \frac{\varepsilon}{\eta} \right)^2 q^4 - \frac{g^2}{\eta} q^2 + g^2 \right]^{1/2} \right\}^{1/2}. \quad (4)$$

Предполагается, что  $p_{+,e}(q) = p_\alpha(q) = -p_{-,e}(q)$ ,  $\text{Im } p_\alpha(q) < 0$ ,  $\chi_0 = -\chi_e = -\text{sgn}(1 - \varepsilon/\eta)$ .

Коэффициенты возбуждения  $d_{m,s,\alpha}(q)$  в (2) определяются следующим интегралом по объему  $V$ , занятому источниками [3]:

$$d_{m,\pm,\alpha}(q) = \frac{1}{N_{m,\alpha}(q)} \sum_{k=1}^K \int_V J_\rho^{(k)}(\mathbf{r}) E_{\rho;-m,\mp,\alpha}^{(T)}(\mathbf{r}, q) d\mathbf{r}. \quad (5)$$

Здесь символ  $(T)$  отмечает поле, взятое в «транспонированной» среде, описываемой тензором диэлектрической проницаемости  $\varepsilon^T$ , нормировочная величина  $N_{m,\alpha}(q)$  имеет вид [3]

$$N_{m,\alpha}(q) = 4\pi(-1)^{m+1} [1 + \eta^{-1} n_{s,\alpha}^2(q)] / [Z_0 k_0^2 p'_\alpha(q)], \quad (6)$$

где штрих обозначает производную по аргументу,  $Z_0$  – импеданс свободного пространства, а величина  $n_{s,\alpha}(q)$  определяется выражением

$$n_{s,\alpha}(q) = [\varepsilon^2 - g^2 - \varepsilon(q^2 + p_\alpha^2)] / [gp_{s,\alpha}(q)]. \quad (7)$$

Выполнив интегрирование в (5), получим коэффициенты возбуждения в следующем виде:

$$d_{m,\pm,\alpha}(q) = -2i^m \frac{J_0(k_0 dp_\alpha)}{N_{m,\alpha}(q)} F_{m,\alpha}(q) \delta_m \sum_{k=1}^K |I_k| \exp[i(m\phi_k + \psi_k)]. \quad (8)$$

Здесь

$$F_{m,\alpha}(q) = \int_0^L \left[ \left(1 - \frac{\rho}{L}\right) J_{m+1}(k_0 q \rho) - u_\alpha \frac{J_m(k_0 q \rho)}{k_0 q L} \right] d\rho, \quad (9)$$

$$\delta_m = [1 - (-1)^m]/2.$$

Для определения возможности селективного возбуждения заданных азимутальных гармоник поля проанализируем мощность излучения. С использованием найденных выше коэффициентов возбуждения найдем полную излучаемую мощность антенны  $P_\Sigma$  в бесстолкновительной магнитоактивной плазме применительно к резонансной области свистового диапазона частот [3], в котором распространяющейся является только необыкновенная волна ( $\alpha=e$ ). Будем рассматривать излучающую систему, угол между соседними диполями которой  $\Delta\phi = \phi_{k+1} - \phi_k$  не зависит от номера  $k$ . Кроме того, будем полагать, что излучатели имеют одинаковые абсолютные значения токов ( $|I_k| = |I_0|$ ), но различные фазы, причем разность фаз токов соседних диполей одинакова для всех  $k$  и равна  $\Delta\psi = \psi_{k+1} - \psi_k$ . Тогда полная мощность излучения может быть представлена в следующем виде:

$$P_\Sigma = \sum_{m=-\infty}^{\infty} P_m = \frac{Z_0 k_0^2 |I_0|^2}{2\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_0^\infty \frac{(-\eta) \Phi_m^2 \delta_m}{n_{+,e}^2 + \eta} F_{m,e}^2(q) J_0^2(k_0 dp_e) p'_e(q) dq, \quad (10)$$

где

$$\Phi_m = \frac{\sin [K(m\Delta\phi + \Delta\psi)/2]}{\sin [(m\Delta\phi + \Delta\psi)/2]}, \quad (11)$$

а величины  $P_m$  имеют смысл парциальных мощностей излучения, идущих в соответствующие азимутальные гармоники возбуждаемого поля. В (10) учтено, что, согласно [3], парциальная мощность  $P_m$  дается интегрированием по  $q$  величины  $(-1)^m |d_{m,s,e}(q)|^2 N_{m,e}(q)/2$ . В случае равномерного расположения излучателей по периметру решетки, когда  $\Delta\phi = \pi/K$ , величины  $\Phi_m^2$  в (10) при  $\Delta\psi = -\pi\tilde{m}/K$  принимают максимальное значение, равное  $K^2$ , для индексов  $m = \tilde{m} + 2lK$ , где  $\tilde{m} = \pm 1, \pm 3, \dots, l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ;  $\Phi_m^2 = K^2 \delta_{m,\tilde{m}+2lK}$ ; здесь  $\delta_{m,n}$  – символ Кронекера.

Предполагая, что каждый диполь имеет малые электрические размеры ( $d|\varepsilon/\eta|^{1/2} \ll L$ ,  $k_0 L |g|^{1/2} \ll 1$ ), можно получить следующее приближенное выражение для парциальных мощностей излучения одиночного диполя ( $K=1$ ) при  $|m| < L|\eta/\varepsilon|^{1/2}/d$ :

$$P_m^{(s)} = \frac{Z_0 |I_0|^2}{\pi k_0 L |\varepsilon \eta|^{1/2}} \delta_m \left( \frac{1}{|m|} - \frac{\beta_{|m|}}{\pi} \right), \quad (12)$$

где  $\beta_1 = 2$ ,  $\beta_3 = 26/45$ ,  $\beta_5 = 526/1575$  и т. д. Величины (12) связаны с соответствующими парциальными мощностями многоэлементной антенны соотношением  $P_m = K^2 P_m^{(s)}$ .

Из формул (10) и (12) видно, что одиночный диполь возбуждает все нечетные азимутальные гармоники поля, вклад которых в его полную мощность излучения  $P_\Sigma^{(s)}$

сравнительно медленно падает с ростом  $|m|$ . Поэтому надлежащий выбор фазовых соотношений между токами диполей многоэлементной системы позволяет обеспечить селективное возбуждение волн с заданным значением азимутального индекса.

Численные расчеты были выполнены для следующих значений параметров, отвечающих условиям ионосферы Земли: плотность плазмы  $N = 10^6 \text{ см}^{-3}$ , внешнее магнитное поле  $B_0 = 0,5 \text{ Гс}$ . Угловая частота поля составляла  $\omega = 1,9 \cdot 10^5 \text{ с}^{-1}$ , предполагалось, что  $L = 5 \text{ м}$ ,  $d = 1 \text{ см}$ . Заметим, что выбранные параметры соответствуют резонансной области свистового диапазона.

Результаты расчетов величин  $R_m = 2P_m/|I_0|^2$ , имеющих смысл парциальных сопротивлений излучения в отдельные азимутальные гармоники поля, показаны на рис. 2-4 для источников, содержащих  $K = 2$ ,  $K = 4$ ,  $K = 6$  диполей соответственно. Из представленных данных видно, что увеличение  $K$  приводит к улучшению селективности возбуждения заданной азимутальной гармоники поля (гармоники с индексом  $m = -1$  или  $m = 1$  на рис. 2 и 3). При этом селективное возбуждение гармоник с большим значением  $|m|$  ( $m = -3$  или  $m = 3$  на рис. 4) достигается также за счет увеличения числа диполей  $K$ .

Таким образом, показано, что рассмотренная излучающая система может обеспечить селективное возбуждение заданных азимутальных гармоник поля в магнитоактивной плазме в резонансной области свистового диапазона частот.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 20-12-00114, <https://rscf.ru/project/20-12-00114/>).

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 20-12-00114, <https://rscf.ru/project/20-12-00114/>).

- [1] Stenzel R.L., Urrutia J.M. // Phys. Rev. Lett. 2015. Vol. 114, No. 20. P. 205005.
- [2] Urrutia J.M., Stenzel R.L. // Phys. Plasmas. 2015. Vol. 22, No. 9. P. 092111.
- [3] Kudrin A.V., Zaboronkova T.M., Zaitseva A.S., Bazhilova E.V. // Phys. Plasmas. 2020. Vol. 27, No. 9. P. 092101.
- [4] Гинзбург В.Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. – М.: Наука, 1967. 684 с.

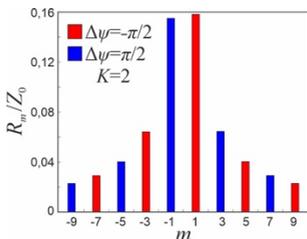


Рис. 2

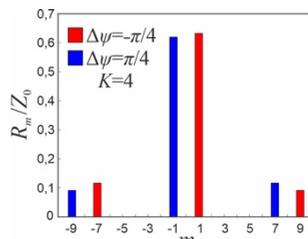


Рис. 3

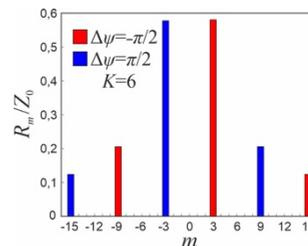


Рис. 4

**ИССЛЕДОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ПЛАЗМЫ, ЗАПОЛНЯЮЩЕЙ  
КРУПНОМАСШТАБНУЮ КООКСИАЛЬНУЮ ЛИНИЮ****В.В. Кочедыков<sup>1,2)</sup>, И.Ю. Зудин<sup>1)</sup>, М.Е. Гушин<sup>1,2)</sup>, А.В. Стриковский<sup>1)</sup>,  
С.В. Коробков<sup>1)</sup>, А.Н. Катков<sup>1,2)</sup>, И.А. Петрова<sup>1,2)</sup>, И.М. Вершинин<sup>1)</sup>**<sup>1)</sup> *ИПФ РАН*<sup>2)</sup> *ННГУ им. Н.И. Лобачевского*

Одной из актуальных задач в физике распространения электромагнитных волн в плазме является прохождение сверхкоротких электромагнитных импульсов (ЭМИ) через ионосферу и верхние слои атмосферы. Данная тема представляет интерес как для фундаментальных, так и для прикладных исследований. Отдельного внимания заслуживает вопрос о влиянии нелинейных эффектов на форму и спектр ЭМИ в таких приложениях, как волновая диагностика ионосферы и разработка систем сверхширокополосной радиосвязи с ионосферными каналами [1]. Эффективным способом исследования данного вопроса является моделирование распространения ЭМИ различного уровня мощности с использованием лабораторных плазменных камер. Лабораторное моделирование можно проводить на основании правил подобия [2], которые устанавливают связь между размерными и безразмерными параметрами физических процессов в лаборатории и ионосфере. В последние годы в связи с развитием технологии импульсных генераторов и появлением крупномасштабных плазменных установок [3] стало возможным проведение подобных экспериментов на высоком научно-техническом уровне. В работе [1] показано, что если в качестве излучателя ЭМИ использовать рупорную антенну, то может возникнуть ряд сложностей. Например, поперечная неоднородность плазмы, через которую распространяется импульсный сигнал, может привести к большим рефракционным потерям. Ещё одним препятствием является переотражение ЭМИ от металлических стенок вакуумной камеры. Для того, чтобы моделировать взаимодействие ЭМИ с плазмой на протяженной трассе, лучше всего использовать передающие линии, поддерживающие распространение ЭМИ в виде ТЕМ-моды. Передающая линия с плазменным заполнением позволяет сосредоточить электромагнитное поле в поперечном направлении, сохраняя при этом свойства распространяющейся в ней ТЕМ-моды близкими к свойствам волны в свободном пространстве. Все перечисленные выше факторы привели к идее и реализации крупномасштабной («гигантской») коаксиальной линии (ГКЛ) с плазменным заполнением [4], установленной внутри плазменной камеры стенда «Крот» (ИПФ РАН) [3]. ГКЛ обеспечивает распространение ЭМИ в плазме подобно тому, как ТЕМ-волна распространяется в пространстве, заполненном однородным диэлектриком, а также позволяет избежать рефракционных потерь.

Особенность проводимых экспериментов состоит в том, что на большой трассе концентрация создаваемой плазмы, необходимой для такого моделирования, достаточно низкая и обладает параметрами, не совсем стандартными для лабораторных условий. Такие значения концентрации сложно диагностировать штатными для стенда зондовыми методами, поэтому решение этой задачи потребовало развития диагностик в диапазоне ВЧ и СВЧ. На рис. 1 приведена экспериментальная схема (а), где 1 – генератор, 2 – резистивный делитель мощности, 3 – аттенюатор, 4 – фильтр верхних частот, 5 – осциллограф, 6 – вакуумная камера, 7 – конический переход ГКЛ, 8 – рабочая секция

ГКЛ, 9 – СВЧ зонд, 10 – индуктор, 11 – ВЧ генератор, а также схематически показана ГКЛ (б).

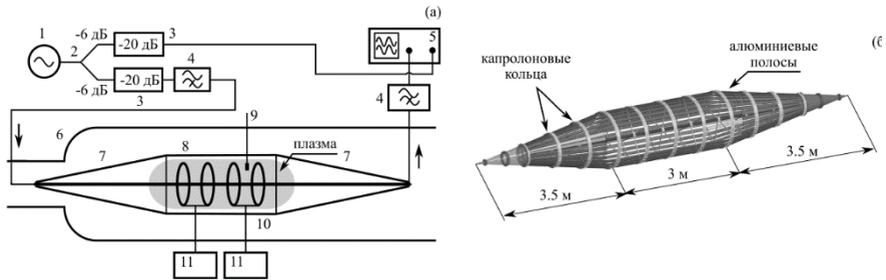


Рис. 1

В данной работе приведены результаты реализации методов радиочастотной диагностики плазмы на основе СВЧ-зонда на отрезке двухпроводной линии, а также методов радиопросвечивания плазмы низкой плотности; при этом используются метод отсечки и метод фазового интерферометра, а также некоторые результаты моделирования распада плазмы в коаксиальной линии.

Для использования метода фазового интерферометра необходимо знать распределение концентрации плазмы в рабочей секции ГКЛ. Из предыдущих экспериментов известно, что распад плазмы в отсутствие магнитного поля на поздних временах происходит в режиме амбиполярной диффузии основной моды. Из решения уравнения амбиполярной диффузии были получены поперечные и продольные распределения концентрации плазмы [5-6]. Наибольший интерес представляет решения для поперечных аксиально симметричных мод в условиях коаксиальной геометрии:

$$R_m(r) = J_0\left(\frac{r}{\mu_m}\right) - \frac{J_0\left(\frac{b}{\mu_m}\right)}{N_0\left(\frac{b}{\mu_m}\right)} N_0\left(\frac{r}{\mu_m}\right). \quad (1)$$

где  $J_0$  и  $N_0$  – функции Бесселя и Неймана нулевого порядка,  $b$  – радиус внешнего проводника,  $\mu_m$  –  $m$ -ый корень решения уравнения для  $R(r)$ .

Имея информацию о распределении плазмы, можно получить геометрический фактор, учитывающий неоднородность распределения концентрации в линии. Использование геометрического фактора повышает точность метода фазового интерферометра. В работе [6] приведено решение для геометрического фактора основной диффузионной моды. На рис. 2 приведены результаты измерений, полученные с помощью используемых диагностик, при низком (а) и высоком (б) давлении рабочего газа.

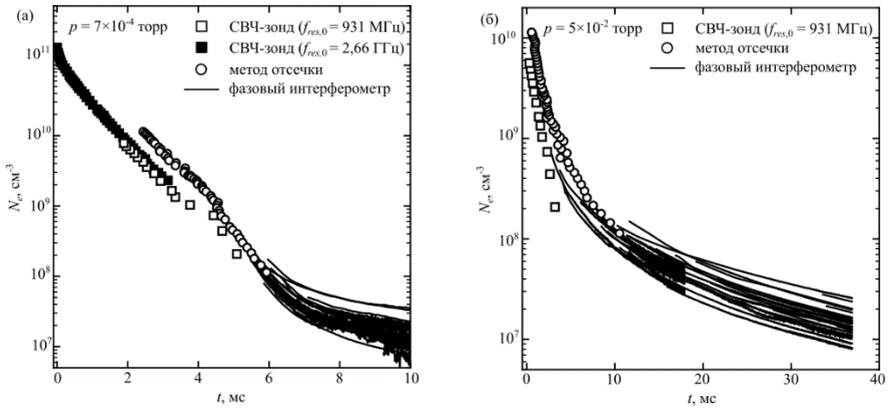


Рис. 2

При минимальном давлении,  $p = 7 \cdot 10^{-4}$  Торр, распад плазмы идет практически строго по экспоненциальному закону  $N_e \sim \exp(-t/\tau)$  с характерным временем  $\tau \approx 0,85$  мс. Такой режим распада начинается спустя приблизительно 0,5 мс после выключения плазмосоздающих генераторов и продолжается до времен порядка 6,5 мс: за это время концентрация плазмы уменьшается почти на 4 порядка. Показания зонда с СВЧ-резонатором на начальном этапе изменяются синхронно с показаниями метода радиопросвечивания, однако по абсолютной величине занижены относительно концентраций, получаемых методом отсечки, приблизительно в 2 раза. Замедление распада на поздних временах ( $t > 7$  мс) при концентрациях  $N_e < 3 \cdot 10^7$  см<sup>-3</sup> дает только интерферометрический метод. При давлении  $p = 5 \cdot 10^{-2}$  Торр максимальная концентрация электронов почти на порядок меньше, чем при  $p = 7 \cdot 10^{-4}$  Торр, но плазма живет заметно дольше: шкалы времени на рис. 1а и 6 отличаются в 4 раза. При этом концентрация  $N_e$  ни на одном из временных отрезков не изменяется по экспоненте, по крайней мере, до  $t \sim 30$  мс. Характерное время распада, определяемое как  $\tau_d = N_e / (dN_e/dt)$ , постоянно возрастает. Сразу после выключения плазмосоздающих генераторов  $\tau_d \approx 1$  мс при  $t = 15$  мс,  $\tau_d \approx 8$  мс при  $t = 30$  мс,  $\tau_d \approx 14$  мс при  $t = 30$  мс. При данном давлении показания зонда с СВЧ-резонатором занижены относительно метода отсечки в 3 – 5 раз, т.е. существенно.

Скорость выхода на основную диффузионную моду определяется тем, как быстро компоненты плазмы выходят на равновесную температуру. Для того чтобы выяснить, в какой момент времени и на какое значение выходят температуры частиц разных сортов, в настоящий момент разрабатывается модель баланса температур [5]:

$$\begin{cases} \frac{\partial T_e}{\partial t} = -\delta_{en}\overline{v_{en}}(T_e - T_n) - \delta_{ei}\overline{v_{ei}}(T_e - T_i) - \frac{q_{eg}S_{side}}{N_e V}, \\ \frac{\partial T_i}{\partial t} = -\delta_{in}\overline{v_{in}}(T_i - T_n) + \delta_{ei}\overline{v_{ei}}(T_e - T_i) - \frac{q_{ig}S_{side}}{N_e V}, \\ \frac{\partial T_n}{\partial t} = \delta_{en}\overline{v_{ne}}(T_e - T_n) + \delta_{in}\overline{v_{ni}}(T_e - T_n), \end{cases} \quad (2)$$

где  $\delta_{\alpha\beta}$  – коэффициент передачи энергии за одно столкновение,  $\overline{v_{\alpha\beta}}$  – усредненная частота столкновений,  $q_{e,ig}$  – поток тепла на границу плазмы электронов и ионов,  $S_{side}$  – боковая площадь камеры,  $V$  – объем,  $N_e$  – концентрация электронов. Данная модель учитывает обмен энергией между частицами за счет упругих столкновений, а также тепловые потоки на границу электронов и ионов. Предварительные результаты позволяют сделать следующие выводы. На начальном этапе температуры ионов и нейтралов быстро выравниваются. Это является следствием того, что ионы за одно столкновение теряют половину своей энергии. Электроны отдают малую энергию за счет столкновений с ионами и нейтралами. Более существенным каналом остывания для электронов является тепловой поток через границу плазмы – диффузионное остывание. Модель требует учета переноса температуры за счет потока направленной скорости, а также учета связи потоков ионов и нейтрального газа.

В заключение следует отметить, что использование крупномасштабных передающих линий для моделирования взаимодействия интенсивного электромагнитного излучения с плазмой является перспективным подходом к ряду фундаментальных и прикладных задач.

- [1] Gushchin M.E., Korobkov S.V., Strikovskiy A.V., Aidakina N.A., Zudin I. Yu., Terekhin V.A., Terekhin A.V., Soldatov A.V., Belov A.S. // AIP Advances. 2019. Vol. 9, No. 12. Pp. 125051 1-6.
- [2] Альвен Г. Космическая электродинамика – Москва: МИР, 1967, с 155.
- [3] Aidakina N.A., Galka A.G., Gundorin V.I., Gushchin M.E., Zudin I.Y., Korobkov S.V., Kostrov A.V., Loskutov K.N., Mogilevskiy M.M., Priver S.E., Strikovskiy A.V., Chugunin D.V., and Yanin D.V. // Geomagnetism and Aeronomy. 2018. Vol. 58. P. 314.
- [4] Гойхман М.Б., Громов А.В., Гундорин В.И., Гушин М.Е., Зудин И.Ю., Коршинин С.Ю., Коробков С.В., Котов А.В., Кузин А.В., Лоскутов К.Н., Палицин А.В., Стриковский А.В., Мареев Е.А. // ДАН. Физика, технические науки. 2022. Т. 503, №. 1. С. 3.
- [5] Голант В.Е., Жилинский А.П., Сахаров С.А. Основы физики плазмы – Москва: Атомиздат, 1977.
- [6] Zudin, I.Y., Kochedykov, V.V., Gushchin, M.E. et al. // Plasma Phys. Rep. 2024. Vol. 50. P. 225.

## МЕЛКОМАСШТАБНЫЕ ВАРИАЦИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ В КОНВЕКТИВНЫХ ПОТОКАХ В ТРОПОСФЕРЕ

Е.А. Широков, С.С. Давыденко

ИПФ РАН

### *Введение*

Одной из актуальных проблем теории атмосферного электричества является вопрос о зарождении молниевых разрядов в облаках [1]. Трудность объяснения механизма их зарождения обусловлена тем обстоятельством, что среднее электрическое поле в грозовом облаке, напрямую измеряемое в натурных экспериментах, более чем на порядок величины меньше «пробойного» значения в воздухе [2].

Возможным вариантом решения указанной проблемы является возможность локального усиления электрического поля в облаке. Так, в работе [3] была предложена модель среды, состоящей из тяжёлых (крупных) заряженных облачных частиц (обводнённая снежная крупа, град, водяные капли), которые обтекаются восходящим слабопроводящим потоком мелких частиц (мелкие кристаллы льда, аэрозоли). Тяжёлые частицы при этом находятся в поле действия трёх сил — силы тяжести, силы стокового взаимодействия с потоком и кулоновской силы, обусловленной наличием внешнего электрического поля. Было показано [3], что в такой системе может иметь место конвективная неустойчивость.

В данной работе развивается модель среды, предложенная в статье [3], находятся и анализируются численные решения задачи взаимодействия среды с потоком при различных параметрах тяжёлых частиц.

### *Постановка задачи. Дисперсионное уравнение. Порог неустойчивости*

Описанная во введении плазмоподобная среда в одномерном приближении описывается системой четырёх уравнений: уравнением динамики тяжёлых частиц под действием силы тяжести, силы стокового взаимодействия с потоком и кулоновской силы, обусловленной наличием внешнего электрического поля, уравнениями непрерывности для потока тяжёлых частиц и суммарной плотности заряда, а также уравнением Пуассона. Суммарный ток, входящий в уравнение непрерывности, определяется токами тяжёлых частиц и конвективного потока, а также током проводимости. В начальный момент времени  $t$  тяжёлые частицы покоятся.

Дисперсионное уравнение для данной системы уравнений имеет вид (ср. [3])

$$1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + 2i\omega v_0} + \frac{4\pi\sigma i}{\omega - ku_0} = 0, \quad (1)$$

где  $\omega_p$  — плазменная частота для невозмущённой концентрации тяжёлых частиц,  $v_0$  — частота их столкновений с частицами потока,  $\sigma$  и  $u_0$  — проводимость и скорость потока соответственно. Начальное возмущение имеет вид  $\exp(-i\omega t + ikz)$ , где ось  $z$  направлена вверх.

Нетрудно показать, что дисперсионное уравнение (1) имеет неустойчивое решение при  $A > 0$ , где

$$A \equiv \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + 4v_0^2} - 1. \quad (2)$$

Указанное условие определяет порог неустойчивости.

### ***Численное решение***

Система перечисленных выше уравнений решалась численно на конечном отрезке вдоль оси  $z$ . Граничные условия задавались в соответствии с равновесным решением системы. Начальные условия для концентрации тяжёлых частиц и электрического поля имели вид возмущения в узкой области в середине расчётного отрезка, начальные условия для скорости тяжёлых частиц и плотности заряда потока задавались в соответствии с равновесными значениями.

### ***Результаты расчётов. Обсуждение***

Расчёты проводились для типичных условий сильной конвекции в грозовом облаке на высоте 6 км. Равновесная концентрация тяжёлых частиц выбиралась равной  $2 \cdot 10^{-3} \text{ см}^{-3}$ , фоновое электрическое поле составляло 60 кВ/м. Радиус тяжёлых частиц полагался равным 1 мм, их плотность составляла  $1 \text{ г/см}^3$ .

В результате развития неустойчивости формируется мелкомасштабная (с характерным масштабом порядка десяти метров) структура электрического поля, которая переносится вверх со скоростью, близкой к  $u_0$ . В конце линейной стадии развития неустойчивости максимальное значение электрического поля превышает фоновое на порядок величины. Обратный инкремент неустойчивости на линейной стадии составляет величину порядка десятков секунд, что соответствует данным наблюдений времени накопления заряда в облаке перед разрядом. Таким образом, предложенный механизм может быть использован при построении модели инициации молниевых разрядов [4].

Описанная выше неустойчивость в аэрозольном потоке может также проявляться в атмосферах других объектов Солнечной системы (например, на Марсе и Титане [5]) и определять масштабы формирующихся электрических структур. Предварительные оценки показывают, что эти масштабы по порядку величины совпадают с полученными ранее в рамках упрощённого описания проводящего потока [5].

Оценки для других объектов Солнечной системы выполнены в рамках государственного задания ИПФ РАН (тема FFUF-2023-0002).

- [1] Dwyer J.R., Uman M.A. // Phys. Rep. 2014. Vol. 534, No. 4. P. 147.
- [2] Marshall T.C., McCarthy M.P., Rust W.D. // J. Geophys. Res. Atmospheres. 1995. Vol. 100, No. D4. P. 7097.
- [3] Трахтенгерц В.Ю. // Докл. АН СССР. 1989. Т. 308, №. 3. С. 584.
- [4] Kostinskiy A.Yu., Marshall T.C., Stolzenburg M. // J. Geophys. Res. Atmospheres. 2020. Vol. 125, No. 22. Art. No. e2020JD033191.
- [5] Грач В.С. // Изв. вузов. Радиофизика. 2013. Т. 56, №. 7. С. 468.

## ОСОБЕННОСТИ ИЗЛУЧЕНИЯ НИЗКОЧАСТОТНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН ПРОМЫШЛЕННЫМИ ЛИНИЯМИ ЭЛЕКТРОПЕРЕДАЧ

А.Г. Галка, А.В. Костров

*ИПФ РАН*

### *Аннотация*

В работе рассматривается излучение линий электропередач, находящихся вблизи мощных потребителей энергии. Для диапазона ОНЧ такая линия электропередач представляет собой эффективную антенну бегущей волны. Рассмотрены особенности работы такой антенны. В отраженном от ионосферы сигнале наблюдается временной дрейф частот, что может быть использовано в качестве нового способа диагностики нижнего слоя ионосферы.

### *Основная часть*

Наблюдаемые гармоники промышленной частоты 50/60 Гц в спектре сигналов вблизи линий электропередач (ЛЭП) связаны с работой тиристорных преобразователей, которые используются на энергоемких промышленных предприятиях для управления потребляемой мощностью. При работе тиристорных ключей в цепи питания возникают периодические броски тока с фронтом порядка 10 мкс [1]. Верхняя граница спектрального диапазона импульса тока в ЛЭП достигает нескольких десятков килогерц. Сигналы от ЛЭП на спектрограмме «частота – время» представляют собой дискретные линии, отстоящие друг от друга, как правило, на 100 Гц. Также наблюдается дрейф высоких частот во времени, промодулированных частотой 100 Гц. Количество дрейфующих полос варьируется от 1 до 5 вблизи выделенной частоты. Судя по литературным данным, нет убедительного объяснения этого явления. Такие сигналы регистрируются как наземными приемниками, так и на спутниках (рис. 1). Полевые измерения вертикальной компоненты электрического поля проводились в Нижегородской области (р.п. Васильсурск). На рис. 1 видна суточная периодичность дрейфующих полос и локальные экстремумы в утренние и вечерние часы при прохождении солнечного терминатора.

Важнейшим источником сигналов промышленной частоты является железнодорожная сеть [2]. Расстояния между тяговыми подстанциями питания электровозов достигает 100 км, и в таких длинных линиях возможны резонансы. Рассмотрим электрическую модель линии питания на железной дороге в виде резонатора с потерями. Частота максимума резонанса определяется длиной резонатора и типом нагрузки на его концах: конец разомкнут или линия нагружена на трансформатор. В полосу резонатора попадает 3-5 гармоник сетевой частоты, что может служить объяснением наличия ограниченного числа полос на спектрограмме.

Рассмотрим механизм излучения ОНЧ сигналов линией электропередач. Существует предположение, что ЛЭП для высоких гармоник представляет собой рамочную антенну, образованную проводами и подстилающей поверхностью [3]. Однако, эффективность излучения магнитной рамки низкая. К тому же на частотах 20-30 КГц условие квазистатичности тока по длине антенны не выполняется, т.к. длина линии может

составлять более 100 км, и с обеих сторон присутствует нагрузка. На основании этого рассмотрим ЛЭП в виде антенны бегущей волны – антенны Бевереджа [4].

Такая антенна обладает узкой диаграммой направленности в горизонтальной плоскости и поэтому широко используется в любительской радиосвязи из-за высокого отношения сигнал/шум.

Основная особенность антенны Бевереджа заключается в том, что фазовая скорость волны тока в проводе, натянутого над проводящей землей, больше скорости света. Из-за потерь в подстилающей поверхности фазовый и амплитудный фронт волны не совпадают, и поэтому волна неоднородная. Угол максимума излучения в вертикальной плоскости может меняться от 0 до 40 градусов. Половина мощности уходит в землю, а оставшаяся часть излучается. Излучение эллиптически поляризовано, электрическое поле ориентировано преимущественно в вертикальной плоскости. Угол направления максимума диаграммы направленности  $\alpha$  в вертикальной плоскости зависит как от проводимости  $\sigma$  и диэлектрической проницаемости земли, так и от частоты излучения  $\omega$ :  $\cos(\alpha) \sim \sqrt{\sigma/(\omega\epsilon)}$ . Таким образом, происходит угловая сепарация волн с разными частотами.

Волна, распространяющаяся в волноводе Земля-ионосфера, будет испытывать отражение на высоте  $h$  от нижней границы ионосферы с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_{\text{ион}}$  по закону:  $\sin(\theta) = \sqrt{\epsilon_{\text{ион}}} = \sqrt{1 - \omega_{pe}^2/v^2}$ , где  $\omega_{pe}$  и  $v$  – плазменная частота

и частота столкновений электронов с нейтралами,  $\theta = \pi/2 - \alpha$ . В течение суток плотность плазмы меняется, и при фиксированном расстоянии по горизонтали между излучателем и приемником в приемный пункт приходит сигнал на других частотах. Применяя к временному ряду данных оконное Фурье преобразование, получим медленный дрейф частоты во времени сигнала, изучаемого ЛЭП и состоящего из дискретных полос. Таким образом, регистрация на земле ОНЧ излучения от промышленных предприятий позволяет по частотному дрейфу отслеживать нижнюю границу ионосферы (D, E-слои) в течение суток и большего времени и осуществлять диагностику параметров нижней ионосферы.

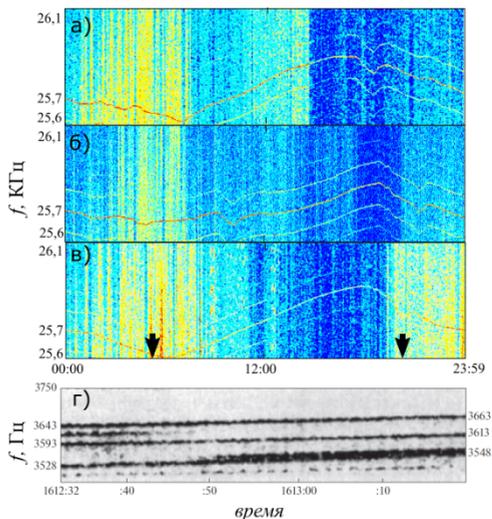


Рис. 1. Суточный ход гармоники 50 Гц на частоте 26.5 КГц: а) 07.08.2006, б) 08.08.2006, в) 09.08.2006 (местное время). Стрелками показаны восход и заход. г) Медленный дрейф частоты высоких гармоник 50/60 Гц на спутнике (мировое время)

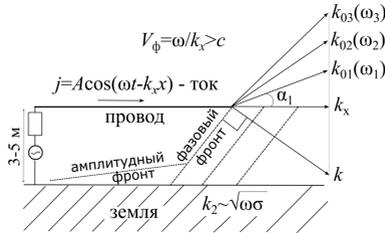


Рис. 2. Схематическая структура электромагнитной волны, распространяющейся между проводом и поверхностью земли;  $V_\phi$  – фазовая скорость волны,  $c$  – скорость света в вакууме,  $k_x$  – проекция волнового вектора  $k_0$  на горизонтальную плоскость

При наклонном распространении электромагнитных волн одновременно с отражением возможно, что часть энергии волны пройдет через неоднородный скин-слой до высот более 70 км, где электроны замагничены, и показатель преломления  $N$  становится положительным, а его выражение в свистовом диапазоне частот  $\omega_{pe} \gg \omega_{he} \gg \omega$  имеет вид:  $N = \omega_{pe}^2 / (\omega \omega_{he} \cos(\theta) - \omega^2)$ , где  $\omega_{he}$  – электронная циклотронная частота.

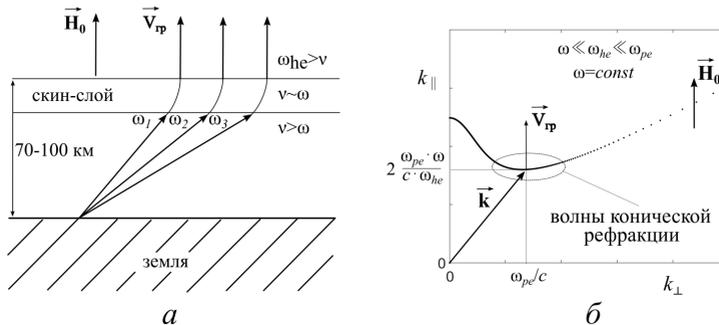


Рис. 3. Трансформация электромагнитного ОНЧ излучения в свистовые волны(а); поверхность волновых векторов свистовых волн в ионосфере, гиродурируемых магнитным полем Земли  $\mathbf{H}_0$  (б)

В области нижней ионосферы, где частота столкновений меньше электронной гирочастоты, происходит трансформация электромагнитного излучения в свистовые волны конической рефракции, групповая скорость которых направлена вдоль магнитного поля (рис. 3б). Эти волны распространяются от точки трансформации до высот 500 км. Волны с разными частотами будут выходить в магнитосферу по разным силовым трубкам. При наличии магнитоориентированных неоднородностей в околоземной плазме излучение может достичь магнитосопряженной точки.

### Заключение

Источником гармоник в линиях электропередач являются тиристорные коммутаторы, используемые на промышленных предприятиях для регулирования мощность

подводимой к нагрузке. Спектр коммутируемых сигналов принадлежит ОНЧ диапазону и представляется на спектрограмме «частота – время» в виде дискретных полос, отстоящих друг от друга на расстояние 50 (100) Гц. Показано, что в этом диапазоне частот ЛЭП является эффективной антенной бегущей волны, угол максимума излучения которой в вертикальной плоскости зависит от частоты. При наклонном падении волны на нижнюю границу ионосферы происходит отражение волны. В фурье-спектре сигнала, отраженного от границы нижней ионосферы, при фиксированном расстоянии между излучателем и приемником наблюдается дрейф частот во времени. Дрейф частот связан с изменением состояния ионосферы в течение суток. При соответствующем выборе приемных пунктов на Земле возможно организовать непрерывный мониторинг состояния нижнего слоя ионосферы.

- [1] Костров А.В., Гушин М.Е., Стриковский А.В. // Геомагнетизм и аэрономия. 2017. Т. 57. №. 4. С. 522.
- [2] Карякин Р. Н. Тяговые сети переменного тока. – М.: Транспорт, 1987. 279 с.
- [3] Bullough K. Power line harmonic radiation: Sources and environmental effects / Handbook of atmospheric electrodynamics, V.2, edited by Volland H. N.W. – Boca Raton: CRC Press, 1995. P. 291.
- [4] Ротхаммель К. Антенны. Т. 1. – Минск: Наш город, 2001. 416 с.

## ОСОБЕННОСТИ ДВИЖЕНИЯ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ОБЛАСТИ ЭЗР В ПЛАВНО-НЕОДНОРОДНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

В.А. Колданов

ГБОУ ВО НГИЭУ

### Постановка задачи и описание метода

Работа посвящена численному моделированию движения электронов в магнитной ловушке прямой пробочной конфигурации при наличии СВЧ излучения. Интерес к таким исследованиям связан с разработкой новых источников многозарядных ионов.

Для описания динамики набора энергии электронами в магнитном поле прямой пробочной конфигурации используется метод прямого интегрирования уравнения движения электронов. При этом использовался полуаналитический метод численного решения уравнения движения электронов, который обладает намного более высокой точностью по сравнению с традиционно применяемым методом Рунге-Кутты 4-го порядка. Внешнее магнитное поле задается системой соленоидов, конфигурация которых была максимально приближена к реальным условиям (рис. 1). Расчет магнитного поля выполнен по методу, предложенному в работе [3]. Кроме внешнего магнитного поля на электроны действует СВЧ излучение с заданным уровнем мощности, распространяющееся вдоль оси системы.

Движение заряженных частиц (электронов) в электромагнитном поле под действием силы Лоренца подчиняется достаточно простым уравнениям. Единственный усложняющий фактор – электроны могут достигать релятивистских скоростей, т. е. нужно учитывать поправки специальной теории относительности (СТО):

$$\begin{aligned}\vec{E} &= \vec{E}_{wave}(\vec{R}, t), \quad \vec{B} = \vec{B}_{wave}(\vec{R}, t) + \vec{B}_{dc}(\vec{R}, t), \\ \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} &= \frac{e}{m} \left( \vec{E} - \frac{(\vec{v}, \vec{E})}{c} \vec{v} \right) + \frac{e}{mc} (\vec{v} \times \vec{B}) = \frac{e}{m} \vec{E}^* + \frac{e}{mc} (\vec{v} \times \vec{B}), \\ \frac{\partial \vec{R}}{\partial t} &= \vec{v}, \quad m = \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}},\end{aligned}$$

где  $\vec{E}_{wave}$ ,  $\vec{B}_{wave}$  – поле волны,  $\vec{B}_{dc}$  – постоянное магнитное поле,  $c$  – скорость света в свободном пространстве,  $\vec{v}$ ,  $\vec{R}$ ,  $e$ ,  $m_0$  – скорость, координата, заряд и масса покоя электрона.

Для численного решения уравнения движения отдельных электронов традиционно применяются методы Эйлера и Рунге-Кутты. К сожалению, у этих методов есть неустранимый недостаток – они не являются консервативными, т.е. не гарантируют выполнение закона сохранения энергии.

Метод Рунге-Кутты 4-го порядка обладает относительно высокой точностью, но требует вычисления «правой части» 4 раза на каждой итерации. При этом временной шаг должен быть существенно меньше минимального гиро-периода во всей рассматриваемой области пространства. Поэтому представляется разумным использовать другие методы, которые могли бы обеспечить существенное увеличение временного шага и/или увеличение точности расчетов.

В связи с этим в данной работе применялся «полуаналитический» метод решения уравнения движения [4], а именно, новая скорость частиц рассчитывалась с помощью выражения

$$\begin{aligned} \vec{V}(t+dt) &= \vec{V} \cos(\omega_H dt) + [1 - \cos(\omega_H dt)] (\vec{V}, \vec{b}) \vec{b} - \\ &\quad - (\vec{b} \times \vec{V}) \sin(\omega_H dt) + \frac{e}{m} \frac{\sin(\omega_H dt)}{\omega_H} \vec{E}^* - \\ &\quad - \frac{e}{m} \frac{1 - \cos(\omega_H dt)}{\omega_H} (\vec{b} \times \vec{E}^*) + \frac{e}{m} \left( dt - \frac{\sin(\omega_H dt)}{\omega_H} \right) (\vec{E}^*, \vec{b}) \vec{b}, \\ \vec{R}(t+dt) &= (\vec{R} - d\vec{R}) + d\vec{R} \cos(\omega_H dt) - (\vec{b} \times d\vec{R}) \sin(\omega_H dt) + \\ &\quad + \left( \frac{\vec{V} + \vec{V}(t+dt)}{2}, \vec{b} \right) \vec{b} dt, \end{aligned}$$

где  $\omega_H = \frac{e|\vec{B}|}{mc}$ ,  $\vec{b} = \frac{\vec{B}}{|\vec{B}|}$ ,  $\vec{E}^* = \vec{E} - \frac{(\vec{E}, \vec{V})}{c^2} \vec{V}$ ,  $d\vec{R} = -\frac{1}{\omega_H} \left( \frac{\vec{V} + \vec{V}(t+dt)}{2} \times \vec{b} \right)$  – уравнение движения центра ларморовской окружности.

К преимуществам предложенного метода следует отнести точное (с численной точностью) выполнение закона сохранения энергии. Однако данный метод несколько более сложный в плане реализации.

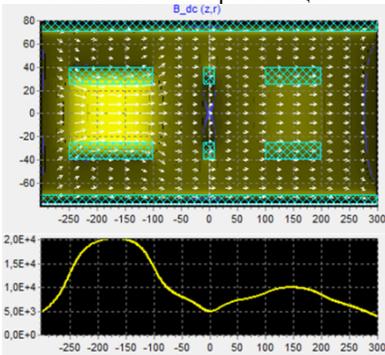


Рис. 1. Структура магнитного поля в магнитной ловушке, созданной четырьмя соосными катушками. Внизу показана напряженность магнитного поля на оси системы

### Результаты расчетов

Магнитная система образована системой соосных катушек с заданными размерами. При необходимости в магнитную систему вносились дополнительные элементы, например, «палки Иоффе» (рис. 1). СВЧ излучение частотой 18 ГГц с линейной поляризацией распространяется вдоль оси системы (слева направо). В настоящей работе

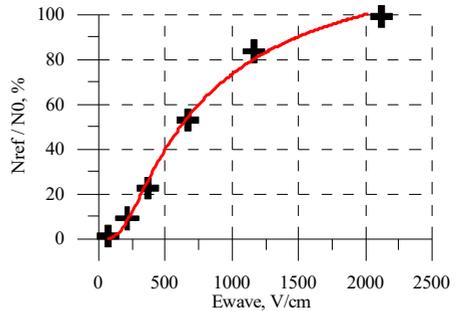


Рис. 2. Зависимость вероятности отражения электрона (с эффективной температурой 100 эВ) от магнитной пробки от величины действующего поля СВЧ волны (частота 18 ГГц)

обсуждается только эффект однократного взаимодействия электронов с простой магнитной пробкой при условии наличия зоны электронно-циклотронного резонанса. Для решения этой задачи учет поправок СТО излишен при любых реальных мощностях СВЧ волны. Однако для моделирования движения электронов в магнитной ловушке поправки СТО необходимо учитывать.

Электроны (10 000 частиц) с Максвелловским распределением по энергиям помещаются на оси системы. При этом скорости всех электронов направлены практически вдоль оси системы (вправо), находясь в узком конусе углов (1 градус). В этих условиях все электроны изначально находятся в конусе потерь. При малой амплитуде СВЧ волны все электроны пролетают сквозь пробку. Однако при увеличении амплитуды СВЧ волны доля отраженных электронов быстро возрастает и вероятность их отражения приближается к 100% (рис. 2).

Очевидно, что основное изменение энергии электронов происходит именно при нахождении электронов вблизи ЭЦР зоны. При этом средняя энергия отраженных электронов зависит от амплитуды поля СВЧ волны нелинейно – имеет место максимум (рис. 3). Напомним, что изначально все электроны находятся внутри конуса потерь и испытывают отражение в результате существенного изменения их поперечной (по отношению к оси системы) скорости при прохождении зоны ЭЦР.

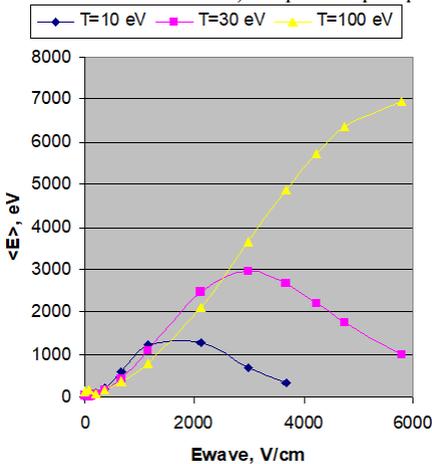


Рис. 3. Зависимость средней энергии отраженных электронов от амплитуды поля СВЧ волны при различных начальных значениях температуры электронов

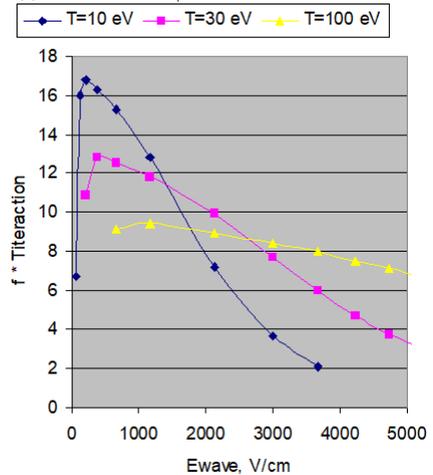


Рис. 4. Эффективное время взаимодействия электронов с зоной ЭЦР

Несложно оценить среднее время взаимодействия электронов с зоной ЭЦР. Видно, что эффективное время взаимодействия зависит как от температуры электронов, так и от амплитуды поля волны. При невысокой температуре наблюдается ярко выраженный максимум. По всей видимости, при большой амплитуде поля волны электроны отражаются задолго до достижения ЭЦР зоны.

### *Заключение*

Использованный в работе полуаналитический метод решения уравнения движения электронов обладает существенными преимуществами по сравнению с обычно используемым методом Рунге-Кутты, но и его можно (и нужно) улучшить.

Моделирование показало, что достаточно мощное СВЧ излучение приводит к отражению электронов непосредственно от зоны электронного циклотронного резонанса даже в том случае, если изначально они попадали в конус потерь.

Оказалось, что изменение энергии электронов зависит не только от мощности СВЧ излучения, но и от скорости нарастания магнитного поля вблизи зоны ЭЦР, а также от начальной энергии электронов. При этом зависимость изменения энергии электронов (усредненной по большому количеству частиц) от амплитуды поля СВЧ волны имеет ярко выраженный максимум. При большой амплитуде поля СВЧ излучения основная часть электронов отражается еще до области ЭЦР. Расчеты показывают, что среднее время эффективного взаимодействия электронов с ЭЦР зоной порядка 10 периодов СВЧ поля.

- [1] Скалыга В.А., Голубев С.В., Изотов И.В. // Прикладная физика. 2019. №. 1.
- [2] Голубев С.В., Зорин В.Г., Водопьянов А.В. и др. Патент на изобретение RU 2480858 С2, 27.04.2013. Заявка № 2011130435/07 от 22.07.2011.
- [3] Семенов Е.С., Юнаковский А.Д. // Известие вузов. Радиофизика. 2010. Т. 53, №. 12. С. 799.
- [4] Greenwood A.D. // The Open Plasma Phys. J. 2010. Vol. 3. P. 42.

Секция «Электродинамика»

Заседание секции проводилось 16 мая 2024 г.  
Председатель – А.В. Кудрин, секретарь – О.В. Мартынова.  
Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского.