

Труды XXIX научной конференции по радиофизике

**СЕКЦИЯ
«ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ И ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ
ТЕОРИИ НЕЛИНЕЙНЫХ КОЛЕБАНИЙ»**

Председатель – В.В. Матросов, секретарь – Н.С. Ковалева.
Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского.

СТАЦИОНАРНАЯ И ПЕРЕКЛЮЧАТЕЛЬНАЯ СИНХРОНИЗАЦИЯ В АНСАМБЛЕ ЧЕТЫРЕХ НЕИДЕНТИЧНЫХ ФАЗОВЫХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ С ОТТАЛКИВАЮЩИМИ СВЯЗЯМИ

А.В. Боброва, Г.В. Осипов

ННГУ им. Н.И. Лобачевского

Введение

Исследование поведения ансамблей взаимодействующих осцилляторов, в частности режимов синхронизации, в системах различной природы – одно из ключевых направлений нелинейной динамики. Сложность анализа поведения таких систем обусловлена влиянием параметров: силы и вида связей, а также свойств взаимодействующих элементов, например, разбросом собственных частот. В работе [1] авторы подчеркивают значимость многочастичных взаимодействий, поскольку осцилляторы демонстрируют не только полную синхронизацию или некогерентность, но и такие состояния как квазипериодическая и кластерная синхронизация. В [2] для неидентичных осцилляторов показан эффект расхождения индивидуальных частот в случае умеренной отталкивающей связи.

В данной работе исследуется фазовое приближение первого порядка, в рамках которого демонстрируется возникновение стационарной и переключающей синхронизации, обусловленной неоднородностью собственных частот.

Модель

В данной работе рассматривается модель связанных фазовых осцилляторов Курамото-Сакагучи [3]:

$$\dot{\varphi}_j = \gamma_j + \frac{\varepsilon}{N} \sum_{k=1}^N \sin(\varphi_k - \varphi_j - \alpha), \quad (1)$$

где N – число осцилляторов, γ_j – собственные частоты осцилляторов, ε – параметр, определяющий силу связи, α характеризует фазовую задержку в связях. Интервал $0 < \alpha < \pi/2$ соответствует притягивающей связи, при $\pi/2 < \alpha < \pi$ связь отталкивающая.

В данной работе рассмотрено поведение системы при слабой отталкивающей связи ($\alpha = 1.6$) в случае четного числа осцилляторов ($N = 4$) и неидентичных собственных частотах распределенных равномерно на отрезке $\gamma_j \in [\gamma - \Delta\gamma, \gamma + \Delta\gamma]$, где $\gamma = 3, \Delta\gamma = 0.01$.

Частотная синхронизация (ЧС)

В работе изучаются частотная и фазовая синхронизация осцилляторов. Два осциллятора находятся в синхронном по частоте режиме, если совпадают их средние частоты, вычисляемые согласно формуле:

$$\Omega_j = \frac{\varphi_j(T) - \varphi_j(T_0)}{T - T_0}, \quad (2)$$

где T_0 – время переходного процесса к установившемуся режиму.

В ходе исследования при разных значениях параметра ε и наборах начальных собственных частот найдены все возможные для $N = 4$ режимы частотной синхронизации. При этом чем больше сила связи, тем точнее выполняются частотные соотношения. Будем отделять двуеточием группы осцилляторов с одинаковой средней частотой. Тогда режим 4:0 соответствует вращению всех осцилляторов с одинаковой частотой ($\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega_3 = \Omega_4$, при $\varepsilon = 10$), 3:1 – один из осцилляторов имеет отличную от других частоту ($\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega_4 \neq \Omega_3$, при $\varepsilon = 10$), 2:2 – попарная синхронизация ($\Omega_1 = \Omega_3 \neq \Omega_2 = \Omega_4$, при $\varepsilon = 20$), 2:1:1 – два осциллятора находятся в синхронном режиме, два других имеют отличные от них и отличные между собой частоты ($\Omega_2 = \Omega_4 \neq \Omega_1 \neq \Omega_3$, при $\varepsilon = 10$).

Динамика фаз при различных режимах частотной синхронизации

Режим 4:0.

В случае частотной синхронизации 4:0 все осцилляторы вращаются с одинаковой постоянной частотой. Частными случаями режима 4:0 являются режим сплейстейт ($\varphi_2 - \varphi_1 = \varphi_3 - \varphi_2 = \varphi_4 - \varphi_3 = \varphi_1 - \varphi_4$) и режим попарной синфазно-противофазной синхронизации ($\varphi_1 = \varphi_2$, $\varphi_3 = \varphi_4$, $\varphi_3 - \varphi_1 \cong \pi$).

Режим 2:2.

На рис. 1 представлены средние (Ω_j) и мгновенные частоты (ω_j) режима ЧС 2:2.

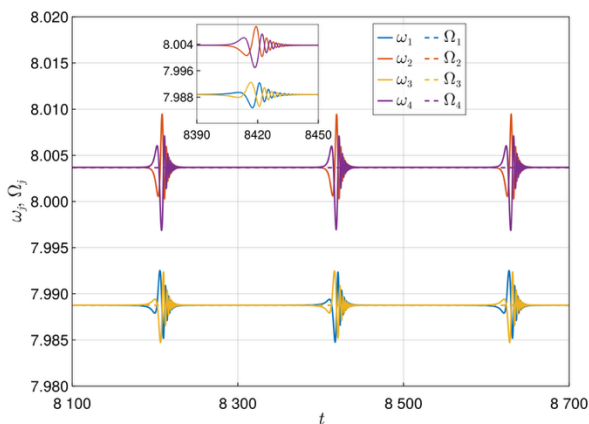


Рис. 1

В данном случае на всем графике, кроме областей, соответствующих резким изменениям мгновенных частот (например, интервал $\bar{t} \in [8390, 8450]$, см. вставку на рис. 1), наблюдается совпадение частот $\omega_2 = \omega_4 > \omega_1 = \omega_3$. Для каждой пары синхронных по частоте осцилляторов имеет место противофазная синхронизация φ_2 / φ_4 ,

$\varphi_1 I \varphi_3$, где знак I соответствует противофазному расположению осцилляторов ($\varphi_4 - \varphi_2 \cong \pi$, $\varphi_3 - \varphi_1 \cong \pi$). В интервале $\bar{t}$ возникает кратковременная десинхронизация (режим 1:1:1:1) из-за нарушения фазовых соотношений.

Режим 3:1.

На рис. 2 представлены мгновенные и средние частоты в случае режима 3:1 ($\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega_4 \neq \Omega_3$).

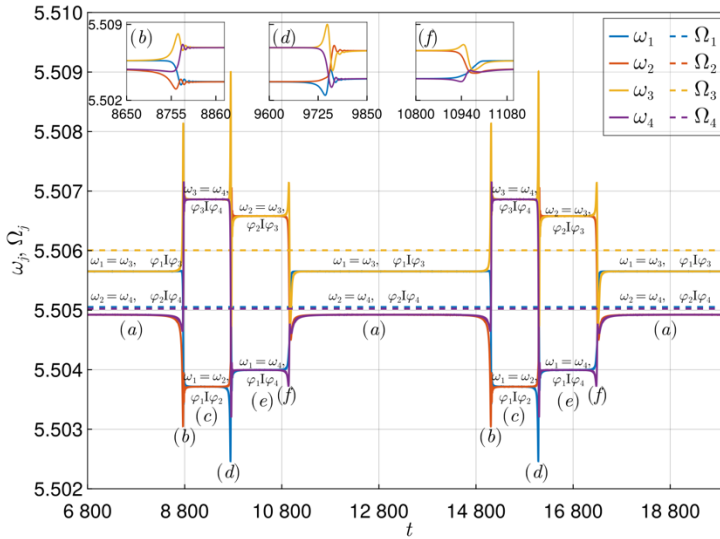


Рис. 2

Рассмотрим интервал времени $\bar{t} \in [7\,000, 12\,000]$ и разобьем его на шесть областей.

В области (a) (до первой перестройки частот) выполняются условия: $\omega_1 = \omega_3$, $\varphi_1 I \varphi_3$, $\omega_2 = \omega_4$, $\varphi_2 I \varphi_4$. Аналогичное поведение демонстрируют частоты и фазы в областях (c) – $\omega_3 = \omega_4$, $\varphi_3 I \varphi_4$, $\omega_1 = \omega_2$, $\varphi_1 I \varphi_2$ и (e) – $\omega_2 = \omega_3$, $\varphi_2 I \varphi_3$, $\omega_1 = \omega_4$, $\varphi_1 I \varphi_4$.

В областях (b), (d), (f) возникает десинхронизация частот, после чего частоты ведут себя по-разному. В области (b) осциллятор 1 подстраивается сначала под частоту четвертого, а затем второго. В результате перестройки $\omega_3 = \omega_4 > \omega_1 = \omega_2$. В области (d) наблюдается подстройка осцилляторов 4 и 2 под частоты первого и третьего соответственно ($\omega_2 = \omega_3 > \omega_1 = \omega_4$). В области (f) первый осциллятор подстраивается под частоту третьего, второй под частоту четвертого.

Режим 2:1:1.

Рассмотрим эволюцию мгновенных частот режима 2:1:1 (рис. 3).

Поведение осцилляторов в данном случае аналогично поведению в режиме 3:1. В области (a) $\omega_2 = \omega_3 > \omega_1 = \omega_4$, $\varphi_2 I \varphi_3$, $\varphi_1 I \varphi_4$. В (d) $\omega_3 = \omega_4 > \omega_1 = \omega_4$, $\varphi_2 I \varphi_3$, $\varphi_1 I \varphi_4$. Для областей (b), (c), (e), (f) характерно наличие десинхронизации, однако в данном случае не всегда сопровождаемой перестройкой режимов ЧС. Например, в областях (b), (e) сохраняются условия $\omega_1 = \omega_4 > \omega_2 = \omega_3$ и $\omega_3 = \omega_4 > \omega_1 = \omega_2$ для каждой из областей соответственно. В областях (c), (f), напротив, возникает перестройка. В области (c) второй осциллятор подстраивается под первый, четвертый под третий $\omega_3 = \omega_4 > \omega_1 = \omega_2$. Для области (d) характерно обратное относительно (c) перестроение – осцилляторы 2 и 4 подстраиваются под частоты третьего и первого $\omega_2 = \omega_3 > \omega_1 = \omega_4$.

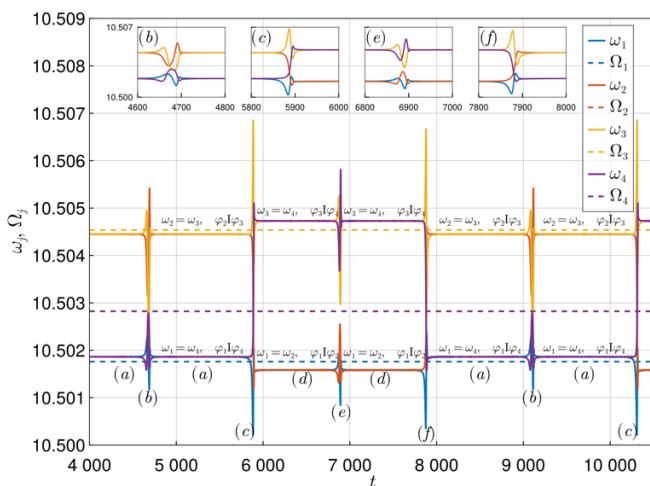


Рис. 3

Заключение

В статье исследована динамика модели Курамото-Сакагучи для четырех осцилляторов в случае слабой отталкивающей связи и неидентичных собственных частот. Продемонстрированы стационарная и переключательная синхронизация.

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования (проект № 0729-2020-0036) и РНФ (проект № 22-12-00348).

- [1] León I., Pazo D. // Phys. Rev. E. 2019. Vol. 100. P. 012211.
- [2] Goldobin D., Dolmatova A., Rosenblum M., Pikovsky A. // The European Physical Journal Special Topics. 2017. Vol. 226. P. 1921.
- [3] Sakaguchi H. // Progress of theoretical physics. 1988. Vol. 79, no. 5. P. 1069.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗБУДИМЫХ СОСТОЯНИЙ В ДИСКРЕТНОЙ РЕКУРСИВНОЙ МОДЕЛИ НЕЙРОНА

Д.В. Чиндарев, Д.И. Большаков, М.А. Мищенко, В.В. Матросов

ННГУ им. Н.И. Лобачевского

Введение

Исследование импульсных нейронных сетей (ИНС) сегодня представляет собой одно из ключевых направлений в области искусственного интеллекта и нейроморфной инженерии. Такие сети демонстрируют высокую результативность в задачах обработки сенсорных данных, распознавания паттернов в реальном времени, управления автономными системами, а также в создании энергоэффективных нейроморфных процессоров. Однако их широкое внедрение ограничивается значительными техническими сложностями, связанными с архитектурой ИНС.

Основная проблема заключается в необходимости синтеза большого количества нелинейных динамических элементов — спайковых нейронов и адаптивных синаптических соединений, которые требуют точной настройки параметров и сложных схем управления. Это приводит к экспоненциальному росту вычислительных ресурсов при масштабировании сетей, а также к технологическим трудностям при их аппаратной реализации, особенно в условиях ограниченной энергоэффективности.

Способом решения данной проблемы может стать оптимизация структуры импульсных нейронных сетей за счёт внедрения альтернативных архитектур нейроподобных генераторов и синаптических связей, требующих меньших вычислительных ресурсов.

В данной работе рассматривается дискретная рекурсивная модель нейроподобного генератора [1], разработанная на основе ранее исследованной аналоговой модели, построенной на системе фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ) с полосовым фильтром [2]. Новая модель заменяет дифференциальные уравнения исходной системы на разностные уравнения, что позволяет реализовать её в цифровых устройствах с сохранением ключевых динамических режимов.

Описание модели

Динамика рассматриваемой модели описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned} Q_n &= Q_{n-1} + c_{n-1} \cdot (S_{n-1} + i) - \overline{c_{n-1}} \cdot (S_{n-1} + i) \\ S_n &= X_n - Y_n \\ X_n &= 0.5 \cdot (d \cdot Q_n + X_{n-1}) \\ Y_n &= (X_n - Y_{n-1}) \cdot k + Y_{n-1} \\ c_n &= (c_{n-1} \vee a) \wedge b. \end{aligned} \quad (1)$$

Условия:

$$a = \begin{cases} 0, & \text{если } Q_n \leq 0 \\ 1, & \text{если } Q_n > 0 \end{cases}, b = \begin{cases} 0, & \text{если } Q_n \geq r \\ 1, & \text{если } Q_n < r \end{cases}, Q_n = \begin{cases} 0, & \text{если } Q_n < 0 \\ r, & \text{если } Q_n > r \end{cases}, \quad (2)$$

где Q_n – выход основного сумматора, S_n – выход фильтра верхних частот, X_n – выход первого фильтра нижних частот, Y_n – выход второго фильтра нижних частот, c_n – условие направления счета, a и b дополнительные условия для выбора направления счета, d – условие замедления системы, r – диапазон счета, i – входное воздействие, 0.5 –

коэффициент затухания первого фильтра нижних частот, k – коэффициент затухания второго фильтра нижних частот.

Импульсная стимуляция

В рамках исследования был выполнен анализ отклика модели на импульсное воздействие. Для этого модель предварительно переводилась в возбудимый режим, характеризующийся отрицательным значением параметра i , близким к нулю. Такой режим обеспечивает отсутствие автоколебаний в отсутствие внешних возмущений [3].

На рис. 1 изображены временные диаграммы, иллюстрирующие реакцию динамической системы на импульсное воздействие. Верхний сигнал (S) иллюстрирует отклик системы на входной сигнал. Нижний сигнал (J) — последовательность импульсов (импульсный входной сигнал), которые подаются на систему через определённые интервалы времени. Параметры A , τ , T и T_{resp} обозначают амплитуду, длительность, период следования импульсов и время отклика системы соответственно.

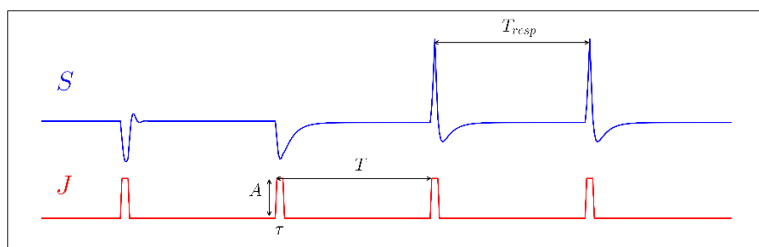


Рис. 1

На рис. 2 представлены результаты исследования отклика дискретной рекурсивной модели нейрона на периодическую стимуляцию. График отражает зависимость отношения периода стимуляции к периоду ответа от амплитуды внешнего импульса. Наблюдаются ступенчатые переходы между различными режимами отклика системы при изменении амплитуды. При малых амплитудах ($A < 0.05$) система не генерирует отклика (подпороговая стимуляция). С увеличением амплитуды появляются устойчивые режимы с определёнными значениями отношения периодов, что указывает на явление синхронизации. Наличие нескольких горизонтальных "плато" на графике свидетельствует о различных режимах фазовой синхронизации между стимулом и откликом.

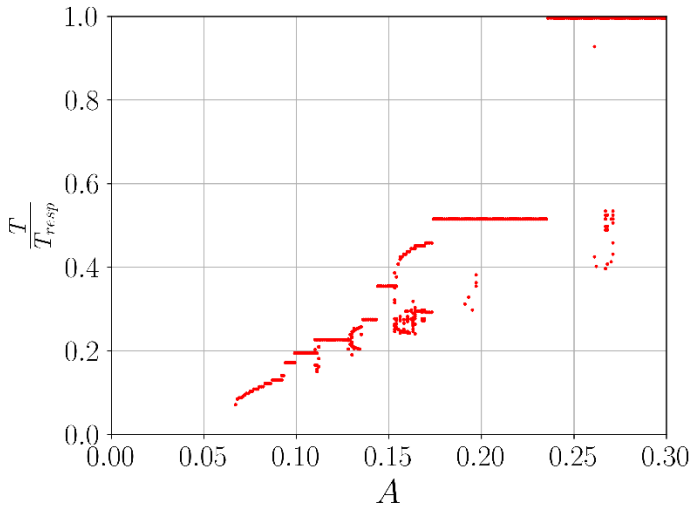


Рис. 2

Небольшие кластеры вне основных "плато" на графике зависимости отношения периода стимуляции к длительности ответа от амплитуды внешнего импульса связаны с переходными и нестабильными режимами работы модели. В этих областях система может демонстрировать сложную или нерегулярную динамику отклика. Эксперимент демонстрирует нелинейный характер отклика модели нейрона, типичный для возбудимых систем, и подтверждает способность дискретной модели воспроизводить пороговые эффекты и режимы синхронизации, характерные для биологических нейронов.

Работа выполнена при поддержке программы развития региональных научно-образовательных математических центров, соглашение 075-02-2025-1727 с дополнительным соглашением 075-02-2025-1727/1.

- [1] Bolshakov D.I., Mishchenko M.A., Chindarev D.V., Matrosov V.V. // 2024 8th Scientific School Dynamics of Complex Networks and their Applications (DCNA). IEEE. 2024. P. 23.
- [2] Мищенко М.А., Шалфеев В.Д., Матросов В.В. // Известия вузов. ПНД. 2012. Т. 20, № 4. С. 122.
- [3] Мищенко М.А., Ковалева Н.С., Половинкин А.В., Матросов В.В. // Известия высших учебных заведений. ПНД. 2021. Т. 29, №. 2. С. 240.

ЧЕТЫРЕ СЦЕНАРИЯ ПЕРЕХОДА К СПАЙКОВОЙ АКТИВНОСТИ В НОВОЙ МОДЕЛИ НЕЙРОНА

В.П. Еремеев, Г.В. Осипов

ННГУ им. Н.И. Лобачевского

Введение

Переход к генерации спайков – ключевой эффект в динамике нейронов, лежащий в основе их возбудимости и передачи информации. В простых математических моделях, описывающих динамику мембранного потенциала, такие переходы часто связаны с бифуркациями – изменениями характера устойчивости и числа решений системы уравнений.

Двумерные модели нейрона позволяют наглядно и строго классифицировать сценарии появления колебательной активности. В работе рассмотрены четыре основных сценария перехода к спайковой активности: бифуркация Андронова-Хопфа, бифуркация инвариантной кривой седло-узла, гомоклиническая бифуркация и бифуркация двукратного предельного цикла. Каждый из них определяет уникальные свойства возбуждения нейрона и может наблюдаться в реальных экспериментах.

Описание системы

Предлагаемая система имеет вид:

$$\begin{cases} \mu \dot{x} = -2e^{-x} + e^{-2x} + y \\ \dot{y} = -x + k \cdot y + b, \end{cases}$$

где x – быстро изменяющаяся переменная, y – медленно изменяющаяся переменная, μ – малый параметр, а k и b параметры системы.

В работе анализируется динамика системы с фокусом на установление различных динамических режимов и бифуркационные переходы между ними.

Анализ начинается с поиска равновесных состояний системы и исследования их устойчивости. Далее, используя метод быстрых и медленных движений, изучается, как взаимодействие переменных приводит к формированию различных динамических режимов – покоя, автоколебаний, одиночных и повторяющихся спайков.

Особое внимание уделяется тому, как изменения параметров k и b влияют на динамику системы. Такой анализ позволяет определить критические значения параметров, при которых происходит смена устойчивости и реализуются те или иные сценарии возбуждения.

В дальнейшем планируется исследование модели:

$$\begin{cases} \mu \dot{x} = \frac{x}{1+x^2} - y \\ \dot{y} = -x + k \cdot y + b \end{cases},$$

которая позволяет анализировать более широкий спектр нейродинамических режимов.

Бифуркационная диаграмма (b, k)

Для выявления переходов между различными режимами активности нейрона проводится бифуркационный анализ модели. На плоскости параметров (b, k) строится бифуркационная диаграмма, на которой отображены области с различным числом и типами стационарных состояний и предельных циклов.

Бифуркационная диаграмма разбита на несколько областей G_i , в каждой из которых система демонстрирует специфическое поведение (количество и типы равновесий, наличие устойчивых и неустойчивых предельных циклов и пр.).

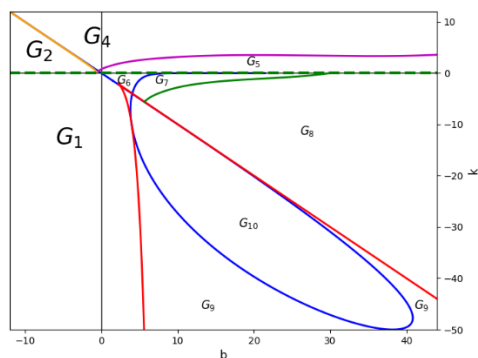


Рис. 1

Возникновение автоколебаний при бифуркации инвариантной кривой седлоузла (возбуждение 1 класса)

В фазовом пространстве этот сценарий реализуется как слияние двух точек — устойчивого фокуса (или узла) и седла — на одной и той же траектории. После бифуркации появляется предельный цикл (зелёный цвет), и система переходит в режим периодических автоколебаний.

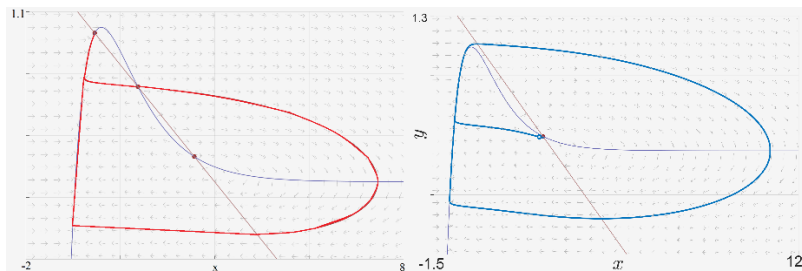


Рис. 2

Возникновение автоколебаний при бифуркации Андронова-Хопфа (2 класс возбудимости)

До бифуркации система находится в устойчивом состоянии покоя (фокус). При увеличении параметра возникает устойчивый предельный цикл (выделен красным цветом) – нейрон начинает генерировать колебания. Дальнейшее изменение приводит к выраженной спайковой активности.

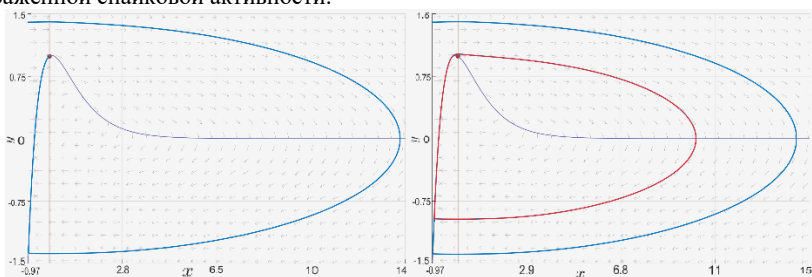


Рис. 3

Бифуркация двукратного предельного цикла

Бифуркация двукратного предельного цикла представляет собой глобальную бифуркацию, при которой одновременно исчезают устойчивый и неустойчивый предельные циклы. Этот процесс аналогичен седло-узловой бифуркации для стационарных состояний, но происходит на множестве периодических орбит, описывающих автоколебательную динамику системы. Сперва видно сосуществование устойчивого (синий цвет) и неустойчивого (зеленый цвет) предельных циклов. Далее циклы исчезают и система переходит к состоянию покоя.

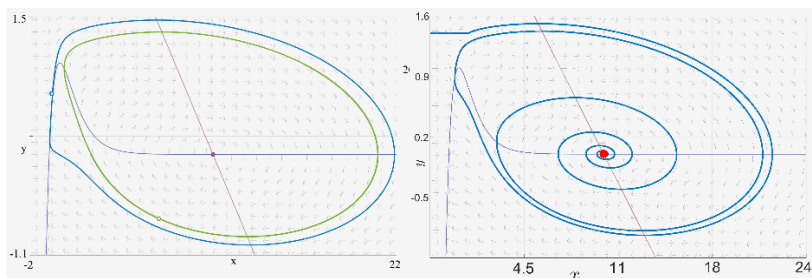


Рис. 4

Гомоклиническая бифуркация

Гомоклиническая бифуркация – это глобальный сценарий перестройки фазового пространства, при котором предельный цикл возникает или исчезает в результате касания траектории к седловой точке.

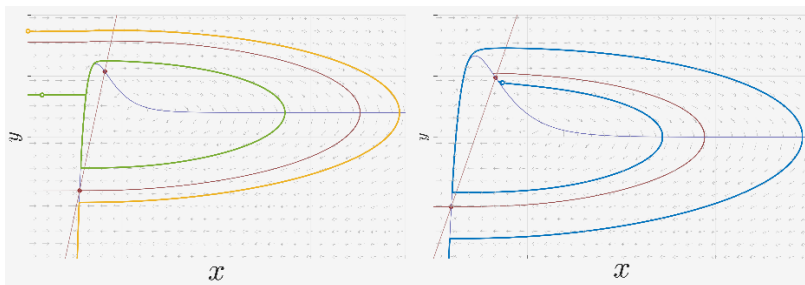


Рис. 5

Заключение

В работе:

- Построена и проанализирована математическая модель одиночного нейрона, учитывающая различные сценарии перехода от состояния покоя к спайковой активности.
- С помощью бифуркационного анализа на плоскости параметров (b, k) выделены области с различными типами динамики.
- Классифицированы и подробно исследованы четыре ключевых сценария перехода к автоколебаниям.

- [1] Izhikevich E.M. Dynamical system in neuroscience: the geometry of excitability and bursting. – Cambridge: MIT, 2007, p. 15.
- [2] Некоркин В.И., Дмитричев А.С., Касаткин Д.В., Клиньшов В.В., Кириллов С.Ю., Масленников О.В., Шапин Д.С. // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2018. Т. 26, № 4. С. 5.
- [3] Еремеев В.П., Осипов Г.В. // Труды XXVIII научной конференции по радиофизике. 2024. С. 174.

ИССЛЕДОВАНИЕ ШУМОИНДУЦИРОВАННОЙ КАЛЬЦИЕВОЙ ДИНАМИКИ В ОТРОСТКЕ АСТРОЦИТА

А.В. Ермолаева, И.А. Кастальский, С.Ю. Гордлеева, В.Б. Казанцев

ННГУ им. Н.И. Лобачевского

Введение

Недавние экспериментальные исследования кальциевой активности в астроцитах на субклеточном уровне показали, что частота спонтанных кальциевых сигналов неравномерно распределена по астроциту и зависит от размера его отростков. Спонтанные кальциевые события в большинстве случаев начинаются с генерации импульсов на крайних, наиболее удалённых от сомы участках отростка астроцита, и затем распространяются по направлению к соме. Однако биофизические механизмы подобного распространения кальциевых сигналов в астроците до конца не ясны. Для этого мы разработали и исследовали модель, которая описывает динамику распространения спонтанных кальциевых сигналов в отростке астроцита, индуцированную стохастической работой потенциал-зависимых кальциевых каналов (VGCC) на плазматической мембране астроцита.

Целью данной работы является исследование процессов генерации и распространения спонтанных шумоиндуцированных кальциевых сигналов в отростке астроцита.

Модель и результаты

Отросток астроцита рассматривается как цепочка из 50 взаимосвязанных кальциевых осцилляторов (компарментов). Каждый компартмент имеет цилиндрическую форму и содержит внутриклеточное хранилище Ca^{2+} , эндоплазматический ретикулум (ЭР). Компартменты связаны между собой посредством диффузии ионов Ca^{2+} и молекул ИТФ. Динамика отдельного кальциевого осциллятора описывается системой дифференциальных уравнений третьего порядка [1]:

$$\begin{aligned}\frac{d[\text{Ca}^{2+}]_i}{dt} &= J_{IP_3} - J_{pump} + J_{leak} + J_{in} - J_{out} + J_{Ca_{diff}}, \\ \frac{d[IP_3]_i}{dt} &= J_{PLC\delta} - \frac{1}{\tau_r}([IP_3]_i - [IP_3^*]) + J_{IP_3_{diff}}, \\ \frac{dh_i}{dt} &= \frac{h_{\infty} - h_i}{\tau_h},\end{aligned}\tag{1}$$

где $i = 1, \dots, 50$ – номер компартмента; $[\text{Ca}^{2+}]_i$ – внутриклеточная концентрация Ca^{2+} ; $[IP_3]_i$ – внутриклеточная концентрация ИТФ; h_i – доля неинактивированных рецепторов ИТФ на мембране ЭР.

Кальциевый ток из внеклеточного пространства в цитозоль является суммой трёх токов: постоянного тока кальция через пассивные каналы на мембране, ёмкостного кальциевого тока и стохастического тока кальция через плазматическую мембрану:

$$J_{in} = J_{pass} + J_{CCE} + J_{stoch}.\tag{2}$$

Поток ионов Ca^{2+} через потенциал-зависимые кальциевые каналы на плазматической мембране астроцита описывается следующим уравнением [2]:

$$J_{stoch} = -\frac{I_{stoch}}{z_{Ca}FV}, \quad (3)$$

где

$$I_{stoch} = g_{stoch}(V_m - E_{Ca}), g_{stoch} = gSm_{stoch}, E_{Ca} = \frac{RT}{z_{Ca}F} \ln \frac{[Ca^{2+}]_o}{[Ca^{2+}]_i}, \quad (4)$$

V и S — объём и площадь поверхности компартмента астроцита, соответственно; m_{stoch} моделирует стохастическую динамику VGCC и принимает значения из равномерного случайного распределения в интервале $[0, 1)$.

Локальные кальциевые импульсы, сгенерированные в отдельных компартментах, за счёт диффузии могут распространяться по отростку астроцита, формируя кальциевые автоволны. В рассматриваемой модели была вычислена средняя скорость распространения кальциевых автоволн по отростку астроцита в зависимости от коэффициента диффузии ионов Ca^{2+} (см. рис. 1). Значение средней скорости, полученное в модели (4.35 ± 0.75 мкм·с⁻¹), соответствует экспериментальным данным, полученным для отростков астроцита из культуры (5.41 ± 0.87 мкм·с⁻¹).

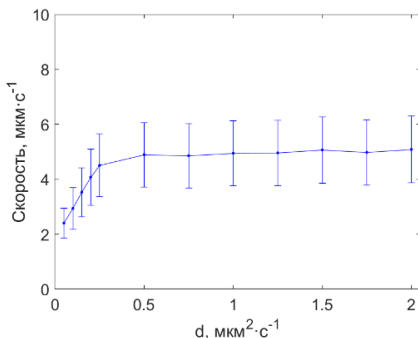


Рис. 1

С помощью предложенной модели была исследована зависимость спонтанной кальциевой активности в отростке астроцита от радиуса компартментов. Была обнаружена обратная зависимость частоты генерации локальных кальциевых импульсов и кальциевых автоволн от радиуса компартментов. Увеличение радиуса компартмента приводит к уменьшению величины входного стохастического кальциевого тока пропорционально $\sim 1/r$, что снижает вероятность генерации шумоиндуцированных кальциевых импульсов. При этом дальность распространения и длительность распространяющихся по отростку кальциевых автоволн плавно увеличиваются с ростом радиуса компартментов. Это связано с тем, что уменьшение радиуса компартмента приводит к усилению входного стохастического кальциевого тока, что, в свою очередь, увеличивает частоту генерации шумоиндуцированных кальциевых импульсов. Такое увеличение гетерогенности кальциевой сигнализации в отдельных компартментах нарушает формирование в отростке кальциевых автоволн и, соответственно, сокращает их дальность распространения и длительность.

Исследование выполнено при поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (проект № FSWR-2023-0029).

- [1] Ullah G., Jung P., Cornell-Bell A.H. // Cell calcium. 2006. Vol. 39, no. 3. P. 197.
- [2] Zeng S., Li B., Zeng S., Chen S. // Biophysical journal. 2009. Vol. 97, no. 9. P. 2429.

ДИНАМИКА РЕКУРРЕНТНОЙ НЕЙРОСЕТИ В ЗАДАЧЕ НАВИГАЦИИ С ПОПУЛЯЦИОННЫМ КОДИРОВАНИЕМ ВХОДОВ И ВЫХОДОВ

Р.А. Кононов^{1, 2)}, О.В. Масленников^{1, 2)}, В.И. Некоркин^{1, 2)}

¹⁾ ИПФ РАН

²⁾ ННГУ им. Н.И. Лобачевского

Введение

Данная работа лежит на стыке двух важных вопросов в вычислительной нейробиологии – обработке нейросетями непрерывных сигналов и роли *популяционного кодирования* в этом процессе. Одно из наиболее ярких проявлений такого кодирования – это структура нейронных связей, известная как *winp-аттрактор*. [1]

Рассмотрена задача навигации на кольце, где агенту на вход подаётся значение скорости $v_t \in [-1, 1]$, а его цель — проинтегрировать входной сигнал и предсказать свою координату $x_t \in [0, 2\pi)$ на кольце. Под популяционным кодированием понимается представление одномерного сигнала в виде локальной активности популяции нейронов с использованием гауссовых рецептивных полей

$$P: v_t \rightarrow I_t \in R.^n$$

Для этого входная и выходная переменные кодируются как векторы активности в пространствах $[-1, 1]$ и $[0, 2\pi)$ соответственно, где нейроны равномерно распределены по соответствующим отрезкам. Позицию нейрона в пространстве координат обозначим как $\tilde{c}$. В случае отсутствия популяционного кодирования при работе с кольцом возникает специфическая проблема — необходимость отслеживания перехода через границу 2π , что становится отдельной подзадачей для сети. В условиях популяционного кодирования данная проблема устраняется, так как информация о положении на кольце естественным образом кодируется в активности нейронной популяции.

Обучена искусственная рекуррентная нейронная сеть решению задачи навигации на кольце с использованием популяционного кодирования как на входе, так и на выходе. Динамика скрытого состояния сети описывается следующим отображением:

$$h_{t+1} = \text{ReLU}(W_{hh}h_t + I_t), \quad (1)$$

где W_{hh} – матрица рекуррентных весов, а I_t — входной вектор, соответствующий текущей скорости. Для оптимизации весов применялся алгоритм градиентного спуска Adam с целевой функцией ошибки, описанной в заключительном разделе.

Результаты

Нейронная сеть разделена на две равные популяции: входную и выходную. На входную популяцию в популяционном коде подавался сигнал скорости, тогда как с выходной популяции снимался ответ сети. Веса сети инициализировались случайным образом из равномерного распределения.

На рисунке 2 представлен пример входного сигнала, закодированного популяционным кодом (а,г), отклик сети на этот вход с наложенной целевой координатой (б,д) и матрица весов обученной нейронной сети (в,е).

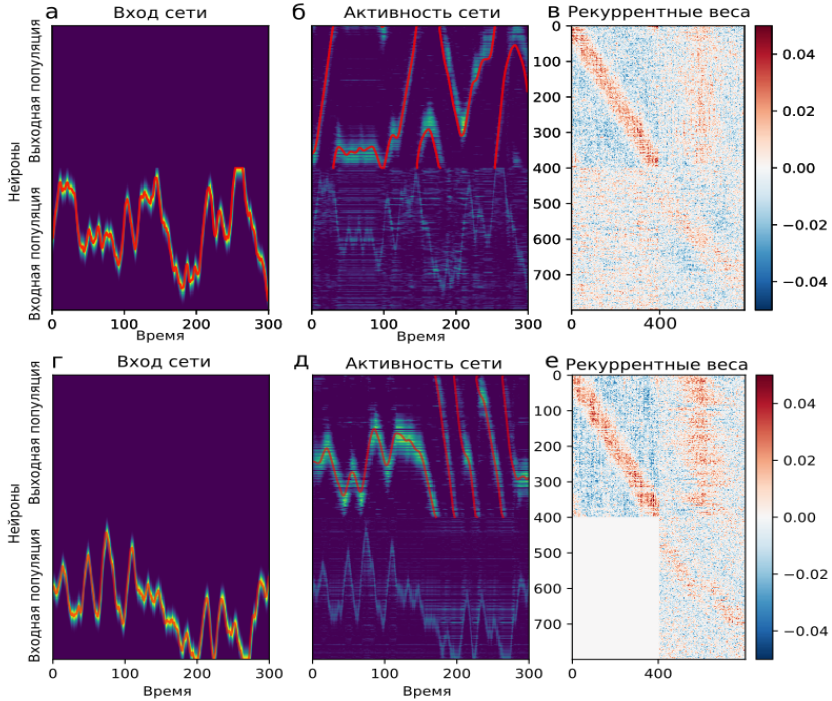


Рис. 1

Матрица рекуррентных весов W_{hh} разделена на четыре блока. Два блока, (W_{oo} и W_{ii}), расположенные на главной диагонали, соответствуют связям внутри каждой популяции и отвечают за рекуррентную динамику внутри них. Два других блока – транзитивные – отвечают за передачу активности между входной и выходной популяциями, обеспечивая взаимодействие между ними

$$W_{hh} = \begin{pmatrix} W_{oo} & W_{io} \\ W_{oi} & W_{ii} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} h_{t+1}^i \\ h_{t+1}^o \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{ReLU}(W_{ii}h_t^i + W_{oi}h_t^o + I_t) \\ \text{ReLU}(W_{oo}h_t^o + W_{io}h_t^i) \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Для детального анализа свойств популяций моделировалась их автономную динамику, исключив межпопуляционные взаимодействия. Обе структуры демонстрируют локализацию активности в ограниченной области, однако через конечное время активность полностью затухает. При этом входная популяция характеризуется более выраженным затуханием, сопровождающимся слабым шумовым фоном в областях,

соответствующих высоким скоростям. Это указывает на двойную функцию кольцевых структур:

1. пространственная локализация паттернов активности,
2. подавление избыточной активности за счёт диссипативных свойств сети.

Блок W_{oi} демонстрирует наименьшую визуальную организованность среди всех структурных элементов сети. На основании предположения, что данный блок не выполняет значимой функциональной роли, и обучили сеть без соответствующих связей. Полученная таким образом архитектура представлена на рис. 1(г–е). При этом блок W_{ii} утратил свойства пространственной локализации активности, что позволяет предположить его компенсаторную роль по отношению к обратной связи от входной популяции. Остальные структурные компоненты сети остались неизменными, однако потребовалась корректировка гиперпараметров обучения — в противном случае суммарная активность сети после обучения неограниченно возрастала в ходе эксперимента.

Особый интерес представляет блок W_{io} , который обеспечивает передачу рецептивного поля с входной популяции на выходную. Если выходную популяцию рассматривать как непрерывную ячейку памяти, то W_{oi} можно интерпретировать как управляющий контур, преобразующий входную скорость в корректирующий сигнал для этой ячейки.

Для анализа управляющего сигнала исследована активность сети в ответ на линейно возрастающую скорость от -1 до 1. (рис. 2б) Отдельно рассмотрено слагаемое $W_{io}h_t^i$ из уравнения (2), представляющее из себя управляющую активность, приходящую от входной популяции на выходную. Полученный паттерн активности (рис. 2д) демонстрирует чёткую структуру, для обоих вариантов сетей. Для её визуализации нейроны были соответствующим образом отсортированы (рис. 2е). Каждый нейрон кольца получает сигнал вида $\sim c(v + offset)$, где сдвиг и коэффициент разбросаны по популяции случайным образом. Сдвиг всех нейронов выходной популяции, без изменения управляющего сигнала (рис. 2в), полностью нарушил механизм решения задачи. Однако случайная перестановка отдельных нейронов не оказывает значимого влияния на качество работы сети.

Алгоритм обучения

Для обучения сети использовалась популяционная функция ошибки, основанная на кросс-энтропии. Ближайший к целевой координате нейрон – интерпретируется как идеальный целевой класс, а его соседи как менее, но всё ещё подходящие классы.

Полная функция потерь может быть записана в таком виде:

$$\mathcal{L} = \gamma \sum_{t=1}^T \sum_{n=1}^N h_{t,n} - \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left(1 + \frac{t}{T}\right)^\alpha \sum_{n=1}^{N/2} \omega_{t,n} o_{t,n} \quad (3)$$

$$o_{t,n} = \log \frac{\exp(h_{t,n})}{\sum_{n'}^N \exp(h_{t,n'})} \quad (4)$$

$$\omega_{t,n} = \frac{\exp(d_{t,n})}{\sum_{n'}^N \exp(d_{t,n'})}, \quad (5)$$

где $d_{t,n} = \min(|c_t - \tilde{c}_n|, 2\pi - |c_t - \tilde{c}_n|)$ – расстояние от нейрона ближайшего к целевой координате и n-го нейрона.

Помимо этого, норма градиента была ограничена фиксированным значением для стабилизации процесса обучения. А после на все градиенты был наложен шум с нормальным распределением.

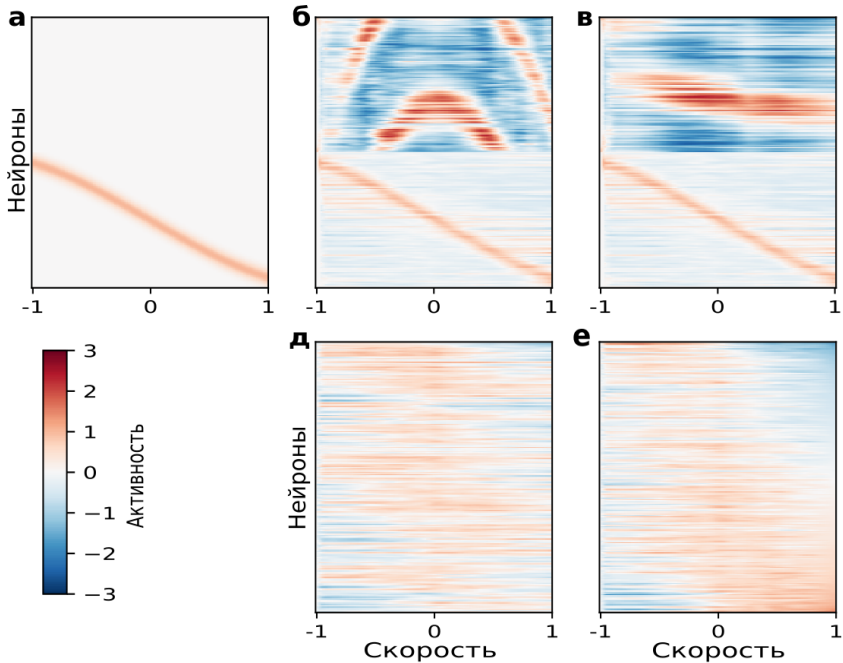


Рис. 2

Заключение

Популяционное кодирование входных и выходных сигналов в задаче навигации обеспечивает в обученной сети явные представления переменных задачи как на уровне нейронных связей, так и на уровне поведенческих характеристик. Тем не менее, даже при таком подходе сеть опирается на скрытую неоднородность кольцевой структуры, которая лежит в основе динамических механизмов решения поставленной задачи.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФ № 23-72-10088.

[1] Khona M., Fiete I. R. // Nature Reviews Neuroscience. 2022. Vol. 23, no. 12. P. 744.

ГЕТЕРОКЛИНИЧЕСКИЕ ЦИКЛЫ И ПЕРЕКЛЮЧАТЕЛЬНАЯ АКТИВНОСТЬ В МОДЕЛИ ТРЁХ СВЯЗАННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ЛОТКИ-ВОЛЬТЕРРЫ

А.Г. Коротков, Е.В. Сюндюкова, Е.В. Губина, Г.В. Осипов

ННГУ им. Н.И. Лобачевского

В настоящее время актуальной задачей нейронауки является исследование последовательной нейронной активности посредством теории динамических систем. В [1] была выдвинута гипотеза, что последовательная активность может быть следствием наличия устойчивого гетероклинического контура в фазовом пространстве динамической системы, моделирующей динамику нейронной сети. Согласно ей, в основе генерации последовательных переключений лежит принцип беспобедительной конкуренции. Когда изображающая точка находится в малой окрестности седла или седлового предельного цикла, считается, что определённый элемент сети (нейрон или группа нейронов), соответствующий этому седловому состоянию, активирован.

В данной работе предложена динамическая система, базирующаяся на обобщённой модели Лотки-Вольтерры из трёх связанных возбудимых элементов. Показано, что при некоторых значениях параметров связей в фазовом пространстве системы существуют гетероклинические циклы, содержащие три или шесть седловых состояний равновесия и связывающие их сепаратрисы. При определённых начальных условиях фазовая траектория будет поочередно посещать окрестности седловых состояний равновесия (возможно, не единожды), после чего вернётся в исходное состояние. Описанное поведение предлагается использовать для моделирования переключающей активности в нейронных ансамблях. Различные переходные процессы определяются различными внешними воздействиями. Прохождение фазовой точки системы вблизи седловых состояний равновесия, входящих в гетероклинический контур, предлагается интерпретировать как активацию соответствующего элемента.

Модель ансамбля

Элемент ансамбля будем моделировать уравнением

$$\dot{\rho} = \rho(\gamma - \rho)(\rho - 1), \quad (1)$$

где ρ – уровень активности элемента ($0 \leq \rho \leq 1$). Если $\rho = 0$, то считаем, что элемент находится в состоянии покоя, значение $\rho = 1$ соответствует максимальной активности элемента.

Система (1) имеет следующие состояния равновесия:

1. $\rho^1 = 0$ с собственным числом $\lambda_1 = -\gamma$;
2. $\rho^2 = \gamma$ с собственным числом $\lambda_2 = \gamma(1 - \gamma)$;
3. $\rho^3 = 1$ с собственным числом $\lambda_3 = \gamma - 1$.

При выполнении условия $0 < \gamma < 1$ параметр γ является порогом возбудимости элемента. В этом случае $\rho^1 < \rho^2 < \rho^3$, состояния равновесия ρ^1 и ρ^3 устойчивы, состояние равновесия ρ^2 – неустойчиво. Таким образом, в зависимости от начальных условий, элемент станет активен ($\rho \approx 1$), либо придёт в состояние покоя ($\rho \approx 0$). На рисунке 1 приведена бифуркационная диаграмма системы (1). Жирные линии на ней соответствуют состояниям равновесия. При $\gamma = 0$ и $\gamma = 1$ происходят транскритические бифуркации.

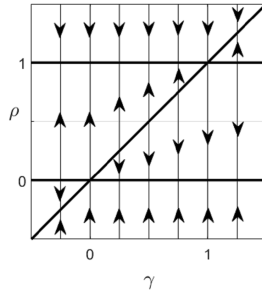


Рис. 1

Ансамбль из трёх связанных элементов моделируется системой

$$\begin{cases} \dot{\rho}_1 = \rho_1(\gamma - \rho_1 - \alpha\rho_2 - \beta\rho_3)(\rho_1 - 1) \\ \dot{\rho}_2 = \rho_2(\gamma - \rho_2 - \alpha\rho_3 - \beta\rho_1)(\rho_2 - 1), \\ \dot{\rho}_3 = \rho_3(\gamma - \rho_3 - \alpha\rho_1 - \beta\rho_2)(\rho_3 - 1) \end{cases} \quad (2)$$

где α и β – коэффициенты, задающие силы тормозящих связей между элементами.

В данной постановке величины $\gamma_1 \equiv \gamma - \alpha\rho_2 - \beta\rho_3$, $\gamma_2 \equiv \gamma - \alpha\rho_3 - \beta\rho_1$, $\gamma_3 \equiv \gamma - \alpha\rho_1 - \beta\rho_2$ в (2) являются переменными, динамически меняющимися порогами возбуждения первого, второго, третьего элементов, соответственно.

В фазовом пространстве системы (2) куб $0 \leq \rho_1, \rho_2, \rho_3 \leq 1$ является инвариантным множеством.

Ансамбль из трёх элементов

В инвариантной плоскости $\rho_3 = 0$ существует траектория, соединяющая состояния равновесия с координатами $(\gamma, 0)$ и $(0, \gamma)$. Для трёхмерного ансамбля при добавлении третьей координаты состояние равновесия с координатами $(\gamma, 0)$ в плоскости $\rho_3 = 0$ становится седлом с координатами $(\gamma, 0, 0)$. Таким образом, в трёхмерном фазовом пространстве существует гетероклиническая траектория, идущая из седла с координатами $(\gamma, 0, 0)$ в седло с координатами $(0, \gamma, 0)$. Рассуждая аналогичным образом, можно показать наличие ещё двух гетероклинических траекторий в плоскостях $\rho_1 = 0$ и $\rho_2 = 0$. Следовательно, возникает гетероклинический цикл, содержащий сёдла с координатами $(\gamma, 0, 0)$, $(0, \gamma, 0)$, $(0, 0, \gamma)$ (цикл G_1 на рисунке 2).

Рассматривая инвариантные плоскости $\rho_i = 1$, можно показать наличие гетероклинического цикла, содержащего сёдла с координатами $(\gamma - \alpha - \beta, 1, 1)$, $(1, \gamma - \alpha - \beta, 1)$, $(1, 1, \gamma - \alpha - \beta)$ (цикл G_2 на рисунке 2).

Кроме того, можно показать наличие гетероклинического цикла, состоящего из шести сёдел с координатами $(1, 0, 0)$, $(1, 1, 0)$, $(0, 1, 0)$, $(0, 1, 1)$, $(0, 0, 1)$, $(1, 0, 1)$ (цикл G_3 на рисунке 2).

Гетероклинические циклы G_1 , G_2 неустойчивы, а гетероклинический цикл G_3 устойчив.

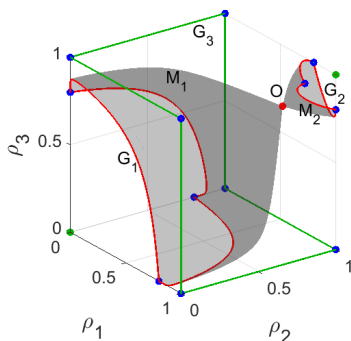


Рис. 2

На рисунке 3 показаны области существования гетероклинических циклов G_1 , G_2 , G_3 .

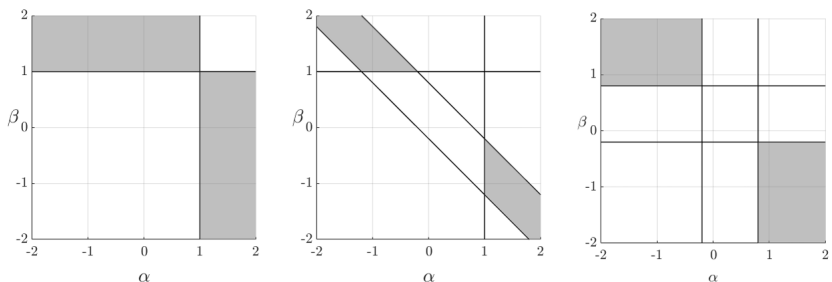
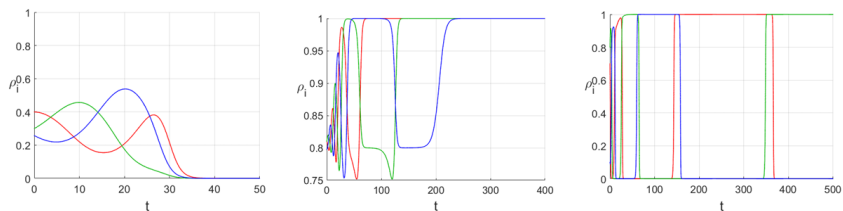

 (а) Область существования цикла G_1 (б) Область существования цикла G_2 (с) Область существования цикла G_3

Рис. 3

В зависимости от начальных условий траектория может стремиться либо к устойчивому узлу с координатами $(0, 0, 0)$ (временная реализация приведена на рисунке 4(а)), либо к устойчивому узлу с координатами $(1, 1, 1)$ (временная реализация приведена на рисунке 4(б)), либо к устойчивому гетероклиническому циклу G_3 (временная реализация приведена на рисунке 4(с)).



(а) Параметры: $\alpha = 0.2$, $\beta = 1.3$, $\gamma = 0.8$. Начальные условия: $(0.4, 0.3, 0.257244)$ (б) Параметры: $\alpha = -2$, $\beta = 2$, $\gamma = 0.8$. Начальные условия: $(0.81, 0.81, 0.7978207036732)$ (с) Параметры: $\alpha = -2$, $\beta = 2$, $\gamma = 0.8$. Начальные условия: $(0.7, 0.8, 0.1)$

Рис. 4

Заключение

В работе

- В статье предложена и исследована модель ансамбля из трех обобщенных элементов Лотки-Вольтерры, в которой связи между элементами могут быть возбуждающими, тормозными или смешанными (как возбуждающими, так и тормозными) типами в зависимости от значений параметров.
- На основе исследования двумерных систем найдены условия существования в фазовом пространстве исходной трехмерной системы трех типов гетероклинических циклов: двух неустойчивых и одного устойчивого. Установлено, что на плоскости параметров связи существуют области сосуществования этих циклов. Наличие гетероклинического цикла в фазовом пространстве позволяет моделировать эффект беспобедительной конкуренции мод — последовательное переключение активности ансамбля между отдельными нейронами или группами нейронов. Приведены примеры переключающей активности.
- Ввиду наличия в фазовом пространстве предлагаемой модели как устойчивого гетероклинического цикла, так и неустойчивых, в зависимости от начальных условий возможен: а) переход через переключающую активность всех элементов к их минимальной активности (режим молчания); б) переход через переключающую активность всех элементов к их максимальной активности; в) переход к незагасающей последовательной переключающей активности одного нейрона, затем пары нейронов, затем еще одного одиночного нейрона, затем пары других нейронов и т. д.
- Если связь между всеми нейронами только возбуждающая, то никакая переключающая активность невозможна.

Исследование поддержано Министерством образования и науки Российской Федерации, Соглашение FSWR-2020-0036. Исследование поддержано программой развития региональных научно-образовательных математических центров, Соглашение 075-02-2025-1727 с дополнительным соглашением 075-02-2025-1727/1.

[1] Rabinovich M.I. et al. // Reviews of modern physics. 2006. Vol. 78, no. 4. P. 1213.

ОБУЧЕНИЕ СПАЙКОВЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ С ШИРОТНО-ИМПУЛЬСНЫМ УПРАВЛЕНИЕМ МЕМРИСТИВНЫМИ СВЯЗЯМИ

Н.С. Ковалева, А.Н. Михайлов, Д.В. Гусейнов, М.А. Мищенко

ННГУ им. Н.И. Лобачевского

Спайковые нейронные сети являются перспективной энергоэффективной альтернативой искусственным нейронным сетям при реализации на нейроморфном оборудовании. Мемристивное устройство считается идеальным кандидатом на роль синаптической связи в спайковых нейронных сетях за счет способности изменять свое состояние под внешним воздействием и сохранять его в течение длительного периода [1]. Широко исследуется возможность обучения в таких сетях с мемристивными связями в качестве аналога известной модели синаптических связей STDP [2] для реализации на нейроморфном оборудовании [3, 4].

В данной работе исследована возможность обучения спайковой нейронной сети со связями, основанными на модели мемристивных устройств $\text{Au/Ta/ZrO}_2(\text{Y})/\text{Ta}_2\text{O}_5/\text{TiN/Ti}$ с широтно-импульсным управлением, предложенной ранее и описанной в [5]. Рассматриваемая модель описывает поведение технологически разработанных металл-оксид-металлических структур с резистивным переключением [6] и использует электрический заряд, захваченный электронными ловушками, присутствующими в металл-оксидных структурах, в качестве второй динамической переменной. Модель описывается уравнениями (1):

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= \begin{cases} f_0 e^{-\frac{E_b + b_s N + \alpha_s V}{kT}}, & V < V_{SET} \\ 0, & V_{SET} < V < V_{RESET} \\ -f_0 e^{-\frac{E_b + b_r N + \alpha_r V}{kT}}, & V > V_{RESET} \end{cases} \\ \frac{dN}{dt} &= \frac{|I| \sigma_t}{eS} (N_t - N) - \sigma_t v_0 N_c e^{-\frac{E_c - E_t}{kT}} N, \\ I &= \frac{U}{R_M + R_c}, \\ R_M &= \frac{1}{x \sigma_1 + (1 - x) \sigma_2}, \end{aligned} \quad (1)$$

и имеет две переменных состояния: x - переменная состояния мемристора, определяющая сопротивление и изменяющаяся от 0 до 1, N - концентрация заряженных ловушек. При $x = 1$ мемристивная структура находится в полностью проводящем состоянии, при $x = 0$ реализуется другое экстремальное состояние - состояние с высоким сопротивлением.

В обычном подходе к управлению связями мемристор меняет свою проводимость за счет воздействия сигналов нейронов на мемристор со значительным уровнем амплитуд. В то же время в биологических нейронных сетях нейронные импульсы скорее являются информационными сигналами, которые запускают каскад реакций, приводящих к синаптической пластичности. В системе с широтно-импульсным управлением состоянием мемристора спайки пре- и постсинаптических нейронов не изменяют состояние

мемристора из-за их малой амплитуды, но запускают дополнительный блок, воздействующий на мемристор одиночным импульсом, параметры которого определяются порядком и временным интервалом между спайками пресинаптических и постсинаптических нейронов [7].

Ранее показано, что нейрон способен распознавать временные паттерны активности за счет самоорганизации связей, описываемых STDP, включая распознавание образов среди шума [8, 9, 10]. В данной работе продемонстрировано, что нейрон способен изучать повторяющийся временной паттерн активности за счет предложенного мемристивного STDP с широтно-импульсным управлением, т.е. детектировать его начало после обучения.

Проведено математическое моделирование сети нейронов-пороговых интеграторов с утечкой. Переменная мембранного потенциала описывается уравнением (2):

$$\tau_m \frac{dV_i}{dt} = V_r - V_i + I_i^{(rec)}, \quad (2)$$

где $i = 1, N$ – номер нейрона, τ_m – постоянная времени мембраны, $I_i^{(rec)}$ – рекуррентный ток. Динамика синаптического выходного тока описывается уравнением (3):

$$\frac{dy_j}{dt} = -\frac{y_j}{\tau_y} + \sum_{t_{sp}} \delta(t - t_{sp}), \quad (3)$$

где y – локальная переменная, τ_y – постоянная времени, δ – дельта-функция. Все нейроны пресинаптического слоя соединены с постсинаптическим однонаправленной связью, демонстрирующей мемристивное STDP с широтно-импульсным управлением. Рекуррентный ток описывается уравнением (4):

$$I_i^{(rec)} = g \sum_{j=1}^n x_{ij} y_j \quad (4)$$

где x – переменная состояния мемристора, g – масштабирующий коэффициент, i и j – пост- и пресинаптический нейроны соответственно.

Моделируемая сеть состоит из двух слоев: с 1 нейроном в выходном слое и 10 нейронами во входном слое. На выходной нейрон воздействует временной паттерн активности с частотой воздействия $\gamma_{pat}=1$ Гц, который представляет собой последовательный порядок спайков на пресинаптических нейронах с фиксированной временной задержкой между преспайками $dt=10$ мс. Параметры сети настроены таким образом, чтобы постсинаптический нейрон генерировал отклики несколько раз во время первого воздействия паттерна, $g=25$, начальное значение переменной состояния мемристора $x_{beg}=0,5$. Рис. 1 демонстрирует зависимость времени задержки отклика выходного нейрона относительно начала паттерна в зависимости от номера эпохи обучения, которая представляет собой одно воздействие паттерна. В начале постсинаптический нейрон генерирует несколько откликов на воздействие паттерна, затем после некоторого количества эпох обучения нейрон генерирует отклик только один раз в начале паттерна. При этом устанавливается значение задержки отклика относительно начала паттерна, что соответствует окончанию обучения. В этом случае в процессе обучения x между первым нейроном, генерирующим спайки в паттерне, и постсинаптическим

нейроном увеличивается до 1, а оставшиеся связи между пресинаптическими нейронами и постсинаптическим нейроном уменьшаются до 0.

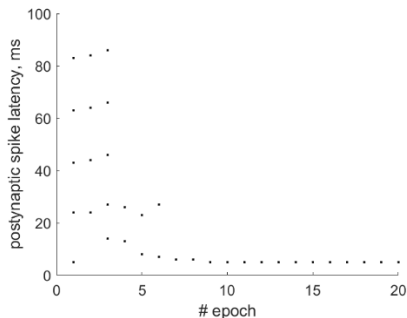


Рис. 1

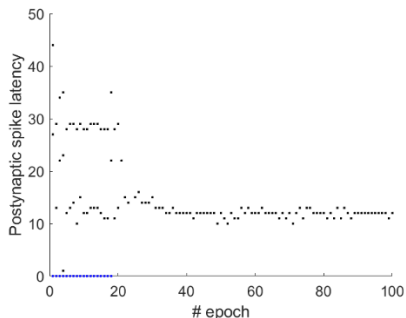


Рис. 2

Параметры сети требуют тонкой настройки для успешности и эффективности обучения. В данной модели частота предъявления паттерна γ_{pat} также влияет на успешность и эффективность обучения, что связано с тем, что в основе модели используется модель мемристора, демонстрирующего эффект пластичности, зависящей от частоты спайков [5].

Продемонстрировано, что нейрон с рассматриваемой моделью связей также может распознавать повторяющийся временной паттерн активности, перемежаемый пуассоновским шумом, частота повторения которого близка к частоте импульсов внутри паттерна, что усложняет его обнаружение. Проведено моделирование спайковой нейронной сети с 1 нейроном в выходном слое и 100 пресинаптическими нейронами во входном слое. Каждый пресинаптический нейрон генерирует спайк внутри паттерна только один раз и имеет случайно сгенерированное значение задержки времени относительно начала паттерна. Длительность паттерна $L_{pat}=50$ мс, средняя частота спайков в паттерне $\gamma_{sp}=20$ Гц. Между предъявлениями паттерна пресинаптические нейроны активируются в соответствии с пуассоновским шумом, частота шума $\gamma_{noise}=17$ Гц, $\gamma_{pat}=2,5$ Гц, $g=1,15$. На рис 2. представлена задержка постсинаптического спайка в зависимости от номера эпохи обучения. Нулевые значения соответствуют генерации отклика нейроном вне паттерна. Сначала выходной нейрон генерирует несколько спайков в ответ как на паттерн, так и на шум, затем нейрон генерирует отклик только в ответ на предъявление паттерна, что означает его детектирование.

Связи между пресинаптическими нейронами, генерирующими отклики в конце паттерна, и постсинаптическим нейроном эффективно облегчаются ввиду сильной асимметрии зависимости Δx от задержек между пост- и пре-спайками Δt в сторону ослабления, однако баланс между параметрами сети и частотой воздействия паттерна играет важную роль в успешном обучении.

Работа выполнена при частичной поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (проект № FSWR-2023-0031) и Национального физико-математического центра, секция № 9 “Искусственный интеллект и большие данные в технических, промышленных, природных и социальных системах”.

- [1] Sun K., Chen J., Yan X. // *Advanced Functional Materials*. 2021. Vol. 31, no. 8. P. 2006773.
- [2] Song S., Miller K.D., Abbott L.F. // *Nature neuroscience*. 2000. Vol. 3, no. 9. P. 919.
- [3] Demin V.A. et al. // *Neural Networks*. 2021. Vol. 134. P. 64.
- [4] Sboev A. et al. // *Mathematics*. 2021. Vol. 9, no. 24. P. 3237.
- [5] Mishchenko M.A. et al. // *Journal of Physics D: Applied Physics*. 2022. Vol. 55, no. 39. P. 394002.
- [6] Mikhaylov A. et al. // *Advanced materials technologies*. 2020. Vol. 5, no 1. P. 1900607.
- [7] Mishchenko M.A., Kovaleva N.S., Mikhaylov A. // *2024 8th Scientific School Dynamics of Complex Networks and their Applications (DCNA)*. IEEE. 2024. P. 169.
- [8] Masquelier T., Guyonneau R., Thorpe S.J. // *PloS one*. 2008. Vol. 3, no. 1. P. e1377.
- [9] Lobov S.A. et al. // *Sensors*. 2020. Vol. 20, no. 2. P. 500.
- [10] Sboev A. et al. // *Mathematical Methods in the Applied Sciences*. 2020. Vol. 43, no. 13. P. 7802.

АНАЛИЗ ДИНАМИКИ И СТРУКТУРНЫХ ОСОБЕННОСТЕЙ СЕТЕЙ LIF-НЕЙРОНОВ, ОБУЧЕННЫХ КЛАССИФИКАЦИИ MNIST И N-MNIST

Н.А. Кудряшкин^{1, 2)}, Р.А. Кононов^{1, 2)}, О.В. Масленников^{1, 2)}

¹⁾ ННГУ им. Н.И. Лобачевского

²⁾ ИПФ РАН

Введение

Спайковые нейронные сети (СНС) являются перспективным инструментом как для моделирования биологических нейронных систем, так и для создания энергоэффективных нейроморфных вычислительных архитектур. В данной работе исследована динамика двухслойных сетей LIF-нейронов (Leaky Integrate-and-Fire) [1, 2], обученных классификации баз данных MNIST и N-MNIST [3] с использованием метода градиентного спуска. Ключевым аспектом исследования стал анализ спайковых паттернов, генерируемых скрытым слоем нейронной сети. Для обработки паттернов применялись три метода: SpikeShip [4], частотный анализ – оценка частоты активации нейронов, косинусное сходство – метрика пространственной корреляции активностей. Результаты демонстрируют, что обученные сети формируют устойчивые спайковые паттерны, зависящие от входных стимулов, что свидетельствует о наличии механизмов эффективного кодирования информации.

Архитектура сетей

В качестве исследуемых моделей в работе использовались: сеть прямого распространения (FeedForward) и рекуррентная сеть (Recurrent). Каждая из них состояла из двух слоёв LIF-нейронов – «скрытый» слой из 256 нейронов и классифицирующий из 10 нейронов (по числу классов). Преобразование входов в целевые выходы сетями описывается уравнениями (1) и (2) соответственно для сети прямого распространения и рекуррентной сети:

$$Y_{forw}[t] = f(W_{out} f(W_{in}X[t])), \quad (1)$$

$$Y_{rec}[t] = W_{out} f(W_{in}X[t] + W_{rec} f(W_{in}X[t-1])), \quad (2)$$

где $Y[t]$, – вектор спайков с классифицирующего слоя в момент времени t , W_{in} , W_{out} , W_{rec} – матрицы весов входного, выходного и рекуррентного линейных слоёв, $f(X)$ – функция активации LIF-нейронов (вектор спайков), $X[t]$ – вектор входного сигнала в момент времени t .

Рекуррентность вносит сложную нелинейную динамику в работу сети. Рекуррентная связь реализована следующим образом: со скрытого слоя LIF-нейронов считываются спайки, которые на следующем шаге умножаются на веса и суммируются линейным слоем, после чего поступают снова на нейроны вместе с входами в сеть. Таким образом сеть сохраняет информацию о своей работе в предыдущий шаг, что улучшает обработку информации, распределённой во времени.

Обучение и анализ сетей

Рассмотренные сети обладают большим количеством параметров, настройка которых проведена методами машинного обучения, в частности – градиентным спуском с применением суррогатной функции арктангенса [1]. После 20-ти эпох были получены следующие точности классификации тестовой выборки:

Архитектура	MNIST	N-MNIST
Сеть прямого распространения	97.5 %	95.1 %
Рекуррентная сеть	96.9 %	96.6 %

Для анализа внутренней динамики сетей сгенерированы матрицы несходства на основе 100 спайковых диаграмм (по 10 на каждый класс). Матрицы содержат метрику различия, найденную для каждой пары диаграмм. Сравнение матриц косинусных расстояний для сетей прямого распространения представлено на рис. 1. Матрица необученной сети изображена слева, обученной – справа. Метрики, полученные частотным методом и методом SpikeShip имеют аналогичный вид.

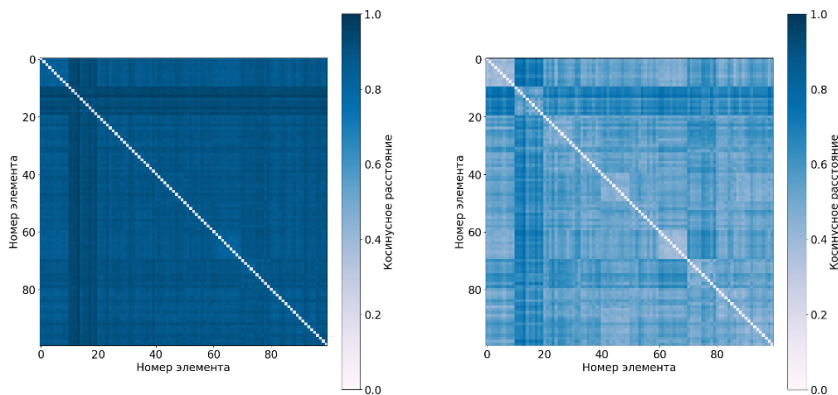


Рис. 1

Для рекуррентной сети также был проведён анализ несходства спайковых паттернов. Полученные матрицы несходства рекуррентной сети представлены на рис. 2. Аналогично, слева изображена матрица для необученной сети, а справа – для обученной.

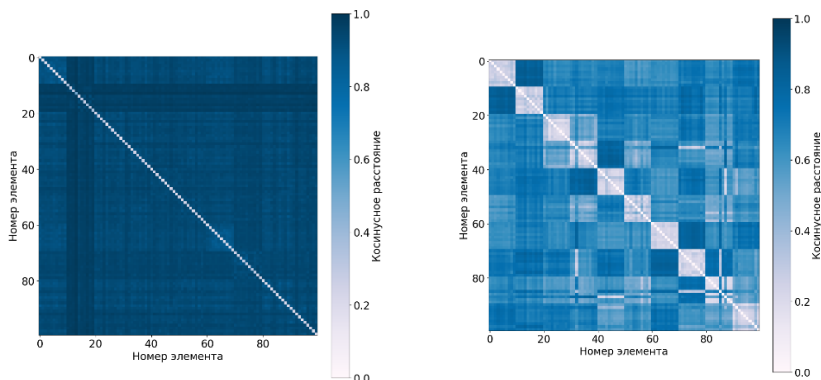


Рис. 2

Обнаружено, что обученные сети формируют более структурированные паттерны объектов одного и того же класса обладают схожими значениями метрик. Причём спайковые диаграммы рекуррентной сети лучше объединяют объекты одного класса и обеспечивают лучшую различимость, чем прямая сеть. Это объясняет тот факт, что в N-MNIST рекуррентная сеть показала точность выше, чем сеть прямого распространения.

Заключение

Применённые метрики (SpikeShip, частотный анализ, косинусное сходство) эффективно выявляют различия в спайковой активности. Обучение сетей приводит к кластеризации паттернов по классам, что подтверждает формирование специализированной реакции нейронов на входной сигнал. Рекуррентная архитектура демонстрирует преимущество в обработке распределённой во времени информации (N-MNIST). Также рекуррентная сеть благодаря наличию внутренней динамики лучше объединяет спайковые паттерны одного класса.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант № 23-72-10088)

- [1] Eshraghian J.K. // Proceedings of the IEEE. 2023. Vol. 111, no. 9. P. 1016.
- [2] Dmitrichev A.S., Kasatkin D.V., Klinshov V.V., Kirillov S.Yu., Maslennikov O.V., Shchapin D.S., Nekorkin V.I. // Izvestiya VUZ, Applied Nonlinear Dynamics. 2018. Vol. 26, no. 4. P. 5.
- [3] Orchard G., Jayawant A., Cohen G.K., Thakor N. (2015) // Frontiers in Neuroscience. 2015. Vol. 9. P. 437.
- [4] Sotomayor-Gómez B., Battaglia F.P., Vinck M. (2023) SpikeShip: A method for fast, unsupervised discovery of high-dimensional neural spiking patterns. // PLoS Comput Biol. 2023. Vol. 19, no. 7. P. e1011335.

БИФУРКАЦИИ ОДНОРОДНЫХ И НЕОДНОРОДНЫХ РЕШЕНИЙ В СИСТЕМЕ ВЗАИМОСВЯЗАННЫХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ БАУТИНА

А.А. Маркелов^{1,2)}, А.С. Дмитричев²⁾, В.И. Некоркин^{1,2)}

¹⁾ ННГУ им. Н.И. Лобачевского

²⁾ ИПФ РАН

Введение

Осциллятор Баутина является нормальной формой бифуркации Баутина, которая представляет собой обобщение бифуркации Андронова-Хопфа на случай, когда первая ляпуновская величина обращается в ноль, а вторая – не равна нулю [1]. Связанные осцилляторы Баутина служат эффективной моделью для исследования разнообразных нелинейных динамических эффектов, например синхронизации и подавления колебаний, наблюдаемых в различных сетевых системах [2,3].

Здесь мы представляем новые результаты исследования поведения ансамбля из двух связанных осцилляторов Баутина, динамика которого описывается следующей системой:

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = (\alpha + i\omega_1)z_1 + \beta z_1|z_1|^2 - z_1|z_1|^4 + c(z_2 - z_1) \\ \dot{z}_2 = (\alpha + i\omega_2)z_2 + \beta z_2|z_2|^2 - z_2|z_2|^4 + c(z_1 - z_2) \end{cases} \quad (1)$$

где $z_i(t)$, $i = 1, 2$ характеризуют состояние i -го осциллятора в момент времени t ; α и β – действительные параметры системы, задающие его динамику, ω_i – собственная частота осциллятора, $0 < c$ – параметр, характеризующий силу связи между осцилляторами.

Ранее мы показали, что в системе (1) существуют однородные предельные циклы и инвариантные торы, которые отвечают периодическим и квазипериодическим колебаниям осцилляторов с равными амплитудами [4]. В настоящей работе установлено, что кроме однородных решений в системе (1), существуют и неоднородные решения, которые отвечают колебаниям осцилляторов с различными амплитудами.

Периодические решения

Показано, что имеются два типа неоднородных периодических решений (обозначим их I_1 , I_2), которые возникают парами в результате бифуркаций типа «вилка» (pitchfork), которые обусловлены изменением устойчивости многообразий однородных седловых циклов и имеют место при пересечении кривых Δ_2 (рис. 1, $\Delta = \omega_2 - \omega_1$) и Δ_1 , Δ_3 (рис. 2) соответственно. Была выделена область существования каждой пары неоднородных циклов и проведён анализ их устойчивости. Область существования пары неоднородных циклов I_1 (рис. 1), кроме кривой Δ_2 , ограничена линией HN и кривой SF_{inh} . При пересечении линии HN , происходит рождение неустойчивого однородного инвариантного тора и двух неоднородных седловых циклов в результате изменения устойчивости состояния равновесия в начале координат. Кривая SF_{inh} в свою очередь, отвечает седло-узловой бифуркации между обеими парами неоднородных циклов. Установлено, что пара I_1 не меняет устойчивость во всей области существования, оставаясь седловой. Область существования пары неоднородных циклов I_2 (рис. 2), кроме кривых Δ_1 , Δ_3 ограничена только кривой SF_{inh} . Установлено, что данная пара

меняет свою устойчивость на кривой NS , на которой пара комплексно-сопряженных мультипликаторов попадает на единичную окружность, т. е. происходит бифуркация Неймарка-Сакера. Выше этой кривой пара I_2 является устойчивой, а ниже — седловой.

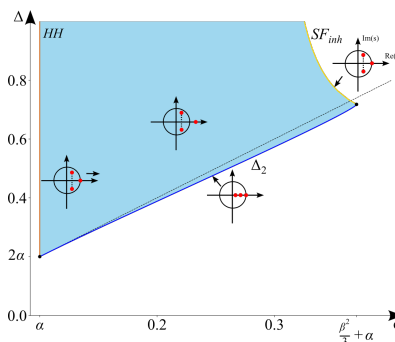


Рис. 1

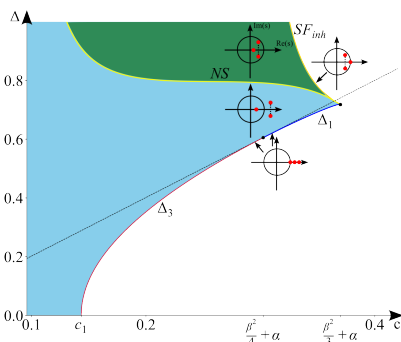


Рис. 2

Инвариантные торы

Помимо предельных циклов, в системе наблюдаются двумерные инвариантные торы, также рождающиеся парами. Области их существования приведены на рис. 3. Одна из пар инвариантных торов возникает в результате упомянутой ранее бифуркации Неймарка-Сакера, происходящей при пересечении кривой $NS = NS^+ \cup NS^-$ (рис. 2 и 3). При этом при пересечении кривой NS^+ имеет место суперкритическая бифуркация, и в сторону уменьшения параметра Δ , рождаются устойчивые торы, существующие в области 1. В свою очередь, при пересечении кривой NS^- имеет место субкритическая бифуркация и, в сторону увеличения параметра Δ , рождаются неустойчивые торы, существующие в области 3. Ещё одна пара устойчивых неоднородных инвариантных торов формируется при пересечении кривой T в сторону увеличения параметра c , соответствующей слиянию устойчивого и неустойчивого однородных торов. Данная пара решений существует в областях 2 и 3.

На кривых G_1 и G_3 происходит разрушение соответствующих торов в результате каскадов бифуркаций удвоения периода и последующей их хаотизации. Кривая G_2 соответствует слиянию торов, образованных в результате субкритической бифуркации Неймарка-Сакера и устойчивых торов, образованных при пересечении кривой T .

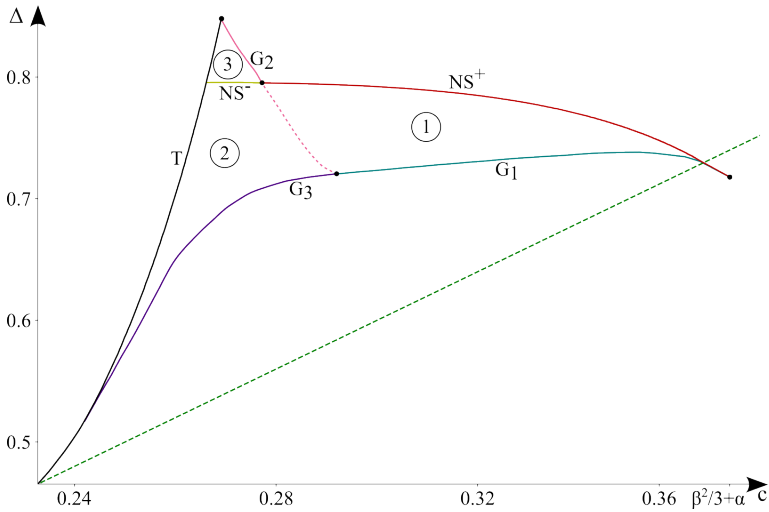


Рис. 3

Заключение

Были исследованы бифуркации, соответствующие рождению/исчезновению неоднородных решений различного типа. Изучена область существования и устойчивость таких решений, а также показана их связь с однородными решениями системы.

Работа поддержана научно-образовательным математическим центром “Математика технологий будущего” (Соглашение № 075-02-2025-1639).

- [1] Kuznetsov Y.A. Elements of applied bifurcation theory. – New York: Springer, 1998, p. 307.
- [2] Kato Y., Kori H. // Scientific Reports. 2024. Vol. 14. P. 1461.
- [3] Emelianova A.A., Maslennikov O.V., Nekorkin V.I. // Chaos. 2022. Vol. 32, no. 6. P. 063126.
- [4] Маркелов А.А., Дмитричев А.С., Некоркин В.И. // В кн.: Тр. XXVIII научной конференции по радиофизике. – Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2024. С. 201.

НОВЫЙ ТИП ХИМЕРНЫХ СОСТОЯНИЙ В АНСАМБЛЕ АКТИВНЫХ ЧАСТИЦ

П.А. Щербаков, Г.В. Осипов

ННГУ им. Н.И. Лобачевского

Введение

Исследование коллективной динамики мобильных осцилляторов с нелокальными связями представляет собой активно развивающуюся междисциплинарную область на пересечении физики, биологии и химии. Значительный прогресс в этой теме демонстрируют работы, охватывающие как фундаментальные теоретические модели, так и прикладные биологические системы.

Например, в биологическом контексте модель подвижных осцилляторов успешно применяется для описания паттернов эмбрионального развития позвоночных [1], а также для анализа синхронизации бактерий *E. coli* в системах связанных микрополостей [2]. На теоретическом уровне ключевые результаты включают доказательство глобальной синхронизации для роя осцилляторов (свармолляторов) в кольцевой геометрии [3] и исследование нестандартных режимов коллективного поведения в системах с внешним «контрагентом», нарушающим синхронизацию [4].

В работе рассматривается специфический тип движения частиц, который приводит к формированию нового динамического режима. Этот режим имеет три качественно различных участка: градиентный, химеру и некогерентный.

Модель

При условии нулевых собственных частот связь между фазовыми осцилляторами описывается уравнением:

$$\dot{\varphi}_k = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N G(x_j - x_k) \sin(\varphi_j - \varphi_k - \alpha), \quad (1)$$

где φ_k – фаза k -го осциллятора, N – число осцилляторов, α – параметр фазового сдвига. Экспоненциальное ядро нелокального взаимодействия:

$$G(x) = H \frac{\cosh H \left(|x| - \frac{L}{2} \right)}{2 \sinh \frac{HL}{2}}, \quad (2)$$

где H – параметр нелокального взаимодействия, L – длина кольца, в котором расположены осцилляторы.

Осцилляторы движутся по закону:

$$x_k = \frac{kL}{N} + A_k \sin \Omega t, \quad (3)$$

где $\Omega = 0.01$ – частота колебаний, A_k – амплитуда k -й частицы. Амплитуды определяются следующим образом:

$$A_k = \begin{cases} s_k, & \left| x_k(0) - \frac{L}{2} \right| \leq 0.1 \\ 0, & \text{иначе} \end{cases} \quad (4)$$

Здесь s_k – это реализация случайной величины с равномерным распределением на отрезке $[c - a, c + a]$. Набор реализаций фиксируется в начальный момент времени и дальше не меняется.

В работе рассматривается случай притягивающей связи при $\alpha = 1.4572$.

Экспериментальные результаты

Положим $c = 0, a = 0.1953125$. Имеем следующее разделение нового режима. Три участка: (A) – когерентный, (B) – некогерентный, (C) – градиентный:

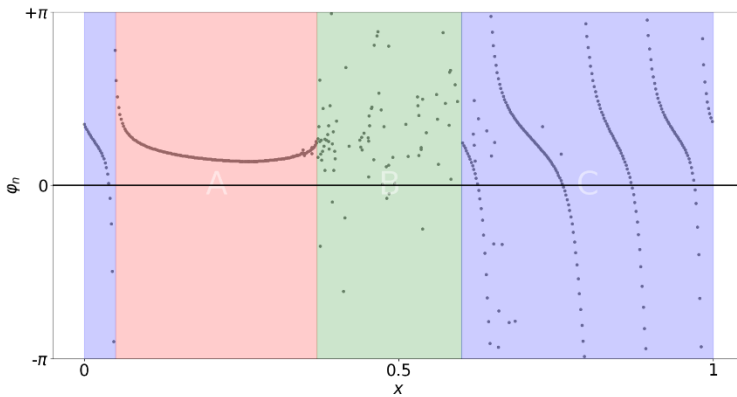


Рис. 1

Мы введём вспомогательную числовую характеристику, которая является вариантом преобразования Фурье:

$$|R_{1,m}(t)| = \left| \sum_{k=1}^N \exp(i\varphi_k - imx_k) \right|. \quad (5)$$

Она увязывает вместе корреляции иксов и фаз. Продемонстрируем эффект компенсации колебаний когерентного кластера при линейном сдвиге фиксированной выборки. На четырех левых диаграммах находятся мгновенные снимки фазового профиля, пассивные частицы окрашены в синий, активные в красный. Диаграмма (f) демонстрирует модуль величины среднего поля $|Z(x, t)|$. Диаграмма (e) соответствует $|R_{1,m}(t)|$. При $c = 0.048828, a = 0.48828125$ мы можем наблюдать колебания когерентного кластера с присутствием старших гармоник:

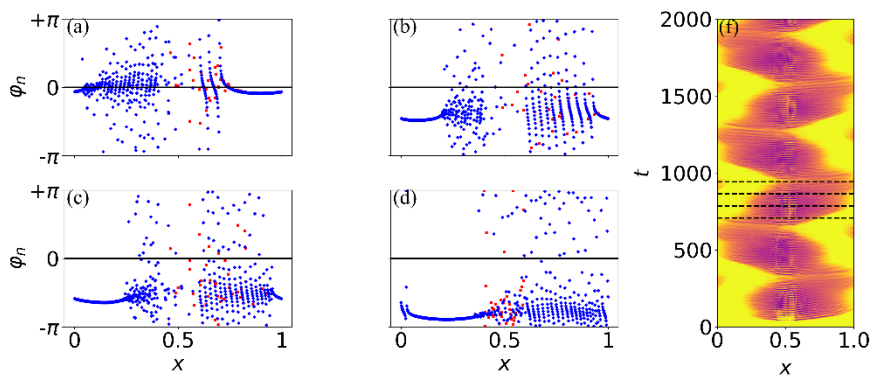


Рис. 2

При увеличении до значения $c = 0.097656$ мы видим, что за счет сдвига выборочного среднего колебания скомпенсировались:

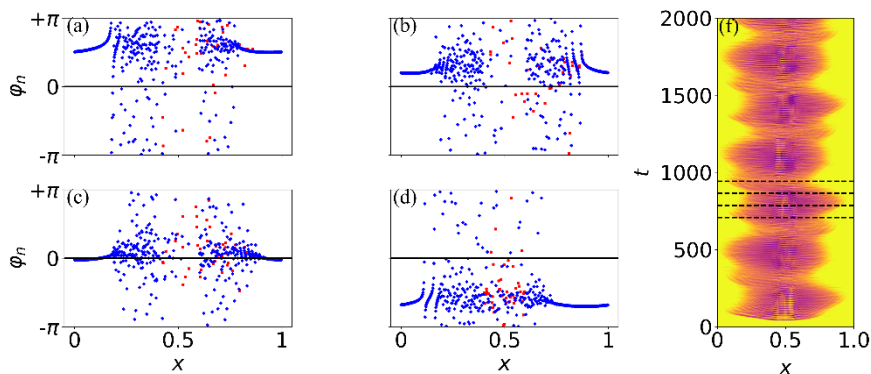


Рис. 3

Если дальше увеличить c до 0.146484 , то колебания возникнут вновь

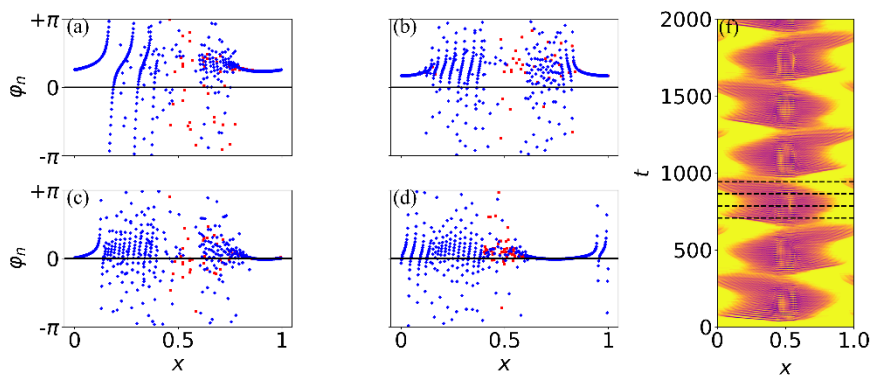


Рис. 4

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки РФ, проект FSWR-2020-0036.

- [1] Uriu K., Morelli L.G. // Physical Review E. 2025. Vol. 111, no. 2. P. 24.
- [2] Japaridze A. et al. // Small. 2025. Vol. 21, no. 3. P. 40.
- [3] O'Keeffe K. // Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science. 2025. Vol. 35, no. 2. P. 43.
- [4] Sar G.K. et al. // Physical Review E. 2025. Vol. 111, no. 1. P. 14.

КОНКУРЕНТНОЕ ОБУЧЕНИЕ КОЛЛЕКТИВНОГО КЛАССИФИКАТОРА С БИОЛОГИЧЕСКИ ОБОСНОВАННОЙ ФУНКЦИЕЙ ОТКЛИКА

А.А. Сутягин, О.И. Канаков

ННГУ им. Н.И. Лобачевского

Введение

В настоящее время наблюдается устойчивый интерес к задачам машинного обучения, в частности к классификации, которая сводится к отображению пространства признаков объекта в дискретное множество классов на основании значений этих признаков. Подобные задачи, как правило, решаются в рамках алгоритмов для цифровых вычислительных систем, однако аналогичные принципы реализуются и в биологических системах, таких как нервная и адаптивная иммунная системы.

Для построения обучаемого классификатора, возвращающего метку класса по входному набору признаков, применяется ансамблевый подход на основе элементов с ограниченной сложностью. Обучение осуществляется путём изменения состава ансамбля. В ряде работ [1], [2] и [3] показано, что стратегия обучения, основанная на механизме конкуренции с сосуществованием, при увеличении объёма обучающей выборки позволяет приближаться к байесовской границе точности классификации.

Модифицированная модель конкуренции с сосуществованием без учёта внешнего сортировщика и подсистема обучения

Одним из общих ограничений методов селекции при обучении коллективных классификаторов является необходимость применения внешнего сортирующего механизма. Это означает, что обучение не обусловлено внутренней динамикой системы. В связи с этим возникла задача разработки моделей, в которых обучение классификатора происходит за счёт собственной популяционной динамики, без использования внешнего селектора.

Дополнительно требуется обеспечить устойчивость обученного состояния: в предыдущих моделях после завершения обучения система возвращалась к исходной конфигурации, фактически «забывая» полученные результаты.

Решение первой задачи предполагает внедрение механизма конкурентной популяционной динамики между элементами ансамбля и настройку параметров конкурентоспособности на основе обучающей выборки. Для решения второй задачи необходимо, чтобы относительное распределение типов элементов ансамбля сохранялось вне процесса обучения либо изменялось существенно медленнее, чем характерное время сохранения обученного состояния.

Рассмотрим модель, демонстрирующую динамику концентрации клеток i -го типа при $i = 1 \dots s$, где s – количество типов клеток:

$$\dot{n}_i = b_i n_i \left(1 - \frac{1}{N_c} \sum_k n_k\right) - (1 - b_i) \frac{n_i^2}{N_c}, \quad (1)$$

где n_i – концентрация i -го типа клеток, b_i – коэффициент выживаемости для i -го типа клеток, N_c – общее количество клеток. Сохранение ансамбля в модели (1) затруднено, поскольку обучение регулируется параметрами b_i , управляющими выживаемостью

клеточных типов. По завершении обучения значения b_i должны быть унифицированы в соответствии с характеристиками базового элемента, что приводит систему к равновесному состоянию с одинаковыми численностями всех типов — фактически, к утрате результатов обучения.

Для устранения этого эффекта предлагается модификация модели: параметр b_i , определяющий интенсивность конкуренции, будет влиять исключительно на внутривидовую конкуренцию, описываемую квадратичным членом концентрации. При этом межвидовая конкуренция за общий ресурс сохраняется одинаковой для всех типов. Такой подход обеспечивает синхронное завершение внутривидовой конкуренции после обучения и позволяет сохранить достигнутое соотношение численностей типов до достижения ёмкости среды $\sum_i n_i = N_c$.

Для реализации указанного подхода правая часть каждого уравнения модели нормируется по b_i , после чего вводятся новые обозначения параметров, соответствующие обновлённой структуре взаимодействий.

$$\dot{n}_i = n_i \left(1 - \frac{1}{N_c} \sum_k n_k \right) - k_i \frac{n_i^2}{N_c}, \text{ где} \quad (2)$$

$$k_i = \frac{1 - b_i}{b_i}. \quad (3)$$

Ограничение $b_i \in (0,1)$ переходит в $k_i \in (0, +\infty)$. Если параметры k_i постоянны во времени и удовлетворяют указанного ограничения, то выражение для состояния равновесия (2) сохраняет силу и с учётом преобразования принимает вид:

$$\dot{n}_i = \frac{N_c}{k_i} \left(1 + \sum_i k_i^{-1} \right)^{-1}. \quad (4)$$

Сформулируем стратегию обучения. Обозначим через x -- вход классификатора. Для каждого типа клетки задана функции отклика $f_i(x)$, к описанию которой вернёмся дальше, определённая на пространстве признаков, которая характеризует реакцию i -го типа клеток на входное значение x . Обучающая выборка представлена последовательностью примеров $\{\pi\}_{\alpha=1}^{N_{learn}}$, где N_{learn} — общее количество обучающих примеров, каждый из которых представляет собой пару $\pi_\alpha = (x_\alpha, c_\alpha)$, состоящую из значения признака x_α с известной меткой класс $c_\alpha \in +, -$, где «+» соответствует положительному отклику, а «-» — отрицательному. Предполагается, что примеры предъявляются последовательно в случайном порядке. Продолжительность предъявления каждого примера фиксирована и равна T_s ; а паузы между примерами отсутствуют:

$$\dot{k}_i = \begin{cases} -\tau_i^{-1} k_i, & \text{вне процесса обучения,} \\ -\tau_i^{-1} f_i(x_\alpha) (k^+ - k_i), & \text{если } c_\alpha = +, \\ -\tau_i^{-1} f_i(x_\alpha) (k^- - k_i), & \text{если } c_\alpha = -, \end{cases} \quad (5)$$

где α — номер предъявляемого в данный момент обучающего примера, τ_i — временной масштаб процесса обучения, k^+ и k^- — константы, которые соответствуют предельным

значения для $k_i(t)$ в зависимости от принадлежности обучающих примеров к тому или иному классу.

Биологически обоснованная функция отклика и заключение

В качестве функции отклика будем использовать двугенную схему сенсор-отклика [5], которая состоит из двух модулей: **модуль сенсора**, в котором индуцируемый промотор активируется входным химическим сигналом X и синтезирует транскрипционный фактор U ; **модуль репортера**, где промотор реагирует на U , активируясь при средних концентрациях и репрессируясь при высоких, обеспечивая колоколообразный отклик. Математическая модель такого отклика представлена следующим образом, а результат визуализации показан на рис. 1:

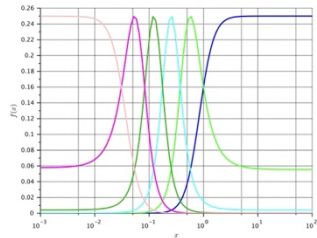


Рис. 1

$$f(x, m_u, m_g) = \frac{r_g(r_u(x; m_u)/\mu_u; m_g)}{\mu_g}, \text{ где} \quad (6)$$

$$r_u(x; m_u) = m_u \frac{\alpha A_u^{p_u} + x^{p_u}}{A_u^{p_u} + x^{p_u}}, \quad (7)$$

$$r_g(u; m_g) = m_g \frac{A_g^{p_g} u^{p_g}}{(A_g^{p_g} + u^{p_g})^2}. \quad (8)$$

Обозначения следующие: x и u – концентрации X и U , $r_u(x)$ и $r_g(u)$ – скорости производства U и GFP, μ_u, μ_g – скорости деградации.

Функции условной вероятности задаются в виде гауссовских распределений, при этом для положительного класса используется бимодальное распределение, как показано на рис. 2. Визуализация обучающих примеров и отклика классификатора на рис. 3 показывает, что решающее правило, выработанное системой, близко к байесовскому. Это подтверждает, что модернизированная модель конкуренции с сосуществованием – без внешнего сортировщика и с учётом биофизически реалистичных (колоколообразных) профилей отклика – сохраняет способность к обучению. При этом, несмотря на общее согласование с байесовским правилом, результаты не являются строго оптимальными и демонстрируют чувствительность к положению и ширине функций отклика рис. 4 и рис. 5. Это указывает на необходимость более детальной настройки параметров модели и, возможно, адаптивного размещения клеточных типов в пространстве признаков для повышения точности классификации.

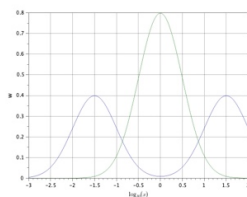


Рис. 2

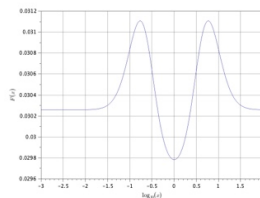


Рис. 3

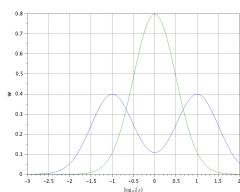


Рис. 4

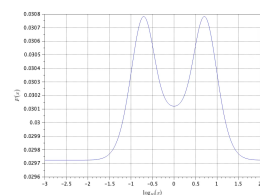


Рис. 5

- [1] Kanakov O. et al. // PLoS One. 2015. Vol. 10, no. 5. P. e0125144.
- [2] Kanakov O.I., Ivanchenko M.V., Tsimring L.S. // Opera Medica & Physiologica. 2016. Vol. 2 (S1). P. 53.
- [3] Сутягин А.А., Канаков О.И. // Известия вузов. ПНД. 2021. Т. 29, № 2. С. 220.
- [4] Сутягин А.А., Канаков О.И. // Известия вузов. ПНД. 2024. Т. 32, № 2. С. 160.
- [5] Didovyk A., Kanakov O.I., Ivanchenko M.V., Hasty J., Huerta R., Tsimring L.S. // ACS Synthetic Biology. 2015. Vol. 4, no. 1. P. 72.

Секция «Фундаментальные и прикладные задачи теории нелинейных колебаний»

Заседание секции проводилось 20 мая 2025 г.
Председатель – В.В. Матросов, секретарь – Н.С. Ковалева.
Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского.