

Труды XXX научной конференции по радиофизике

**СЕКЦИЯ
«МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ПРОЦЕССОВ И СИСТЕМ»**

Председатель – И.С. Павлов, секретарь – Е.Ю. Линник.
Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВУМЕРНОЙ МОДЕЛИ НЕЙРОНА НА ОСНОВЕ ФОРМАЛИЗМА ХОДЖКИНА—ХАКСЛИ

Э.Р. Багаутдинова, Н.В. Станкевич

НИУ ВШЭ

Базовой моделью, описывающей генерацию потенциала действия на основе ионных токов через мембрану нейрона, является модель Ходжкина—Хаксли [1]. Несмотря на её высокую точность, анализ данной модели затруднён из-за высокой размерности и нелинейности, поэтому актуальной задачей является построение редуцированных моделей, сохраняющих основные динамические свойства исходной системы [2, 3]. В своей работе мы исследуем двумерную редукцию типа $V-w$, которая позволяет сохранять бистабильность [4].

Редукция основана на предположении о быстрой динамике активационной переменной натриевого тока. Вследствие этого она заменяется своей стационарной функцией. Также используется приближённая линейная зависимость между переменными активации калиевого тока и инактивации натриевого тока. В результате система принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} C_m \frac{dV}{dt} &= I_{app} - g_{Na} m_{\infty}^3(V) (1 - sw) (V - V_{Na}) - g_K w^4 (V - V_K) - g_L (V - V_L), \\ \frac{dw}{dt} &= \varphi \cdot \frac{w_{\infty}(V) - w}{\tau_w(V)}, \\ w_{\infty}(V) &= \frac{n_{\infty}(V) + s[1 - h_{\infty}(V)]}{1 + s^2}, \\ \tau_w(V) &= 5 \exp\left(-\frac{(V + 75)^2}{55^2}\right) + 1. \end{aligned}$$

Здесь V — мембранный потенциал, w — восстановительная переменная, I_{app} — приложенный ток, $1 - sw$ — приближение инактивации натриевого потока w — приближение активации калиевого потока, φ — температурный множитель. Функция $m_{\infty}^3(V)$ — быстрая активация натриевого тока, а $w_{\infty}(V)$ и $\tau_w(V)$ задаются через стационарные характеристики исходной модели и отражают суммарную динамику процессов восстановления. Такая система описывает взаимодействие мембранного потенциала и медленной динамики, способной воспроизводить основные свойства возбудимости нейрона.

Двумерная редукция модели Ходжкина—Хаксли позволяет исследовать изменения динамических режимов при вариации внешнего тока I_{app} . На рис. 1 представлена бифуркационная диаграмма, отражающая зависимость мембранного потенциала V от параметра I_{app} . Красным цветом показана ветвь устойчивого состояния равновесия, чёрным — неустойчивого состояния равновесия, зелёным — устойчивого предельного цикла, синим — неустойчивого предельного цикла.

В точке HB1 происходит субкритическая бифуркация Андронова—Хопфа: при увеличении параметра I_{app} устойчивое состояние равновесия теряет устойчивость и переходит в неустойчивое. В этой точке рождается неустойчивый предельный цикл, амплитуда которого нарастает постепенно при уменьшении параметра I_{app} . При приближении к точке бифуркации седло-узел (SN) амплитуда цикла резко нарастает и в

точке бифуркации неустойчивый цикл сливается с устойчивым. Амплитуда устойчивого цикла с увеличением параметра I_{app} немного возрастает, а затем уменьшается и постепенно сходится на ноль в точке HB2, где наблюдается суперкритическая бифуркация Андронова-Хопфа.

Таким образом, между точками бифуркации Андронова-Хопфа HB1 и бифуркацией седло-узел SN формируется область бистабильности, где устойчивое состояние равновесия сосуществует с устойчивым предельным циклом, а неустойчивый цикл разделяет их области притяжения.

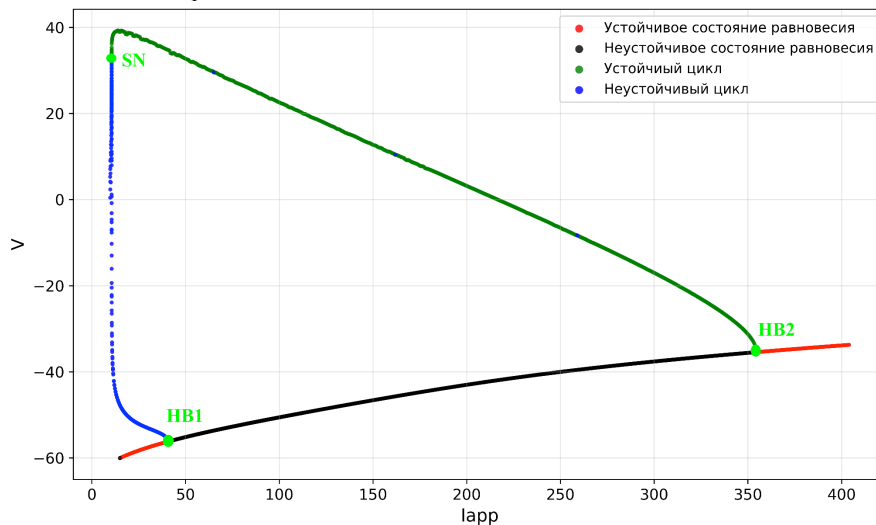


Рис. 1

Система была рассмотрена при двух значениях температуры: $T = 18.5^{\circ}\text{C}$ и $T = 12^{\circ}\text{C}$. Изменение температуры влияет на скорость восстановительной динамики через температурный множитель φ , входящий в уравнение для переменной w . При температуре $T = 18.5^{\circ}\text{C}$ восстановительные процессы протекают быстрее, что соответствует более выраженной временной активности системы. При понижении температуры до $T = 12^{\circ}\text{C}$ значение температурного множителя уменьшается, поэтому восстановительная динамика становится более медленной. Сравнение этих двух случаев позволяет оценить влияние температуры на структуру динамических режимов, положение бифуркаций и области бистабильности в двумерной модели нейрона.

Далее были рассчитаны бассейны притяжения устойчивого состояния равновесия и колебательного режима. Для этого фиксировалось значение приложенного тока $I_{app} = 15 \mu\text{A}/\text{cm}^2$, которое находится в области бистабильности. Затем на фазовой плоскости (V, w) задавалась сетка начальных условий. Из каждой точки запускалась траектория, и далее определялось, к какому режиму она приходит: к состоянию равновесия — фиолетовый или к устойчивому предельному циклу — желтый (рис. 2).

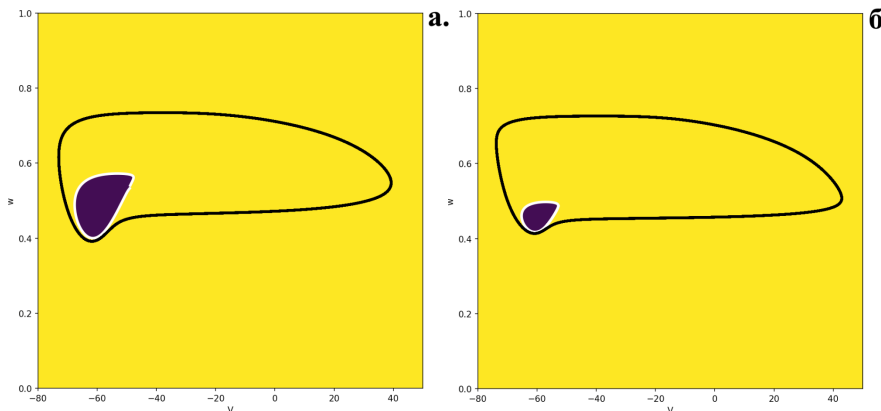


Рис. 2

Такой расчёт позволяет не просто увидеть отдельные траектории, а определить структуру фазового пространства. Область, из которой траектории приходят к равновесию, образует бассейн притяжения устойчивого состояния покоя. Область, из которой траектории переходят к повторяющимся колебаниям, соответствует бассейну притяжения предельного цикла.

На фазовом портрете также важную роль играет неустойчивый цикл. Он разделяет бассейны притяжения и фактически задаёт границу между начальными условиями, приводящими к покою, и начальными условиями, приводящими к колебаниям. При $T = 18.5^{\circ}\text{C}$ (рис. 3а) область бистабильности выражена сильнее. При $T = 12^{\circ}\text{C}$ (рис 3б.) эта область уменьшается, что указывает на изменение структуры фазового пространства при снижении температуры.

После построения бассейнов притяжения были рассчитаны вероятностные характеристики, показывающие долю начальных условий, траектории из которых приходят к состоянию равновесия. Для каждого значения I_{app} выбирался набор начальных условий на фазовой плоскости, после чего определялся конечный режим движения. Вероятность P вычислялась как отношение числа траекторий, пришедших к равновесию, к общему числу рассмотренных начальных условий.

Такая характеристика позволяет количественно описать изменение бистабильности при вариации управляющего параметра. На рис. 3 участки, где $P = 0\%$, соответствуют области устойчивых колебаний, а участки, где $P = 100\%$, — области притяжения состояния равновесия. При $T = 18.5^{\circ}\text{C}$ (рис. 3а) и $T = 12^{\circ}\text{C}$ (рис. 3в) в области где P колеблется между значениями 100% и 0% находится область бистабильности. Сравнение случаев $T = 18.5^{\circ}\text{C}$ и $T = 12^{\circ}\text{C}$ показывает, что при понижении температуры область промежуточных значений вероятности становится уже, что указывает на уменьшение области бистабильности.

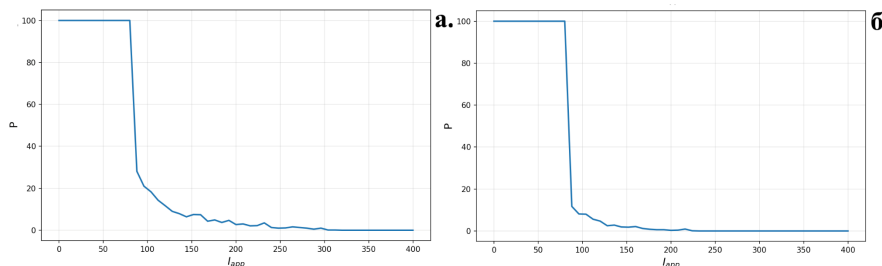


Рис. 3

Таким образом, исследование двумерной редукции модели Ходжкина—Хаксли показало, что такая система сохраняет основные динамические свойства нейронной возбудимости, включая сосуществование состояния равновесия и колебательного режима. Анализ бифуркационных диаграмм позволил выявить переходы между устойчивым равновесием, неустойчивым равновесием и предельными циклами, а также определить область бистабильности. Построение бассейнов притяжения и расчёт вероятностных характеристик показали, что в области бистабильности конечный режим системы существенно зависит от начальных условий. Сравнение случаев $T = 18.5^{\circ}\text{C}$ и $T = 12^{\circ}\text{C}$ показало, что снижение температуры замедляет восстановительную динамику и приводит к изменению структуры фазового пространства, в частности к уменьшению области бистабильности.

Работа выполнена в рамках проекта НИУ ВШЭ «Международное академическое сотрудничество».

- [1] Hodgkin A.L., Huxley A.F. // Journal of Physiology. 1952. Vol. 117. P. 500.
- [2] Rinzel J. // Federation Proceedings. 1985. Vol. 44. P. 2944.
- [3] Ermentrout G.B., Terman D.H. Mathematical Foundations of Neuroscience. – New York: Springer, 2010. 422 p.
- [4] Lu Y., Xin X., Rinzel J. // Biological Cybernetics. 2023. Vol. 117. P. 61.

ПРИМЕНЕНИЕ МОДЕЛЕЙ КОПУЛ ДЛЯ СРАВНЕНИЯ РОССИЙСКОГО И ЗАРУБЕЖНОГО ФОНДОВЫХ РЫНКОВ

Т.С. Бородина, И.И. Лопатин

ННГУ им. Н.И. Лобачевского

Введение

Современный фондовый рынок представляет собой динамичную систему, чувствительную к макроэкономическим, политическим и институциональным шокам. В таких условиях структура зависимостей между активами становится менее устойчивой: в отдельные периоды усиливается синхронность движения цен, возрастает роль экстремальных событий, а традиционные методы анализа, основанные преимущественно на линейных предположениях, не всегда позволяют адекватно описать наблюдаемую картину.

В связи с этим особую актуальность приобретают методы, способные исследовать не только линейные, но и более сложные формы зависимостей между финансовыми инструментами. Одним из таких методов является копула-подход, позволяющий описывать структуру связи между случайными величинами независимо от формы их маргинальных распределений.

Понятие копулы (от лат. *cupula* – «связь») было формализовано Скларом в 1959 году. Согласно его теореме, любая многомерная функция распределения может быть представлена через маргинальные распределения и соответствующую копулу, которая задает структуру зависимости между случайными величинами [1]. Ознакомиться с основной теорией по копулам можно в работах [2-4].

В данной работе с помощью копула-подхода проанализированы взаимосвязи между доходностями акций российских и зарубежных эмитентов, сгруппированных по пяти секторам рынка за период 2019-2025 гг., а также проводится анализ динамики фондовых рынков и их сравнение.

Используемые данные

Использовались исторические данные о котировках акций российских эмитентов, сгруппированных по пяти секторам рынка: нефтегаз, электроэнергетика, финансы, цифровой и телекоммуникационный сектор, промышленность и металлургия. В исследование были включены акции следующих компаний: ПАО «Газпром», ПАО «НОВАТЭК», ПАО «Газпром нефть», ПАО «Россети», ПАО «Интер РАО», ПАО «РусГидро», ПАО «Сбербанк России», Банк ВТБ (ПАО), ПАО «Московская биржа», МКПАО «Яндекс», ПАО «Ростелеком», ПАО «МТС», ПАО «Северсталь», ПАО «НЛМК» и ПАО «КАМАЗ». Данные по указанным бумагам были получены с открытого ресурса Finam.ru, который предоставляет доступ к архивам котировок в формате csv.

Для сопоставления результатов, полученных на российском фондовом рынке, в работе использовалась дополнительная зарубежная выборка, сформированная по той же общей логике секторного представления рынка. Для анализа использованы следующие компании: Exxon Mobil Corporation (XOM), Chevron Corporation (CVX), ConocoPhillips (COP), NextEra Energy, Inc. (NEE), Duke Energy Corporation (DUK), The Southern

Company (SO), JPMorgan Chase & Co. (JPM), Bank of America Corporation (BAC), The Goldman Sachs Group, Inc. (GS), Alphabet Inc. (GOOGL), T-Mobile US, Inc. (TMUS), Verizon Communications, Inc. (VZ), Caterpillar Inc. (CAT), Deere & Company (DE) и Nucor Corporation (NUE). Загрузка данных по зарубежным акциям выполнялась программно с использованием библиотеки `yfinance`.

Такой способ формирования выборки позволил отдельно анализировать зависимости внутри отраслевых кластеров и между ними. В исследование включались дневные наблюдения, то есть одно наблюдение соответствовало одному торговому дню, за период с 1 января 2019 года по 31 декабря 2025 года.

Методика исследования

Методика исследования составляет последовательность этапов анализа, реализуемых в интерактивной среде Jupyter Notebook и организована в виде набора функций, обеспечивающих загрузку данных, их предобработку, построение эмпирических копул, классификацию зависимостей и визуализацию результатов. Более подробно методику можно изучить в работах [5-7]. Ниже описаны основные компоненты архитектуры программы.

- 1. Модуль загрузки данных. Данный модуль отвечает за получение исторических данных о ценах активов. Источниками могут служить локальные таблицы (например, csv-файлы) или специализированные финансовые сервисы. В рамках загрузки также выполняется проверка формата и синхронизация временных шкал.
- 2. Модуль предобработки. На данном этапе выполняются сортировка наблюдений по времени, удаление пропусков и дублирующихся записей, расчет логарифмических доходностей, а также переход к псевдонаблюдениям на основе рангового преобразования.
- 3. Модуль анализа зависимостей. Основное назначение модуля – выявление формы связи между парами активов. На сетке в единичном квадрате для каждой пары активов реализуется расчёт эмпирической копулы, которая сравнивается с тремя эталонными: независимой, комонотонной и контрмонотонной. В качестве метрики используется усреднённое L1-расстояние по всей сетке.
- 4. Модуль также поддерживает анализ с учетом временных лагов – при смещении одного из временных рядов во времени можно выявить запаздывающую или опережающую зависимость.
- 5. Модуль визуализации. Все результаты представляются в виде графиков, диаграмм и таблиц, что обеспечивает наглядность и удобство интерпретации, особенно при сравнении различных периодов или активов. Для каждого года с 2019 по 2025 строится матрицы 15×15 , где по строкам и столбцам – тикеры, а в ячейках – символы «+» (комонотонность), «-» (контрмонотонность) или «0» (независимость).

Результаты

По результатам анализа российской выборки установлено, что в большинстве периодов на рынке преобладают связи, близкие к независимости. Это особенно характерно для межсекторных сочетаний, где заметную роль играют специфические факторы отдельных эмитентов.

Однако в отдельные годы наблюдается заметное усиление положительной согласованности. Устойчивые внутрисекторные комонотонные зависимости были выявлены в нефтегазовом и металлургическом секторах. В разные годы подобные связи также проявлялись в электроэнергетике, финансовом и телекоммуникационном сегментах. Наиболее выраженная положительная связь зафиксирована для пар нефтегазового сектора (GAZP-NVTK, GAZP-GZNF, NVTK-GZNF), а также в разные годы для пар IRAO-HYDR, VTBR-MOEX, RKTМ-MTSS и CHMF-NLMK.

Контрмонотонные зависимости практически не встречаются. Алгоритм либо классифицирует такие пары как независимые, либо выявляет слабую положительную связь, что соответствует общей картине российского рынка, где доминирует совместное движение ликвидных бумаг под воздействием макроэкономических шоков.

Структура зависимостей заметно меняется во времени. В относительно спокойные годы преобладают связи, близкие к независимости, тогда как в периоды повышенной турбулентности возрастает число как внутрисекторных, так и межсекторных положительных зависимостей. Наиболее контрастный результат наблюдается в 2025 году, когда положительная зависимость фиксируется практически для всех пар акций, что указывает на резкое усиление общего рыночного компонента.

Отдельное внимание было уделено анализу зависимостей с учетом временных лагов. Проведенный перебор лаговых комбинаций не выявил для российской выборки устойчивых эффектов опережения и запаздывания, допускающих содержательную экономическую интерпретацию. Это позволяет сделать вывод о том, что на дневном горизонте исследуемые бумаги в большей степени реагируют синхронно на общерыночные и отраслевые шоки, чем формируют устойчивые причинно-временные цепочки между отдельными эмитентами.

Сопоставление с зарубежной выборкой позволило выявить как общие закономерности, так и различия между рынками. Сравнение показало, что для обоих рынков характерно более сильное проявление внутрисекторных связей по сравнению с межсекторными, а устойчивые лаговые эффекты в обоих случаях выражены слабо. Вместе с тем российский рынок оказался более чувствительным к смене рыночного режима: в стрессовые периоды число положительных зависимостей здесь возрастает значительно сильнее, чем в зарубежной выборке. Зарубежный рынок, напротив, демонстрирует более устойчивую секторную структуру, при которой положительные связи чаще сохраняются внутри отдельных отраслей и реже переходят в почти полную межсекторную согласованность.

Практическая значимость выполненной работы состоит в том, что предложенный подход может использоваться при исследовании структуры совместного риска, анализе отраслевой согласованности и оценке степени диверсификации фондового портфеля.

Диверсификация по отраслям остается эффективным инструментом снижения риска. Большинство межотраслевых пар демонстрируют зависимость, близкую к независимой. Включение в портфель акций компаний из разных секторов экономики снижает влияние отраслевых шоков, поскольку матрицы зависимостей показывают, что наиболее устойчивые положительные связи чаще проявляются внутри отдельных секторных кластеров, чем между ними. Внутрисекторные активы нередко обладают повышенной совместной рисковостью. Например, положительная зависимость между GAZP, NVTK и GZNF указывает на то, что одновременное включение нескольких

бумаг одного нефтегазового кластера ограничивает эффект диверсификации. Отсутствие выраженных лаговых эффектов означает, что использование простых запаздывающих стратегий на базе парных связей между российскими акциями вряд ли будет устойчиво прибыльным. Полученные результаты скорее поддерживают гипотезу об оперативном отражении информации в ценах ликвидных бумаг.

Таким образом, копула-подход оказывается полезным дополнением к традиционным корреляционным методам. Он позволяет выявлять и визуализировать структуру зависимости, не навязывая предположений о нормальности доходностей. Это особенно важно в периоды рыночных стрессов.

Перспективы дальнейшего развития исследования связаны с расширением набора активов, переходом к многомерным копулам, включением макроэкономических факторов, а также сопоставлением копула-подхода с другими современными методами анализа финансовых временных рядов.

- [1] Sklar A. // Publ. Inst. Statis. Univ. Paris. 1959. No.8. P. 229.
- [2] Пеникас Г.И. // Журнал новой экономической ассоциации. 2010. Т. 7. С. 24.
- [3] Фантащини Д. // Прикладная эконометрика. 2011. № 2(22). С. 98.
- [4] Фантащини Д. // Прикладная эконометрика. 2011. № 3(23). С. 98.
- [5] Бронштейн Е.М. и др. // Прикладная эконометрика. 2011. №2 2(2). С. 22.
- [6] Бронштейн Е.М., Зинурова А.Р. // Прикладная эконометрика. 2012. № 3(27). С. 109
- [7] Бородин Т.С., Лопатин И.И. // В кн.: Тр. XXIX научн. конф. по радиофизике.– Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2025. С. 417.

ДЕФОРМАЦИЯ, ИНДУЦИРОВАННАЯ ОБРАЗОВАНИЕМ ЯНУС-ЧАСТИЦ

В.Б. Федосеев

ННГУ им. Н.И. Лобачевского

Механическое напряжение может быть одним из термодинамических факторов, определяющих состояние расслаивающихся растворов. Это явление было описано в середине прошлого века [1, 2]. В частности, влияние сдвиговой деформации на фазовое состояние полимерных систем и сплавов описано в обзорах [3, 4, 5]. В [6] предложена интерпретация, основанная на термодинамическом описании эффекта формы и показано, что деформация пористой матрицы способна менять состав сосуществующих фаз во включениях, способствуя гомогенизации или расслаиванию смеси ограниченно растворимых компонентов.

Если предположить существование обратного эффекта, то фазовый переход может в свою очередь индуцировать деформацию. В материаловедении такие примеры есть, например, дисперсионное упрочнение или разрушение материалов, эффект памяти формы.

Целью этого сообщения является описание особого случая, при котором причиной деформации является изменение морфологии включений при изменениях типа сфера – янус-частица. Как любое изохорное искажение сферической формы, оно сопровождается изменением линейных размеров включений, приводящим к деформации окружающей матрицы.

Равновесная форма янус-частицы определена соотношением поверхностного натяжения межфазных границ. Деформация незначительна при хорошем смачивании возникающих фаз и увеличивается с ростом поверхностного натяжения межфазной границы до состояния абсолютного несмачивания [7–9]. В последнем случае относительные удлинение и сужение включения достигают 57% и –21% диаметра изохорной сферы соответственно.

Вариация поля упругих напряжений в результате образования янус-частиц

Для моделирования упругого поля использована электростатическая аналогия между уравнениями электростатики и теории упругости [10,11]. Напряжения окружающей частицу изотропной матрицы моделировались функцией $\sigma(r) \sim \delta V / r^3$, где радиус r отсчитывается от геометрических центров сферической частицы или каждой из фаз α и β , а роль заряда выполняет δV – дилатация матрицы около сферического включения. Для отдельных фаз дилатация определялась их объёмными долями $\delta V_\beta = \theta \delta V$, $\delta V_\alpha = (1 - \theta) \delta V$, где $\theta = V_\beta / V$ – объёмная доля фазы β , V и V_β – объёмы частицы и фазы. Далее использовано приближение $\delta V = \delta V_\alpha + \delta V_\beta$, при котором энтальпийные эффекты можно не учитывать.

На рис. 1 схематически показаны поля напряжений около сферической частицы (рис. 1а) и янус-частиц с разными $\theta = 50\%$, $\theta = 90\%$ соответственно (рис. 1б,в). На больших расстояниях различия упругого поля между этими состояниями сглаживаются.

Искажение исходного распределения упругих напряжений можно связать с расхождением геометрических центров исходной сферы и отдельных фаз, образующих янус-частицу.

Центры фаз могут не совпасть и при образовании конфигурации core-shell, но core-фаза не выходит за границы исходной сферы и не меняет упругое поле.

На рис. 2 показана вариация упругих напряжений $\delta\sigma(r) \sim (\delta V_\alpha/r_\alpha^3 + \delta V_\beta/r_\beta^3) - \delta V/r^3$ при преобразовании сферической частицы в янус-конфигурацию. Обозначим координаты исходной сферической частицы (x_0, y_0) , координаты центра янус-частицы (x_j, y_j) , центры фаз (x_α, y_α) , (x_β, y_β) . Рассмотрим случай с неподвижным центром частицы $(x_j, y_j) = (x_0, y_0)$, при этом координаты свяжем по правилу рычага: чем больше объёмная доля фазы, тем ближе она к центру частицы $(x_0 = x_\alpha + \theta(x_\beta - x_\alpha), y_0 = y_\beta = y_\alpha = 0)$. В этом случае точка (x_j, y_j) остаётся центром симметрии упругого поля, даже если при фазовом превращении образуются несимметричные частицы (рис. 3б).

Фазовое превращение приводит к росту напряжений в аксиальных областях и снижению их в радиальной области, там где размер частицы становится меньше.

Если в исходном и конечном состоянии центры частицы совпадают или близки $(x_j, y_j) \cong (x_0, y_0)$, упругое поле имеет квадрупольный момент (рис. 2, а – объёмная доля новой фазы 50%, б – объёмная доля новой фазы 90%).

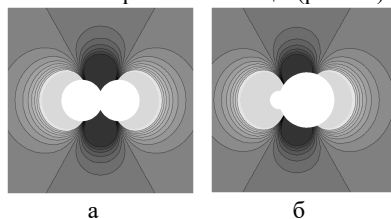


Рис. 2.

В общем случае образование янус-конфигурации может происходить со смещением геометрического центра частицы $(x_j, y_j) \neq (x_0, y_0)$. При этом меняется локализация областей увеличения и ослабления упругих напряжений, а также симметрия упругого поля (рис. 3). На рис. 3 представлена вариация упругих напряжений янус-частиц с $\theta = 70\%$ при разном положении геометрических центров исходной и конечной конфигурации: а – центр частицы смещён в сторону фазы с меньшим объёмом, б – центр частицы смещён в сторону фазы с большим объёмом

Квадрупольный момент исчезает с увеличением расстояния между исходным и конечным положением центра частицы, вместе с этим появляется и возрастает дипольный момент (рис. 3). Во всех случаях энергия упругого поля янус-частицы больше, чем у сферы. Заметим, что возникновение дипольного момента не следует связывать с изменением морфологии частиц. Дипольный момент появляется при смещении в упругой матрице любого объекта. Например, сдвигу центра сферы на δx соответствует $\delta\sigma(x, y) \sim (x^2 + y^2)^{-3/2} - ((x + \delta x)^2 + y^2)^{-3/2}$.

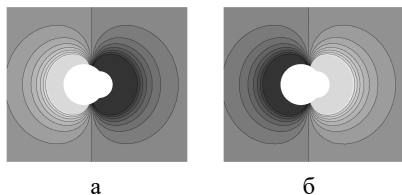


Рис. 3

Напряжения растут с той стороны, куда смещается сфера, и снижаются с противоположной. Как и в электростатике, суммарная энергия поля возрастает с ростом дипольного момента, поэтому смещение центра частицы становится невыгодным. Следствием является появление сил, стремящихся вернуть янус-частицу к исходному геометрическому центру (на

рис. 3 из состояний "а" и "б" в состояние $(x_j, y_j) = (x_0, y_0)$).

Причиной расхождения между исходным и конечным положением центра частицы может быть большая скорость фазового превращения. Сдвиг может возникать и под действием внешних сил и стать необратимым, если приводит к пластической деформации, "стирающей" исходную конфигурацию упругого поля.

Другим аспектом изменения морфологии частиц при фазовых превращениях является возникновение между ними упругих взаимодействий, подобных взаимодействиям между электрическими диполями и квадрупольями [12,13]. Результатом может быть притяжение, отталкивание или ориентация частиц. Случай взаимодействия упругих (дилатационных) диполей рассмотрен в [14].

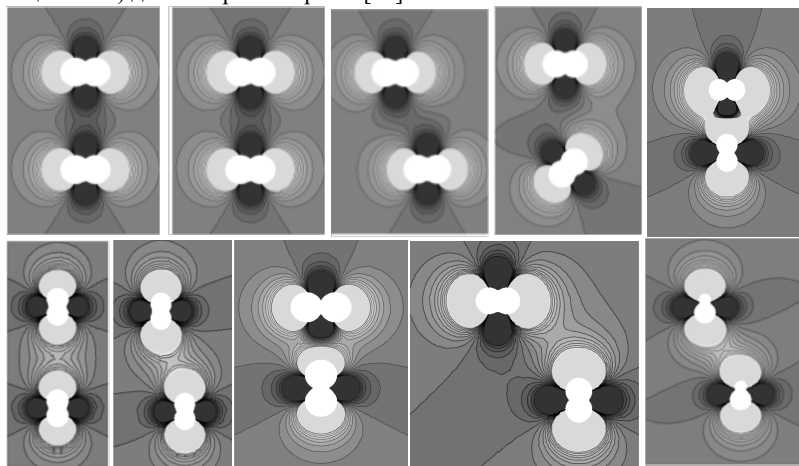


Рис. 4

Рис. 4 демонстрирует ряд примеров вариации упругих напряжений в окрестности двух одинаковых янус-частиц ($\theta = 50\%$) при разном расположении и ориентации.

Электростатическая аналогия позволяет видеть, что преобразование сферического включения в изохорную янус-частицу приводит к росту упругой энергии. В процессе релаксации избыточной свободной энергии система может использовать разные механизмы снижения упругих напряжений. В непластичной матрице возможно изменение ориентации за счёт сдвига и поворота соседних частиц, согласование ориентации формирующихся янус-частиц с полем окружающих частиц, перераспределение

компонентов фаз внутри частицы в соответствии с более выгодной ориентацией, гомогенизация и возврат к сферической форме с последующим образованием янус-частицы с более выгодной ориентацией, подавление фазового перехода либо переход частицы в метастабильные core-shell состояния. В пластичной матрице к этому можно добавить самоорганизацию, агрегацию или выталкивание частиц на поверхность.

Разнообразие механизмов допускает существование разных сценариев коллективного поведения частиц при фазовом превращении. Отклик матрицы композиционного материала на это поведение может представить самостоятельный интерес. Образование янус-частиц меняет характеристики, связанные с размером, формой, ориентацией и концентрацией дисперсной фазы, которые оказывают существенное влияние на свойства композиционного материала.

В конечном итоге равновесному состоянию соответствует минимум суммарной энергии частицы и матрицы, учитывающий изменения упругого поля и зарождение дефектов в окрестности частиц. Описанная взаимосвязь поля упругих напряжений с морфологией частиц позволяет утверждать, что внешнее воздействие на композиционный материал может противодействовать или содействовать фазовым превращениям с формированием янус-конфигурации.

- [1] Вшивков С.А., Куличихин С.Г., Русинова Е.В. // Успехи химии. 1998. Т. 67, № 3. С. 261.
- [2] Frenkel S. // Pure Appl. Chem. 1974. Vol. 38, no. 1–2. P. 117.
- [3] Малкин А.Я., Куличихин С.Г., Кожина В.А. // Высокомолекулярные соединения. Сер. А. 1996. Т. 38, № 8. С. 1403.
- [4] Malkin A.Y. // Advances in Colloid and Interface Science. Elsevier B.V. 2021. Vol. 290. P. 102381.
- [5] Разумов И.К. и др. // Успехи физических наук. 2020. Т. 190, № 8. С. 23.
- [6] Шишулин А.В., Федосеев В.Б. // ЖТФ. 2020. Т. 90, № 3. С. 358.
- [7] Fedoseev V.B. // Colloid J. 2025. Vol. 87, no. 6. P. 992.
- [8] Fedoseev V.B. // Tech. Phys. Lett. 2025. Vol. 51, no. 6. P. 20.
- [9] Федосеев В.Б. // Письма ЖТФ. 2025. Vol. 51, no. 11. P. 22.
- [10] Хирт Д.П., Лоте И. Теория дислокаций. – М.: Атомиздат, 1972. 599 с.
- [11] Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела. – М.: Наука, 1988. 744 с.
- [12] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика: Теория поля. – ФИЗМАТЛИТ, 2003. 536 с.
- [13] Каплан И.Г. Межмолекулярные взаимодействия. Физическая интерпретация, компьютерные расчеты и модельные потенциалы. – БИНОМ, 2014. 394 с.
- [14] Кукушкин С.А., Осипов А.В. // ФТП. 2013. Т. 47, № 12. С. 1575.

К ВОПРОСУ ОБ ИССЛЕДОВАНИИ ШУМОВ ПРИМЕНИТЕЛЬНО К АКУСТИКО-ЭМИССИОННОМУ МЕТОДУ НЕРАЗРУШАЮЩЕГО КОНТРОЛЯ

Н.Е. Казачек¹⁾, С.В. Казачек²⁾

¹⁾ ННГУ им. Н.И.Лобачевского

²⁾ АО «Гипрогазцентр»

Из всех методов неразрушающего контроля метод акустической эмиссии (АЭ) один из самых эффективных и масштабных способов обнаружения дефектов. Метод АЭ в автоматическом режиме осуществляет измерение и обработку акустических сигналов. В качестве оборудования в методе АЭ, как пример, рассмотрим, акустико-эмиссионный измерительный комплекс «Лель»/A-Line 32D (DDM). Комплекс «Лель» предназначен для проведения неразрушающего контроля и оценки состояния ответственных объектов, подведомственных Ростехнадзору. В основе оборудования лежит возможность классифицировать дефекты не по размерам, а по степени опасности для конструкции в реальном времени [1].

Метод АЭ, это помехозависимый метод и несмотря на внедрение в инженерную практику улучшенных прецизионных измерительных усилителей, цифровой обработки сигналов с помощью специальных программ не находит должного использования в объеме РФ. Одной из важнейших проблем акустико-эмиссионного контроля является снижение шумов в акустическом сигнале. Известно, отношение сигнал/шум – безразмерная величина, равная отношению мощности полезного сигнала к мощности шума:

$$\text{ОШ} = P_{\text{сигнал}}/P_{\text{шум}} = A_{\text{сигнал}}^2/A_{\text{шум}}^2,$$

где P – средняя мощность сигнала, A – среднеквадратичное значение амплитуды [2].

Шумы разделяют на естественные и технические, аддитивные и мультипликативные. Исторически техническим шумом называли фликкерный шум, довольно специфический тип шума. Рассмотрим фликкерный шум, именно данный тип шума вносит наиболее весомый вклад в помехи при регистрации сигнала акустической эмиссии. Фликкерный шум был обнаружен Джонсоном в 1925 году. Теорию шума и его название было предложено Шоттки в 1926 году. Шоттки была установлена обратно пропорциональная зависимость между спектром $\langle x^2 \rangle_n >_f$ шумового тока и самим током $i_n(t)$. Отличительной чертой фликкерного-шума является форма его спектра. Если обозначить через $x(t)$ фликкерный случайный процесс, то спектр этого процесса можно выразить выражением: $\langle x^2 \rangle_n >_f = A/f^\gamma$. (1).

Параметр A в этом выражении специального значения не имеет, считается, что он численно равен высоте спектра на частоте 1 Гц. Параметр γ называется «параметром формы спектра», его величина близка к единице. Из-за того, что параметр A формы спектра, принимает значение близкое к единице, то и спектр (1) имеет частотную зависимость вида $1/f$ фликкерный шум называют « $1/f$ -шумом». Фликкерный шум – низкочастотный шум, который присутствует не только в прецизионных измерительных устройствах, уровень, совершенства которых важен для осуществления метода АЭ. Многочисленными экспериментальными исследованиями установлено, что фликкерный шум, наблюдаемый практически в любых аналоговых электронных устройствах, источниками которого могут являться неоднородности в проводящей среде, при

многочисленных исследованиях низкочастотного шума, при его многообразии, природа его до конца не изучена. Определенный интерес имеет та сторона фликкер-шума, а именно его проявление в прецизионных измерительных приборах. Автором статьи F.N. Hooge [3] было проведено исследование фликкер-шума при работе операционного усилителя ADA4622-2, был получен график спектральной плотности напряжения в системе координат $< x^2_n >_f$, и f в двойном логарифмическом масштабе.

На рис. 1 представлен график спектральной плотности напряжения шума операционного усилителя ADA4622-2, на нем можно выделить две характерные области. Левая часть графика – область $1/f$ -шума, а в правой части графика преобладает широкополосный шум. Точка пересечения между областями $1/f$ -шума и широкополосного шума называется $1/f$ -углом. Было установлено, что угол $1/f$ -излома зависит от конкретного операционного усилителя. С помощью значений угла $1/f$ -излома можно выбрать оборудование для метода АЭ при мониторинге трубопровода, где «сигнал/шум», будет наибольший.

Фликкер шум способен ограничить эффективность любого прецизионного низкочастотного оборудования. В настоящее время борьба с шумом происходит с применением различных фильтров, а также определенными действиями таких как стабилизация прерыванием, переменное возбуждение. Эти методы имеют свои недостатки; незначительно устраняют действие шума.

Коган в заключении своей статьи «Низкочастотный токовый шум» предполагает, что возникновение и перемещение дефектов в проводниках каким-то образом связано с возникновением $1/f$ -шумом.

В результате обзора многих статей можно сказать, что фликкер-шум – это достаточно распространённое явление. Причины возникновения которого зависят от природы объекта исследования. Общее значение объектов состоит в том, что фликкер-шум выступает как спутник необратимых процессов и несет информацию о них. Главная цель исследования шума, состояла в том, чтобы найти способы его подавления. Эта задача в какой-то степени решена. Однако фликкер-шум может являться источником информации об объекте и процессах, протекающих в нем. Такое предположение, внес автор А.А. Шульгинов в своей статье «Разработка источника фликкер – шума для целей неразрушающего контроля» Автор разделяет шум на два вида, один из которых, так называемый локальный шум, звучание отдельных зёрен металла и нелокальный, который связан с ростом дефектов внутри объекта. Именно нелокальный шум представляет интерес для методов неразрушающего контроля. Статья была опубликована в Вестнике ЮУрГУ, №7, 2001г.

В поддержку данной идеи автора приведен пример, независимый, от идеи автора статьи.

В УКЭР ОАО «Газ» одновременно с проведением стендовых испытаний рессор на усталость, амплитуда нагружения равна 300 МПа, крепились датчики для записи

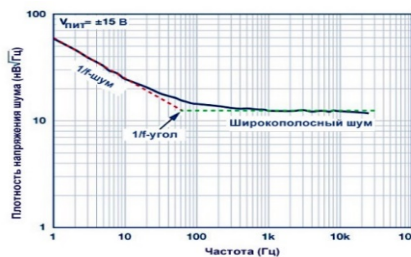


Рис. 1

звукового сигнала. Запись проводилась в разные моменты времени и были связаны с циклом наработки.

На рисунках 2 и 3 показаны временные диаграммы мощности вибраций рессоры автомобиля ГАЗ-3110 «Волга», при стендовых испытаниях на усталость. Представляют собой случайный процесс с нулевым средним, состоящий из собственных колебаний рессоры в смеси с шумом измерения. Затем с помощью специальной программы выбрали пять реализаций, для лучшего представления картины. наблюдений.

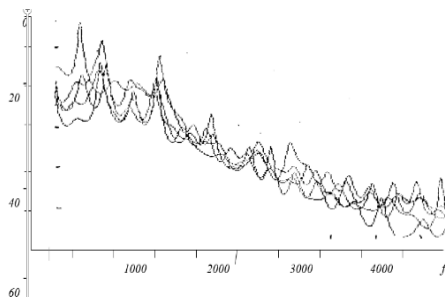


Рис. 2

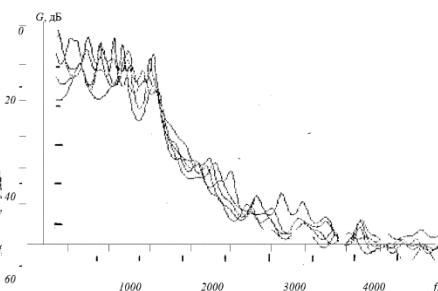


Рис. 3

В рессоре под воздействием внешних сил возникают вибрационные процессы, которые оценивались с помощью методов спектрального анализа, метода минимакса энтропии. Метод анализа случайных временных процессов с высоким разрешением в условиях малых выборок. Основополагающей идеей метода является распараллеливание осуществляемой обработки наблюдений в нескольких независимых частотных каналах с последующем объединением результатов.

Проанализировано 120 спектрограмм. Частота собственных колебаний рессор лежит в интервале 20 – 5000Гц. Отмечен эффект концентрации спектра мощности вибраций в низкочастотной части спектра, степень которой зависит от наработки рессоры при испытаниях на усталость.

Интересен тот факт, что график спектральной плотности напряжения шума по внешнему виду совпадает с графиком кривой усталости (рис. 4), где устанавливается зависимость между пределом выносливости и числом циклов наработки.

Как характеристики шумов, так и кривой усталости отражают состояние структуры. Довольно естественной представляется идея связать низкочастотный шум, а конкретно $1/f$ -шум, с релаксационными явлениями в твердых телах. Обратное время релаксации в твердых телах совпадает с частотой на которых наблюдается $1/f$ -шум.

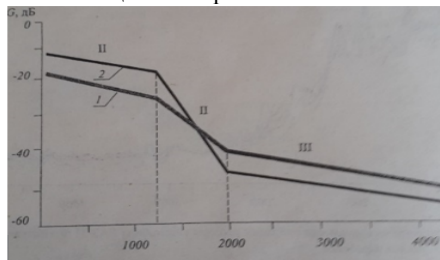


Рис. 4

Для сравнения; с опубликованными данными, получаем тот же угол, но только в зеркальном отображении.

В работе установлена связь между плотностью напряжения $1/f$ -шума при низких частотах и пределом выносливости, исследуемого объекта. Как характеристики шумов, так и кривой усталости отражают состояние структуры объекта.

В связи с ранее сказанным на рис. 2-3 представлены, как пример, спектрограммы вибраций рессор с помощью спектрального анализа [4]. Получены оценки спектров мощности колебаний рессор одной установки рессоры на стенде в разные моменты времени (от постановки на стенд до разрушения). Проанализировано 120 спектрограмм. Частота собственных колебаний рессор лежат в интервале 20 – 5000 Гц. Отмечен эффект концентрации спектра мощности вибраций в низкочастотной части спектра, степень которой зависит от наработки рессоры при испытаниях на усталость. Наблюдается в какой-то степени схожесть между рис. 1 и рис. 4. а именно, концентрация спектров мощности вибраций происходит в низкочастотной области спектра.

Выводы

1. Физическая природа возникновения $1/f$ -шума в твердых телах окончательно не выяснена.

Естественной представляется идея связать низкочастотный шум, а конкретно $1/f$ -шум, с релаксационными явлениями в твердых телах.

2. Возможность использования шума (помех), в частности, в методе акустической эмиссии или создании методики диагностики состояния объекта, именно с применением шума и его пригодность в дальнейшем использовании как метода.

3. Изучение шумов, в большей степени фликкерного-шума, является важной задачей специалистов, осуществляющих контроль работы магистральных газопроводов, в частности широкого использования методов АЭ, как надежного, информативного варианта.

- [1] Казачек Н.Е., Казачек С.В. // Обзорение прикладной и промышленной математики. — М.: Редакция журнала «ОП и ПМ», 2015. Т. 22, Вып. 5. 2. С. 585.
- [2] Якимов А. В. Физика шумов и флуктуация параметров. Электронное учебное пособие. — Нижний Новгород, 2013. 108 с.
- [3] Hooge F.N. “ $1/f$ Noise Sources.” // IEEE Transactions on Electron Devices. 2011. Vol. 41.

ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ НА ТОНКОМ СЛОЕ ВЕЩЕСТВА С ТЕНЗОРНОЙ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТЬЮ И ИХ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ПРОЦЕССОВ В ЛАМПЕ С БЕГУЩЕЙ ВОЛНОЙ

А.Е. Китаев

АО "ННПО имени М. В. Фрунзе"

Введение

В докладе в качестве упрощенной «ЛБВ-подобной» системы рассматривается ленточный электронный пучок над гребенчатой поверхностью. Предварительно выводятся граничные условия на бесконечно тонком слое бесконечно плотного диэлектрика. Также перед переходом к случаю электронного пучка исследуются более простые системы (например, тонкий слой диэлектрика над идеально проводящей поверхностью). Важной целью исследования можно считать включение ряда задач о различных конфигурациях лампы с бегущей волной (и родственных приборов) в более широкий класс электродинамических задач о распространении волн в пространстве с кусочно-постоянными значениями тензорной диэлектрической проницаемости. После этого задание конкретного выражения для диэлектрической проницаемости позволяет свести одну задачу к другой. В докладе используются $\exp(-i\omega t)$ -процессы.

Методика исследования

Рассмотрим δ -образный слой диэлектрика с тензорной диэлектрической проницаемостью. Пусть толщина слоя стремится к нулю, а проницаемость диэлектрика – к бесконечности (имеется в виду абсолютная величина части компонент тензора диэлектрической проницаемости). По обеим сторонам от слоя находятся среды со скалярной диэлектрической проницаемостью (различной). Также внутри слоя и по бокам от него задана постоянная скалярная магнитная проницаемость μ . Введем координатные орты $\mathbf{m}$, $\mathbf{\tau}$, $\mathbf{n}$, образующие правую тройку: орт $\mathbf{m}$ направлен на нас, орт $\mathbf{\tau}$ – вправо, а орт $\mathbf{n}$ – вверх, в сторону первой среды (см.

1). Запишем диэлектрическую проницаемость с помощью единой формулы, используя δ -функцию и ступенчатую функцию $h(x)$ Хевисайда:

$$\hat{\epsilon} = \epsilon_1 E h(n) + \epsilon_2 E h(-n) + a \delta(n). \quad (1)$$

Здесь n – поперечная координата (увеличивающаяся в направлении вектора $\mathbf{n}$), a – тензор, а E – единичный тензор (тензор Кронекера, записанный в матричном виде).

Нас будет интересовать вывод граничных условий для тангенциальных составляющих электрического и магнитного поля на таком диэлектрическом слое (уточним еще раз: диэлектрическая проницаемость имеет тензорный вид только в δ -образном слое, по бокам она – скалярная). При этом производятся действия, аналогичные действиям при выводе обычных граничных условий (например, интегрирование «роторного» уравнения Максвелла для $\mathbf{H}$ по площади, охваченной контуром L – см. рис. 1). Вводится дополнительное упрощение – недиагональная компонента ϵ_{mn} равна 0.

(2)

$$H_{2\tau} - H_{1\tau} = \frac{4}{c} j_{(es)m} - \frac{i}{c} (a_{m\tau} E_{\tau}(0) + a_{mm} E_m(0)).$$

Запишем сразу интересующие нас граничные условия:

Уточним обозначения для тока j – индекс «e» означает, что ток j – электрический, индекс «s» - что в формулу входит не объемная, а поверхностная плотность этого тока, а индекс «m» - что мы имеем дело с проекцией вектора поверхностной плотности тока на орт m .

Можно получить формулы граничных условий для различных конфигураций прямоугольных координат x, y, z (здесь они не приводятся).

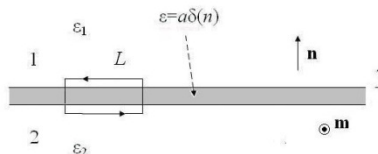


Рис. 1

Пример использования граничных условий – волны в тонком слое диэлектрика (с диагональным тензором диэлектрической проницаемости) над идеально проводящей поверхностью

Рассмотрим электродинамическую систему следующего вида – как на рис. 2 (тонкий слой «плотного» диэлектрика над идеально проводящей поверхностью). Для простоты положим, что $\varepsilon = 1$ и $\mu = 1$ за пределами идеального проводника и диэлектрического слоя.

Пусть имеются лишь компоненты E_z , E_y , H_x (ТМ- или Е-поляризация электромагнитного поля).

Запишем дисперсионное уравнение для волн в данной структуре:

$$-\frac{iga_{zz}}{2} (\exp(2igd) - 1) = 1. \quad (3)$$

Здесь g – поперечное волновое число, которое выражается через циклическую частоту и продольное волновое число h :

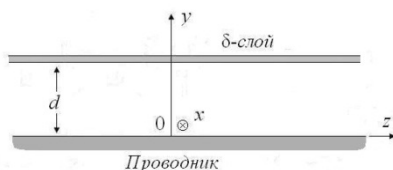


Рис. 2

$$g = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - h^2}. \quad ((4)4)$$

a_{zz} —это множитель в одной из диагональных компонент тензора диэлектрической проницаемости (для δ -образного слоя вещества).

Плоский электронный пучок как диэлектрический слой

Уточним возможную физическую природу диэлектрика из предыдущего пункта следующим образом. Пусть этот слой представляет собой бесконечно тонкий плотный пучок электронов, летящих со скоростью V . От разлета пучок предохраняет магнитная фокусировка, отрицательный заряд электронов скомпенсирован «присоединившимися» ионами. То есть фактически мы имеем дело с ленточным потоком замагниченной плазмы.

В случае, когда плазма находится в магнитном поле, ее диэлектрическая проницаемость является тензором. Если постоянное магнитное поле направлено вдоль оси z , компоненты тензора следующие (см. [1]):

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} &= 1 - \frac{H_p^2}{\omega^2 - \omega_H^2}, & \omega_H &= \frac{e|\mathbf{H}|}{mc}, & \omega_p^2 &= \frac{4\pi e^2 n_e}{m}, \\ \varepsilon_{zz} &= 1 - \frac{H_p^2}{\omega^2}, & \varepsilon_{xy} = -\varepsilon_{yx} &= i \frac{H_p^2}{\omega(\omega^2 - \omega_H^2)}. \end{aligned} \quad (5)$$

Остальные компоненты тензора равны нулю. n_e — это концентрация электронов в пучке.

При неограниченном увеличении напряженности магнитного поля $\mathbf{H}$ недиагональные компоненты тензора стремятся к нулю, ε_{xx} и ε_{yy} — к единице, третья диагональная компонента ε_{zz} остается неизменной (то есть тензор становится диагональным). Это означает, что электроны, входящие в состав плазмы, могут сдвигаться под влиянием переменного электрического поля (и проявлять свои плазменные свойства) только вдоль оси z , а не в произвольных направлениях. Чтобы учесть поступательное движение плазмы, циклическая частота ω заменяется выражением $(\omega - hV)$. В итоге мы получаем выражение для ε_{zz} :

$$\varepsilon_{zz} = 1 - \frac{\omega_p^2}{(\omega - hV)^2}. \quad (6)$$

В нашем случае, когда концентрация n_e частиц в пучке будет стремиться к бесконечности, мы пренебрежем единицей в формуле для этой компоненты диэлектрической проницаемости (фактически заменив диэлектрическую проницаемость поляризуемостью, умноженной на 4π). После этого мы перейдем к использованию «поверхностной концентрации» n_{es} и «поверхностного плазменного параметра» ω_{ps} (родственного плазменной частоте, но имеющего другую размерность: $(\text{см})^{1/2}/\text{сек}$). Тогда

$$a_{zz} = -\frac{2\omega_{ps}^2}{(\omega - hV)^2}, \quad \omega_{ps}^2 = \frac{2\pi e^2 n_{es}}{m}. \quad (7)$$

Плоский электронный пучок над гребенчатой поверхностью

Пусть на рисунке 2 внизу вместо металла (идеального проводника) находится гребенчатая поверхность (причем $hD \ll 1$, D – период гребенчатой структуры, см., например, [2]). В этом случае граничное условие $E_z = 0$ при $y=0$ будет заменено следующим:

$$\frac{E_z|_{y=0}}{H_x|_{y=0}} = tg(kl)i. \quad (8)$$

Величина l – глубина гребенки, а $k = \omega/c$. Именно такая система здесь считается упрощенной моделью лампы с бегущей волной (ЛБВ).

Сразу запишем получающееся дисперсионное уравнение, где a_{zz} уже выражено через поверхностный плазменный параметр:

$$(\omega - hV)^2 = \omega_{ps}^2 p (1 - \exp(-2pd)) \frac{1 + \frac{\omega}{cp} tg(\frac{\omega}{c} l)}{1 - \frac{\omega}{cp} tg(\frac{\omega}{c} l)}. \quad (9)$$

Здесь

$$p = \sqrt{h^2 - \frac{\omega^2}{c^2}}. \quad (10)$$

Разумеется, схожее выражение можно записать и с использованием поперечного волнового числа g (вместо p).

Графики действительной и мнимой части продольного волнового числа h могут быть построены посредством численных расчетов (например, в пакете символьной математики Wolfram Mathematica).

Представляет интерес сравнение приведенных в докладе результатов с результатами, следующими из традиционной теории ЛБВ (см., например, [3]). Но так как традиционная теория ЛБВ разработана для систем с ограниченной площадью поперечного сечения, для корректного сравнения желательно сначала решить с помощью использованного здесь метода конечную по площади задачу (например, задачу с цилиндрической симметрией). И провести сравнение уже для нее. Это должно стать предметом дальнейших исследований.

- [1] Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П. Теория Волн. – М.: Наука, 1979. 384 с.
- [2] Вайнштейн Л.А. Электромагнитные волны. – М.: Радио и связь. 1988, 440 с.
- [3] Гилмор-мл. А.С. Лампы с бегущей волной. – М.: Техносфера. 2013. 616 с.

ОПИСАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СВЕРХПРОВОДНИКОВ И МАГНИТНОГО ПОЛЯ ПОСРЕДСТВОМ НЕЛИНЕЙНОСТИ 5-ГО ПОРЯДКА

А.Е. Китаев

АО "ННПО имени М. В. Фрунзе"

Введение

Уже давно были сформулированы феноменологические уравнения для описания сверхпроводящего состояния вещества. Важнейшие примеры - это теория Лондонов (30-е годы XX века) и теория Гинзбурга-Ландау, в которой используется стационарное уравнение Шредингера с нелинейностью третьей степени (1950 г.- см. [1]). Недостатком дифференциальных уравнений, которые рассмотрены в этих теориях, является то, что из них самих, без привлечения дополнительных термодинамических соотношений, никак не выводится тот факт, что достаточно сильные магнитные поля разрушают сверхпроводящее состояние. Здесь будет предложен вариант уравнений, в которые заложен эффект подавления сверхпроводимости.

Методика исследования

Итак, уравнение Гинзбурга-Ландау является дифференциальным уравнением с нелинейностью третьей степени. Область применимости теории Гинзбурга-Ландау ограничена близостью температуры системы к критической температуре [2]. Для того, чтобы описать более широкий диапазон температур (и магнитных полей), в докладе предлагается перейти к нелинейности более высокого порядка. Рассмотрим уравнение со смешанной нелинейностью третьего и пятого порядка (типа «cubic-quintic»). В него введено дополнительное слагаемое, которое учитывает тот факт, что система обладает магнитным моментом M :

$$\frac{1}{2m}(-i\hbar - \frac{e}{c}\mathbf{A})^2 - (\mathbf{H}\mathbf{M})\Psi + U\Psi - \alpha V|\Psi|^2 + \frac{b}{4}V|\Psi|^4\Psi = 0. \quad (1)$$

Величины α и b в (1) – некоторые параметры, V – объем сверхпроводника, $\mathbf{A}$ – векторный потенциал магнитного поля, U – некоторый скалярный потенциал (мы будем считать его равным нулю). Заряд частицы e в данном уравнении – алгебраическая величина, которая может быть отрицательной (для электрона $e = -|e|$). $\mathbf{H}$ – напряженность «внешнего» магнитного поля, приложенного к системе (для простоты будем считать его однородным). Вспомним, что в магнитном поле классическая система с магнитным моментом стремится «перевернуться». Это дает повод заподозрить, что именно квантовый аналог такого «переворота» разрушает сверхпроводимость.

Запишем объемную плотность магнитного момента сверхпроводника (который считается идеальным диамагнетиком):

$$\mathbf{m} = -\frac{\mathbf{H}}{4}. \quad (2)$$

Полный магнитный момент сверхпроводника можно выразить так:

$$\mathbf{M} = \mathbf{m}V = -\frac{\mathbf{H}}{4}V. \quad (3)$$

Уравнение (1) в результате выглядит следующим образом:

$$\frac{1}{2m}(-i\hbar - \frac{e}{c}\mathbf{A})^2\psi + \frac{\mathbf{H}^2}{4}V\psi + U - \alpha V|\psi|^2 + \frac{b}{4}V|\psi|^4\psi = 0. \quad (4)$$

Предположим, что первое слагаемое в уравнении (4) равно нулю. Почему? Довод, подтверждающий это предположение для системы с цилиндрической симметрией, мы приведем чуть позже.

Также предположим, что вектор $\mathbf{H}$ присутствие сверхпроводника не изменяет (позже мы вернемся к этому вопросу). В итоге для внутренней области мы получаем:

$$\frac{\mathbf{H}^2}{4}V\psi - \alpha V|\psi|^2 + \frac{b}{4}V|\psi|^4\psi = 0. \quad (5)$$

Сокращая в уравнении (5) величины V и ψ , мы придем к квадратному уравнению относительно квадрата модуля волновой функции (равного концентрации сверхпроводящих электронов). Решим его:

$$|\psi|^2 = \frac{2}{b}(1 \pm \sqrt{1 - \frac{b}{\alpha^2} \frac{\mathbf{H}^2}{4\pi}}). \quad (6)$$

Теперь уточним значения параметров α и b . Предположим, что

$$\alpha = \frac{H_0^2(T_c^2 - T^2)^2}{\pi n_0(T_c^4 - T^4)}, \quad b = \frac{4H_0^2 T_c^4 (T_c^2 - T^2)^2}{\pi n_0^2 (T_c^4 - T^4)^2}. \quad (7)$$

В этих соотношениях T – температура сверхпроводника, T_c – критическая температура (температура перехода в сверхпроводящее состояние), H_0 – критическое магнитное поле при нулевой температуре, n_0 – концентрация свободных электронов в материале сверхпроводника (всех свободных электронов, а не только сверхпроводящих).

Подставляя в выражение (6) значения b и α из (7), мы получим:

$$|\psi|^2 = \frac{n_0}{2}(1 - \frac{T^4}{T_c^4})(1 \pm \sqrt{1 - \frac{T_c^4}{(T_c^2 - T^2)^2} \frac{\mathbf{H}^2}{H_0^2}}). \quad (8)$$

Квадрат модуля в формуле (8) должен быть действительным неотрицательным числом. Если

$$\mathbf{H}^2 > \frac{(T_c^2 - T^2)^2 H_0^2}{T_c^4}, \quad (9)$$

под знаком квадратного корня мы имеем отрицательное число, и квадрат модуля становится комплексным. Чтобы избежать этого противоречия, магнитное поле должно быть достаточно малым. Таким образом, мы приходим к выражению для критического (граничного) магнитного поля:

$$|\mathbf{H}| = \frac{(T_c^2 - T^2)H_0}{T_c^2}. \quad (10)$$

Это выражение совпадает с общеизвестным выражением для критического магнитного поля, зависящего от температуры [2].

В самом простом случае равенства магнитного поля нулю мы получаем выражение для концентрации сверхпроводящих электронов n (выбрав в формуле (8) знак «+»):

$$n = |\Psi|^2 = n_0 \left(1 - \frac{T^4}{T_c^4}\right). \quad (11)$$

Это выражение совпадает с формулой для концентрации сверхпроводящих электронов, приведенной в [3] (ее можно получить, используя приближенное эмпирическое выражение для глубины проникновения магнитного поля в сверхпроводник со стороны 32 в книге [2]).

Перейдем к задаче о нахождении конкретного вида волновой функции в системе с цилиндрической симметрией (которая представляет собой трубку из сверхпроводящего вещества, где d_0 – толщина стенки трубки, а r_0 – радиус внутреннего отверстия). Здесь будет представлено только начало решения, но уже это позволит подтвердить сделанное в начале доклада предположение.

Нам будет удобно представить волновую функцию в следующем виде:

$$\Psi = a_0 \exp \frac{iS}{\hbar}. \quad (12)$$

Если $\text{div} \mathbf{A} = 0$, мы получим следующие уравнения для a_0 , S и $\mathbf{A}$:

$$\begin{aligned} -a_0 \frac{\partial S}{\partial t} = & -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 a_0 + \frac{a_0}{2m} \left(\nabla S - \frac{e}{c} \mathbf{A} \right)^2 + \\ & + \left(\frac{(\text{rot} \mathbf{A})^2}{4\pi\mu^2} V + U \right) a_0 - \alpha V a_0^3 + \frac{b}{4} V a_0^5, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\frac{\partial a_0}{\partial t} = -\frac{1}{m} a_0 \left(S - \frac{e}{c} \mathbf{A} \right) - \frac{a_0}{2m} \nabla^2 S,$$

$$\nabla^2 \mathbf{A} = -\frac{4}{mc} e a_0^2 \left(\nabla S - \frac{e}{c} \mathbf{A} \right).$$

Тут уместно отметить: в сверхпроводнике проницаемость μ нулевая. Но и $(\text{rot} \mathbf{A})^2$ в глубине сверхпроводника стремится к нулю. Фактически выше было сделано допущение: отношение $(\text{rot} \mathbf{A})^2$ и μ^2 равно квадрату напряженности внешнего поля (H^2).

В центральной полости (в отверстии трубки) мы представим поле векторного потенциала в следующем виде:

$$A_\varphi = r \frac{H}{2}. \quad (14)$$

Такому векторному потенциалу соответствует однородное магнитное поле с напряженностью H (будем считать эту величину заданной).

В наружной области будем искать поле векторного потенциала в виде, отличающемся от (14):

$$A_\varphi = (r_0 + d_0)^2 \frac{H_2}{r}. \quad (15)$$

Это поле является безвихревым (его ротор равен нулю). H_2 – неизвестный параметр (имеющий размерность напряженности магнитного поля).

И, наконец, поле векторного потенциала внутри стенки трубки можно представить в следующем виде:

$$A_\varphi = (r_0)^2 \frac{H_1}{r} + DK_1\left(\frac{r}{\lambda}\right) + CI_1\left(\frac{r}{\lambda}\right), \quad \lambda^2 = \frac{mc^2}{4\pi e^2 n}. \quad (16)$$

I_1 и K_1 в этом выражении – модифицированные функции Бесселя первого и второго рода. H_1 , C и D – неизвестные числовые параметры. Для того, чтобы предполагаемое решение (16) удовлетворяло уравнению для A (третьему уравнению (13)), нужно, чтобы безвихревая часть этого решения (первое слагаемое) была скомпенсирована градиентом величины S :

$$\nabla S = \frac{e}{c} A_{no-sol}. \quad (17)$$

Здесь индекс «*no-sol*» означает «несолеоидаальный» (или «безвихревой»).

Заключение

Дальнейшие выкладки с использованием граничных условий и с нахождением магнитного потока здесь не приводятся. Вернемся к обнулению первого слагаемого уравнения (4) в глубине сверхпроводника, которое было сделано в начале доклада. После только что описанной компенсации несолеоидальной части поля A градиентом S полевое уравнение (третье уравнение (13)) фактически превращается в уравнение Лондонов для солеоидальных слагаемых поля A . И, как известно, эти солеоидальные слагаемые внутрь сверхпроводника не проникают. Разумно предположить, что функция a_0 в глубине образца будет стремиться к константе. Именно поэтому первое слагаемое в уравнении (4) можно считать в рассматриваемой цилиндрической системе нулевым (как и первые два слагаемых в правой части первого уравнения (13)). По-видимому, в произвольном образце сверхпроводника дела будут обстоять так же (этот вопрос, конечно же, требует более подробного обоснования и изучения).

- [1] Ландау Л.Д. Собрание трудов. Т2 — М.: Наука, 1969. 130 с.
- [2] Шмидт В.В. Введение в физику сверхпроводников — М.: Наука, 1982. 240 с.
- [3] Осипов К.А., Варюхин А.Н., Захарченко В.С., Гелиев А.В. // Успехи прикладной физики. 2023. Т. 11, № 6. С. 473.

НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА И ПРОЦЕССЫ СИНХРОНИЗАЦИИ В СИСТЕМЕ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ АСТРОЦИТОВ

Л.П. Никифорова, С.Ю. Маковкин

ННГУ им. Н.И. Лобачевского

Исследование механизмов генерации, синхронизации и распространения сигналов в нейрон-астроцитарных сетях является одной из актуальных задач современной вычислительной нейронауки. В настоящее время астроциты рассматриваются не только как вспомогательные клетки нервной ткани, но и как активные участники процессов обработки и передачи информации. Их активность проявляется через кальциевую динамику, которая может демонстрировать широкий спектр режимов — от стационарных состояний до сложных колебательных и хаотических процессов.

В работе исследуется модель кальциевой динамики астроцита Уллаха–Юнга [1], описываемая системой нелинейных дифференциальных уравнений. Основное внимание уделяется анализу бифуркационных механизмов возникновения автоколебаний и переходов между различными динамическими режимами [2, 3]. В качестве управляющего параметра рассматривается концентрация IP_3^* , для которой строятся бифуркационные диаграммы по максимумам и минимумам концентрации кальция. Проведён анализ устойчивых состояний, предельных циклов и областей бистабильности. На бифуркационной диаграмме можно наблюдать области существования устойчивых состояний и автоколебательных режимов, а также гистерезисные переходы при увеличении и уменьшении управляющего параметра (рис. 1).

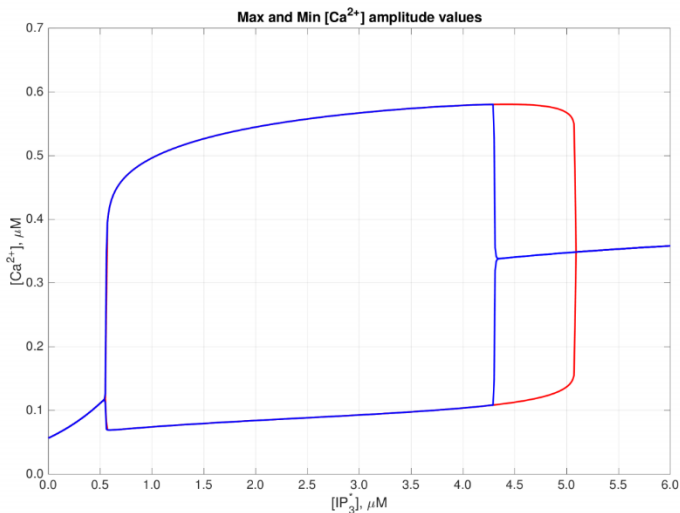


Рис. 1

Дополнительно исследуется отклик астроцита на внешнее периодическое импульсное воздействие [4]. Показано, что изменение периода стимуляции приводит к последовательной смене динамических режимов: от регулярных колебаний к сложным нерегулярным режимам. Для количественной идентификации хаотической динамики вычисляются показатели Ляпунова, позволяющие выделять области регулярного и хаотического поведения системы. Пример перехода от регулярной динамики к хаосу демонстрируется на зависимости максимальной концентрации кальция и старшего показателя Ляпунова от периода внешней стимуляции (рис. 2).

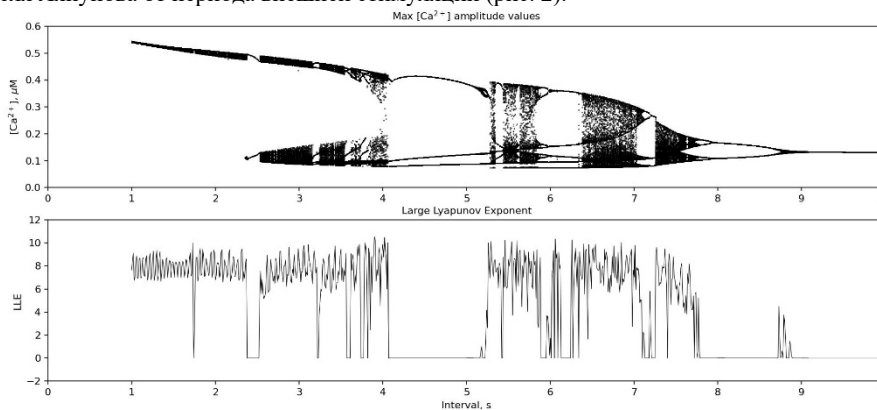


Рис. 2

Далее рассматриваются взаимодействия двух астроцитов, связанных диффузионным механизмом. Рассмотрены случаи как одинаковых, так и различных собственных частот астроцитов, задаваемых параметром v_4 . Для анализа синхронизации используются мгновенные частоты, разности фаз и среднеквадратичные отклонения фазового сдвига. Для пары идентичных астроцитов исследованы переходы между синфазным и противофазным режимами при изменении силы связи. Для астроцитов с различными собственными частотами построены параметрические диаграммы на плоскости «сила связи — расстройка частот», позволившие определить области частотной и фазовой синхронизации, а также режимы несогласованной динамики (рис. 3).

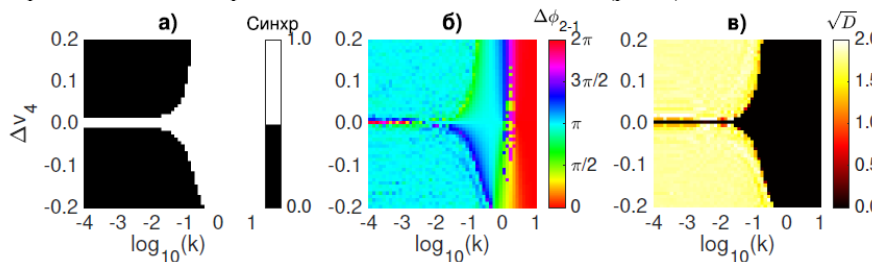


Рис. 3

Заключительный этап работы посвящён исследованию распространения возбуждения в нейрон-астроцитарной сети. Каждый астроцит взаимодействует с группой нейронов и способен изменять эффективность нейронных связей. Схема исследуемой сети представлена на рис. 4.

Проведён анализ распространения импульсного сигнала по сети при различных значениях параметра астроцитарного воздействия. Показано, что астроцитарный слой способен как ускорять, так и замедлять передачу возбуждения, изменяя время прохождения сигнала через сеть. Соответствующие зависимости времени распространения сигнала от параметров астроцитарного влияния представлены на рис. 5. Полученные результаты демонстрируют существенную роль астроцитов в формировании коллективной динамики нейронных ансамблей и регуляции процессов передачи информации в сложных нейрон-астроцитарных системах.

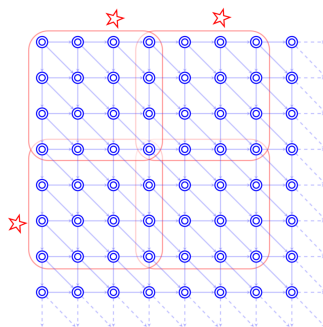


Рис. 4

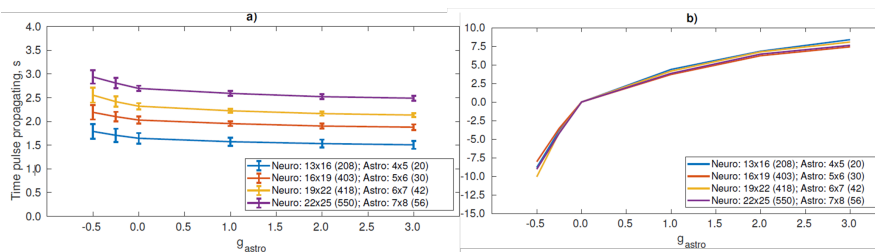


Рис. 5

Практическая значимость работы заключается в возможности использования полученных результатов для исследования механизмов кальциевой сигнализации, синхронизации и распространения возбуждения в нейрон-астроцитарных сетях, а также для анализа процессов, связанных с нарушением передачи информации и возникновением патологических режимов активности мозга.

- [1] Ullah G., Jung P., Cornell-Bell A.H. // Cell Calcium. 2006. Vol. 39. P. 197.
- [2] Makovkin S.Y., Shkerin I.V., Gordleeva S.Y., Ivanchenko M.V. // Chaos, Solitons Fractals. 2020. Vol. 138. P. 109951.
- [3] Matrosov V.V., Kazantsev V.B. // Chaos. 2011. Vol. 21, no. 2. P. 023103.
- [4] Гордлеева С.Ю., Матросов В.В., Казанцев В.Б. // Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. 2012. Т. 20, № 3. С. 29.

ИССЛЕДОВАНИЕ СЛОЖНОЙ СТОХАСТИЧЕСКОЙ ДИНАМИКИ ДЖОЗЕФСОНОВСКОГО КОНТАКТА

Е.А. Панкратова

ННГУ им. Н. И. Лобачевского
ИФМ РАН

Введение

Джозефсоновский контакт — это структура, состоящая из двух сверхпроводников, разделенных тонким слоем диэлектрика или в общем случае связанных через некоторую «слабую связь». Механизмы, лежащие в основе особенностей переноса заряженных частиц в такой структуре, имеют важное значение для современной электроники и находят в настоящее время большое количество применений, начиная от высокочувствительной магнитометрии и заканчивая реализацией кубитов.

Для описания динамики разности сверхпроводящих фаз на джозефсоновском переходе, в ряде случаев достаточно рассмотрения эквивалентной схемы, приведенной на рис. 1а, которая позволяет записать так называемую модель резистивно-шунтированного перехода (RCSJ) [1, 2].

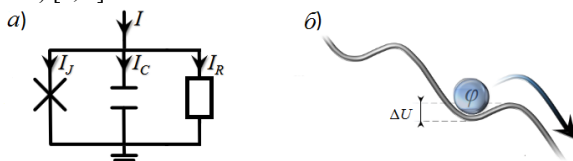


Рис. 1

В этом случае, на основе использования правила Кирхгофа для токов, учитывая, что $\frac{2eV}{\hbar} = d\varphi/dt$, можно записать следующее дифференциальное уравнение второго порядка:

$$\frac{\hbar C}{2e} \ddot{\varphi} + \frac{\hbar}{2eR} \dot{\varphi} + I_c \sin \varphi = I, \quad (1)$$

которое, после преобразования коэффициентов, может быть записано в виде:

$$\left(\frac{\hbar}{2e}\right)^2 C \ddot{\varphi} + \left(\frac{\hbar}{2e}\right)^2 \frac{1}{R} \dot{\varphi} + E_c \sin \varphi = E_c \frac{I}{I_c}, \quad (2)$$

где C и R — емкость и сопротивление контакта, соответственно, $E_c = \hbar I_c / 2e$ — джозефсоновская энергия, I_c — критический ток, I — полный ток через контакт. Если ток I через переход лишь немного превышает I_c , то в основном он течет в виде сверхпроводящего тока I_s через джозефсоновский элемент на эквивалентной схеме (рис. 1а), в то время как нормальный ток мал. Наоборот, при $I \gg I_c$ почти весь ток течет через резистор и вольт-амперная характеристика на этом участке выходит на линейную характеристику перехода в нормальном состоянии.

Введение новых переменных

$$\tau = \frac{2eRI_c}{\hbar} t, \quad \beta = \frac{2eR^2CI_c}{\hbar}, \quad \tilde{t} = \frac{I}{I_c} \left(\frac{\hbar}{2eRI_c} \tau \right) \quad (3)$$

позволяет записать уравнение (1) в безразмерном виде:

$$\beta \ddot{\varphi} + \dot{\varphi} + \sin \varphi = \tilde{t}(\tau). \quad (4)$$

Следует отметить, что в научной литературе [3] также широко используется другая безразмерная форма уравнения джозефсоновского контакта:

$$\ddot{\varphi} + \alpha \dot{\varphi} + \sin \varphi = i(t'), \quad (5)$$

которую можно также записать в виде системы:

$$\begin{cases} \dot{\varphi} = v \\ \dot{v} = i(t') - \alpha v - \sin \varphi \end{cases} \quad (6)$$

Уравнения (5), (6) получаются из уравнения (2) при введении новых переменных:

$$t' = \sqrt{\frac{2eI_c}{\hbar C}} t, \quad \alpha = \sqrt{\frac{\hbar}{2eR^2CI_c}}, \quad i = \frac{I}{I_0} \left(\sqrt{\frac{\hbar C}{2eI_c}} t' \right). \quad (7)$$

В данной работе будет рассматриваться безразмерное уравнение вида (5), так как параметр α в этом случае имеет физический смысл затухания, что удобно для интерпретации результатов. При этом уравнение (5) описывает затухающее движение частицы в подобном стиральной доске наклонном потенциале $U = E_c[1 - i_{dc}\varphi - \cos\varphi]$ с потенциальными барьерами $\Delta U = 2E_c[\left(\frac{1}{2}((1-i_{dc})^2)\right)^{\frac{1}{2}} - i_{dc}\cos^{-1}(i_{dc})]$, исчезающими при $i_s \geq 1$, как схематично показано на рис. 1б.

В зависимости от значения параметра α выделяют:

- *передемпфированный переход* (*overdamped junction*), для которого сочетание низкой кинетической энергии и значительного демпфирования приводит к остановке частицы, которая остается в минимуме потенциала, так что φ перестает изменяться дальше. В этом случае возникает безгистерезисная вольт-амперная характеристика;

- *недодемпфированный переход* (*underdamped junction*), для которого низкое трение и высокая кинетическая энергия заставляют частицу продолжать движение вдоль локальных минимумов. Чтобы остановить частицу, наклон потенциала должен быть близок к нулю, что требует очень малого тока для восстановления состояния нулевого напряжения. В этом случае возникает гистерезисная вольт-амперная характеристика.

В данной работе будет рассмотрен второй случай. Рассмотрим параметр $\alpha = 0.1$.

Влияние на динамику системы различных внешних сигналов

В данной работе рассмотрены три типа внешних сигналов $i(t)$: постоянный ток i_{dc} , комбинация постоянного и синусоидального воздействий $i(t) = i_{dc} + i_{ac}\sin\omega t$, а

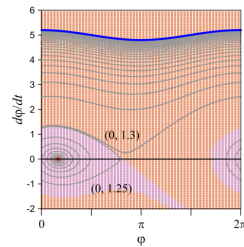


Рис. 2

также случай, когда $i(t) = i_{dc} + i_{ac}\sin\omega t + \xi(t)$, где $\xi(t)$ - белый гауссов шум с нулевым средним и корреляционной функцией $\langle \xi(t)\xi(t+\tau) \rangle = D\delta(\tau)$.

На фазовой плоскости, рис. 2, приведены аттракторы системы (6) при $i_{dc} = 0.5$: синим цветом построен вращательный цикл, красным отмечена точка, соответствующая устойчивому состоянию равновесия $(\varphi, d\varphi/dt) = (\arcsin i_{dc}, 0)$. Кривые, выделенные серым цветом, соответствуют переходным процессам, численно полученным для двух начальных условий: $(\varphi, d\varphi/dt) = (0, 1.25)$ - что соответствует переходу к устойчивому фокусу системы; из точки $(\varphi, d\varphi/dt) = (0, 1.3)$ система переходит в колебательный режим поведения. Области разного цвета на плоскости соответствуют бассейнам притяжения сосуществующих аттракторов. При этом область притяжения устойчивого фокуса ограничена устойчивыми многообразиями равновесия седлового типа (на рисунке не показано), расположенного в точке $(\varphi, d\varphi/dt) = (\pi - \arcsin i_{dc}, 0)$.

Для внешнего сигнала $i(t) = i_{dc} + i_{ac}\sin\omega t$ построим аналогичное разбиение фазовой плоскости на области притяжения сосуществующих аттракторов. Для наглядности, аттракторы неавтономной системы наложим на аттракторы, приведенные на рис. 2. Рассмотрим случай, когда $\omega = 0.8$, для параметра i_{ac} выберем три значения: 0.08, 0.11 и 0.17. Из рис. 3-5 следует, что увеличение i_{ac} приводит к существенным изменениям бассейна притяжения колебательного цикла: при $i_{ac} = 0.11$ можно выделить части, соответствующие переходам к различным сосуществующим колебательным циклам, а при $i_{ac} = 0.17$ область притяжения колебательного цикла значительно сокращается, приобретая сложную форму.

Построение бифуркационной кривой при изменении параметра i_{ac} позволяет получить интервал сосуществования двух колебательных циклов: $i_{ac} \in (0.09, 0.12)$.

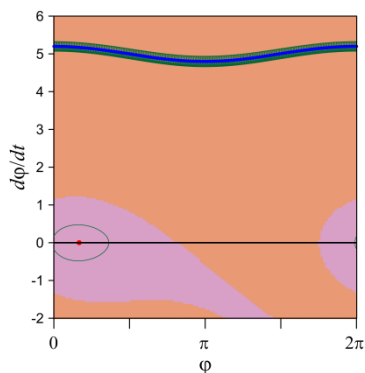


Рис. 3

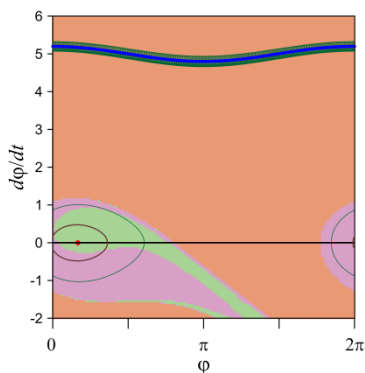


Рис. 4

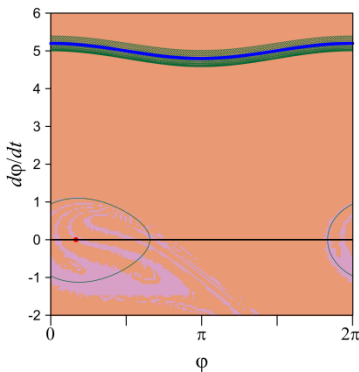


Рис. 5

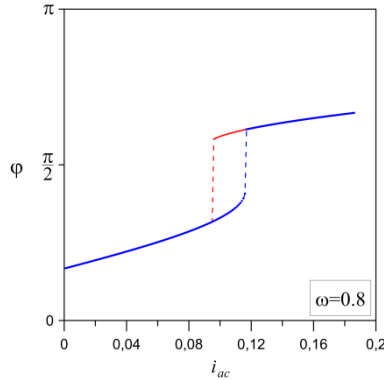


Рис. 6

Далее, для динамических режимов, наблюдаемых при $i_{ac}=0.11$ и $i_{ac} = 0.17$, было изучено влияние шума. На рис. 7 и 8 приведены примеры движения фазовой точки по фазовой плоскости из начальных условий $(\varphi, d\varphi/dt) = (\arcsin i_{ac}, 0)$ при одном и том же значении интенсивности шумового воздействия $D = 0.01$.

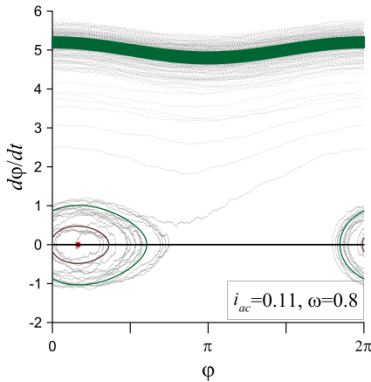


Рис. 7

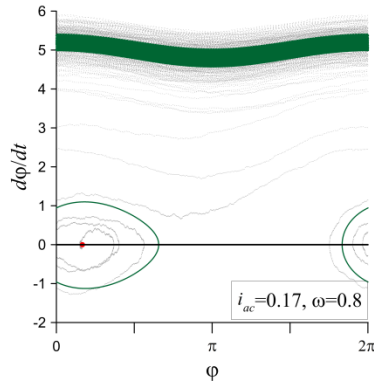


Рис. 8

Из сравнения рис. 7 и 8 следует, что время нахождения фазовой точки вблизи аттрактора, отвечающего за колебательный режим, существенно зависит от структуры его бассейна притяжения.

Выводы

В работе изучено влияние параметров внешних сигналов на динамическое поведение разности сверхпроводящих фаз на джозефсоновском переходе в рамках модели резистивно-шунтированного перехода. Исследовано влияние шума на величину одной из наиболее важных характеристик для джозефсоновского контакта – на время его переключения. Для анализа динамических режимов была написана программа на языке

C++, позволяющая проводить интегрирование системы (6) методом Рунге-Кутты четвертого порядка с выводом необходимых данных в файл для их дальнейшей обработки.

- [1] Stewart C. Current-Voltage Characteristics of Josephson Junctions // Appl. Phys. Lett. 1968. Vol. 12. P. 277.
- [2] McCumber D.E. Effect of ac Impedance on dc Voltage-Current Characteristics of Superconductor Weak-Link Junctions // J. Appl. Phys. 1968. Vol. 39. P. 3113.
- [3] Fathi M.A. Salam S. Shankar Sastry. Dynamics of the Forced Josephson Junction Circuit: The Regions of Chaos // IEEE Transactions on Circuits and Systems. 1985. Vol. CAS-32, no. 8. P. 784.

ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДЛЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ СИНХРОНИЗАЦИИ НЕЙРОН-АСТРОЦИТАРНОЙ СЕТИ ГИППОКАМПА

Д.Д. Попов

ННГУ им. Н.И. Лобачевского

Синхронизация нейронной активности является одним из ключевых механизмов, определяющих согласованную работу нервных сетей. В традиционных математических моделях основное внимание уделяется взаимодействию между пресинаптическим и постсинаптическим нейронами, однако современные представления о трехчастном синапсе показывают, что астроциты также могут активно влиять на передачу сигнала. В связи с этим актуальной задачей является разработка программных средств, позволяющих исследовать влияние кальциевой динамики астроцита на режимы синхронизации связанных нейронов гиппокампа.

Исследование механизмов согласования активности нейронов является одной из важных задач вычислительной нейронауки. В классических моделях синаптическое взаимодействие часто рассматривается как связь только между пресинаптическим и постсинаптическим нейронами. Однако экспериментальные и теоретические работы показывают, что астроциты способны активно участвовать в передаче сигнала, регулируя концентрации нейромедиаторов, ионов и внутриклеточных посредников. Поэтому трехчастный синапс целесообразно рассматривать как единую функциональную систему, в которой нейронная и глиальная подсистемы взаимно влияют друг на друга.

В разрабатываемой модели астроцит связывает динамику двух нейронов через кальциевый механизм. Рост концентрации Ca в астроците интерпретируется как сигнал, запускающий модуляцию синаптической силы. Если кальциевый уровень превышает заданный порог, эффективная связь между нейронами усиливается на ограниченном временном интервале. В результате даже при наличии частотной расстройке осцилляторов может возникать режим временной противофазной синхронизации.

Программная реализация ориентирована на проведение серий вычислительных экспериментов. Пользователь задает параметры собственных частот нейронов, силу базовой синаптической связи, величину астроцитарного воздействия и режим численного интегрирования. В модуль включены метод Эйлера, классический метод Рунге-Кутты 4-го порядка, метод Рунге-Кутты-Фельберга 4-5-го порядков с адаптивным шагом и метод Гира для жестких систем. Такой набор алгоритмов позволяет сравнивать устойчивость и точность расчетов при разных режимах динамики.

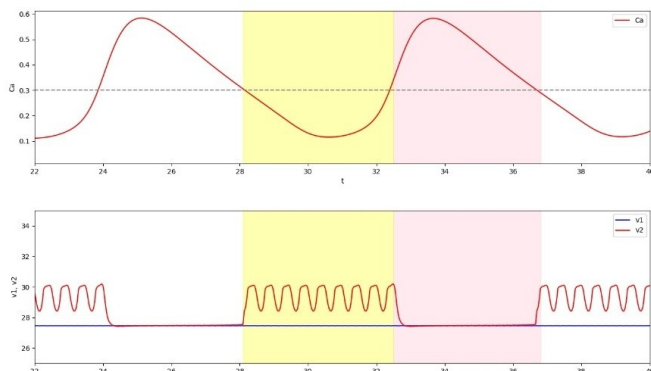


Рис. 1

На рис. 1 показан характерный результат моделирования временной динамики кальция астроцита и мембранных потенциалов нейронов. Верхняя кривая отражает изменение концентрации кальция в астроците, а нижняя - динамику мембранных потенциалов двух нейронов. Выделенные интервалы соответствуют участкам, на которых кальциевый сигнал достигает уровня, достаточного для изменения синаптической связи. В эти промежутки колебания нейронов становятся более согласованными, причем синхронизация имеет временный характер и исчезает после ослабления астроцитарного влияния.

Для количественного анализа использовалась оценка относительного времени синхронизации. Она показывает, какую долю наблюдаемого интервала нейроны находятся в согласованном противофазном режиме. Этот показатель удобен для построения карт параметров, поскольку позволяет перейти от отдельных временных реализаций к общей картине областей синхронного и несинхронного поведения.

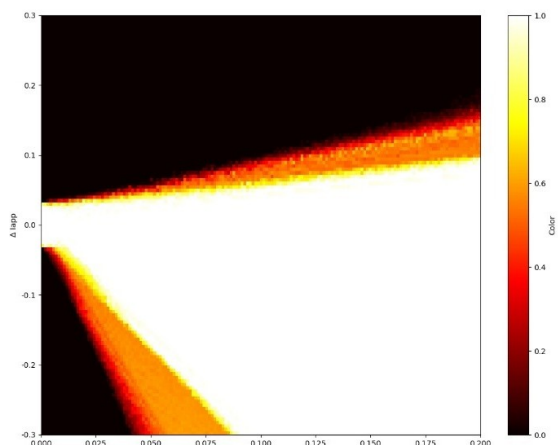


Рис. 2

Результаты параметрического сканирования показывают, что астроцитарная модуляция расширяет область согласованных колебаний. На рис. 2 представлена карта относительного времени синхронизации при изменении силы связи и частотной расстройке: светлые области соответствуют большему относительному времени синхронизации, а темные - режимам, в которых устойчивое согласование практически не возникает. При увеличении силы синаптической связи полоса синхронизации становится шире, поэтому система сохраняет способность к временному согласованию даже при большей расстройке собственных частот нейронов.

Полученные результаты согласуются с представлением о том, что астроциты могут выступать не только пассивной поддерживающей средой, но и активным регулятором коллективной нейронной динамики. В минимальной сети это проявляется в переключении между несогласованным режимом и режимом временной противофазной синхронизации. Подобный механизм был ранее рассмотрен для малых нейрон-астроцитарных ансамблей [5], однако программная реализация позволяет более гибко варьировать параметры и исследовать влияние выбранного численного метода.

Практическая значимость программного комплекса заключается в том, что он объединяет модельные уравнения, численные методы и средства визуализации в единой среде. Это упрощает анализ сложной нелинейной системы, позволяет воспроизводить вычислительные эксперименты и сравнивать различные сценарии астроцитарной регуляции. Кроме того, наличие нескольких интеграторов важно для контроля корректности расчетов, так как нейрон-астроцитарная модель может содержать участки с быстрыми спайками и медленными кальциевыми процессами.

В дальнейшем программный модуль может быть расширен за счет добавления сетей большего размера, более детального описания глиотрансмиссерной обратной связи и автоматизированного подбора параметров. Такие дополнения позволят перейти от анализа минимального ансамбля к исследованию более реалистичных фрагментов гиппокампальной сети. На данном этапе разработка демонстрирует, что даже простая нейрон-астроцитарная конфигурация способна формировать сложные режимы синхронизации, зависящие от кальциевой динамики, силы связи и частотной расстройки.

Отдельное внимание при использовании комплекса уделяется сопоставлению результатов, полученных разными численными методами. Для фиксированного набора параметров можно сравнивать форму спайковых последовательностей, моменты появления кальциевых импульсов и значения относительного времени синхронизации. Если результаты устойчиво воспроизводятся при уменьшении шага интегрирования или при переходе к адаптивному методу, это повышает доверие к найденному режиму. Такая проверка особенно важна при анализе границ области синхронизации, где небольшое изменение параметров может приводить к резкому переходу между согласованной и несогласованной динамикой.

Таким образом, предложенное программное обеспечение может использоваться как инструмент для исследовательских и учебных задач, связанных с моделированием нейроглиального взаимодействия. Оно позволяет наглядно проследить, как медленная кальциевая динамика астроцита влияет на быстрые электрические колебания нейронов, и демонстрирует роль астроцитарной обратной связи в формировании коллективных режимов. Полученные вычислительные результаты могут служить основой для

дальнейшего усложнения модели и перехода к анализу сетей с большим числом нейронов и астроцитов.

- [1] Ullah G., Jung P., Cornell-Bell A.H. // Cell Calcium. 2006. Vol. 39, no. 3. P. 197.
- [2] Hodgkin A.L., Huxley A.F. // The Journal of Physiology. 1952. Vol. 117, no. 4. P. 500.
- [3] Mainen Z.F., Joerges J., Huguenard J.R., Sejnowski T.J. // Neuron. 1995. Vol. 15, no. 6. P. 1427.
- [4] Mainen Z.F., Sejnowski T.J. // Nature. 1996. Vol. 382, no. 6589. P. 363.
- [5] Makovkin S.Y., Shkerin I.V., Gordleeva S.Y., Ivanchenko M.V. // Chaos, Solitons and Fractals. 2020. Vol. 138. P. 109951.

РАЗРАБОТКА МОДЕЛИ УПРАВЛЕНИЯ ГЕТЕРОГЕННЫМ ОТРЯДОМ В КЛЕТОЧНОМ ИГРОВЫМ СИМУЛЯТОРЕ

К.Д. Сачков, И.Д. Ларюшин

ННГУ им. Н.И. Лобачевского

Боевые симуляторы в настоящее время стали неотъемлемым инструментом исследований в области искусственного интеллекта и теории управления. Всё многообразие боевых симуляторов можно условно разделить на три категории: клеточные (например, microRTS [1]), непрерывные (StarCraft [2, 3]) и физически-реалистичные (AirSim). Ключевое различие между ними в объёме пространства состояний и в стоимости одной симуляции. Клеточные симуляторы благодаря своей простоте позволяют выполнять около сотни симуляций в секунду на обычном персональном компьютере. Это принципиально важно, поскольку решение задач оптимизации и оптимального управления почти всегда сопряжено с перебором, и более простые симуляторы дают возможность применять ресурсоёмкие методы. Одним из наиболее известных бенчмарков в этой области является SMAC (StarCraft Multi-Agent Challenge) – набор задач для кооперативного многоагентного обучения, предложенный в работе [2]. Впоследствии были предложены расширения, в частности SMACv2, в котором сценарии генерируются процедурно, что требует от агентов обобщения на ранее не встречавшиеся ситуации [3].

В данной работе мы исследуем возможности создания моделей управления неоднородным отрядом с использованием больших языковых моделей (LLM) [4, 5] в собственном оригинальном симуляторе, созданном по основным принципам популярных симуляторов-предшественников, однако имеющим ряд принципиальных отличий. В оригинальной постановке SMAC вражеские юниты следуют детерминированным скриптам, т.е. фиксирование управления фиксирует всю динамику. В нашей же среде все красные юниты действуют по стохастизированной автоматической политике: каждый движется к ближайшему врагу и атакует лучшую цель в радиусе, но если направление на врага диагональное, выбор шага (вертикаль или горизонталь) осуществляется случайным образом. Также в отличие от SMAC в нашем симуляторе начальные положения юнитов обеих сторон случайны в пределах заданных областей. Как показывают исследования в области многоагентного обучения, стохастическая рандомизация начальных состояний способствует выработке обобщённого знания и повышает робастность переноса из детерминированных сред в стохастизированные [6].

Стоит отдельно остановиться на вопросе чистоты эксперимента при тестировании LLM. Широко известно, что многие популярные бенчмарки (в том числе SMAC и его варианты) имеют открытые репозитории с эталонными реализациями, и большие языковые модели вполне могли встречать код этих сред и готовые политики в своих обучающих выборках [7]. Это создаёт риск неявного «запоминания» решений и ставит под сомнение способность LLM к генерации новых, не встречавшихся ранее стратегий. В нашей работе этот недостаток устраняется благодаря полностью самописному клеточному симулятору, разработанному специально для данной задачи, его исходный код не является публично доступным в широких корпусах текстов, использованных для обучения LLM.

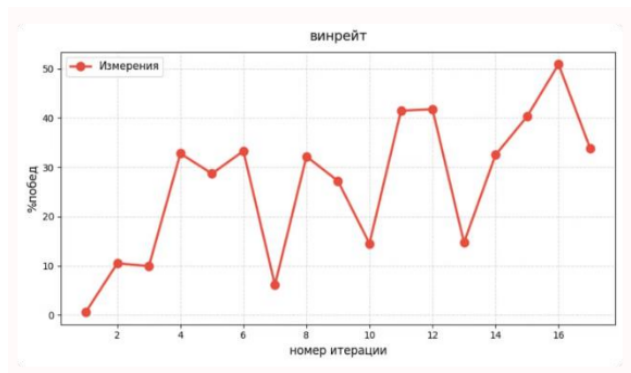


Рис. 1

Сценарий проведенного эксперимента предполагает численное превосходство противника: управляемая армия синих состоит из трёх юнитов ближнего боя и одного юнита с увеличенной дальностью атаки. Армия противников — красных — действующая согласно описанной выше стохастической политике, включает четыре юнита ближнего боя и один дальний. Параметры юнитов в двух армиях одинаковые, ближние имеют повышенный запас здоровья и скорость перемещения, дальние повышенный урон за фрейм и дальность атаки. Каждый бой имеет ограничение на максимальное число фреймов, после которого победа определяется знаком гамильтониана выжившей армии [8-10]. В рамках эксперимента был организован итеративный процесс генерации управляющей политики с использованием LLM (было протестировано несколько бесплатных сервисов, наилучшие результаты получились при использовании Grok).

На первой итерации модели передавался полный исходный код симулятора и текстовое описание задачи. Важной методологической особенностью являлось наложенное ограничение: в промпт запрещалось включать какой-либо исполняемый код, помимо кода самого симулятора. Иными словами, все инструкции по модификации политики должны были формулироваться исключительно на естественном языке. Именно с этим ограничением связаны многочисленные провалы на графике винрейта: стремление LLM имплементировать новые, на первый взгляд перспективные, тактические идеи зачастую приводило к разрушению уже сложившейся, пусть и несовершенной, логики управления. На рис. 1 показана динамика усреднённого винрейта. На каждой итерации модели предъявлялись конкретные замечания, сформулированные по результатам визуального анализа траекторий симуляции (например, отставание лучника от группы, избыточный разброс юнитов, неэффективное выманивание противника из выгодной позиции и т.д.). На основе этих замечаний LLM генерировала обновлённую версию функции управления. После каждой модификации проводилась серия из не менее чем 100 симуляций, а также выполнялся детальный разбор эпизодов с максимальной и минимальной достигнутой эффективностью.

Наиболее значимые приросты наблюдались на ранних итерациях (1–4), где были усилены агрессивность поведения и приоритизация целей, а также на поздних итерациях (13–16), в ходе которых были внедрены механизмы групповой сплочённости, тактика «приманки» и условный фокус огня на вражеском лучнике. Период между этими зонами роста характеризовался переменчивыми скачками эффективности, причём на 14-й итерации был выполнен откат к версии, соответствующей итерации 6, из-за деградации ранее достигнутого уровня.

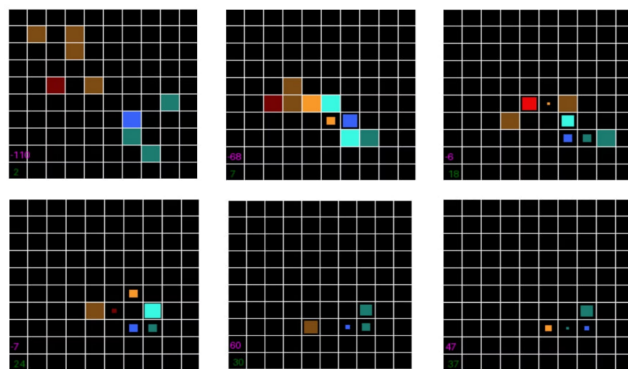


Рис. 2

На рис. 2 показан пример динамики сражения, проводимого моделью управления из итерации 16.

Проведённое исследование показало, что итеративное взаимодействие с LLM (на примере модели Grok) является эффективным инструментом разработки и последовательного улучшения алгоритмов управления в клеточном боевом симуляторе. Установлено, что степень детализации и конкретности формулировок в промпте напрямую влияет на качество генерируемых политик: чётко заданные ограничения, целевые функции и описание желаемого поведения существенно повышают релевантность ответов. Показана также критическая роль пошагового режима улучшения с возможностью отката к предыдущим версиям — такой подход позволяет сохранять работоспособные решения и избегать деградации эффективности при внедрении новых тактических элементов.

К наиболее перспективным направлениям развития данной работы можно отнести: применение методов многоагентного обучения с подкреплением (MARL) для тонкой настройки стратегий, полученных с помощью LLM; разработку сложных сценариев, включающих большее разнообразие типов юнитов, динамические препятствия и несимметричные карты; тестирование выработанных политик в других клеточных и непрерывных симуляторах для оценки переносимости; создание специализированной

языковой модели, оптимизированной для задач тактического управления в подобных средах.

Работа выполнена при поддержке Российского Научного Фонда (грант № 25-21-20077).

- [1] Ontañón S. et. al. // AI Magazine. 2018. Vol. 39. P. 75
- [2] Samvelyan M. et. al. // 18th International Conference on Autonomous Agents and Multi-Agent Systems. 2019. P. 2186.
- [3] Ellis B. // Advances in Neural Information Processing Systems. 2023. Vol. 36. P. 37567.
- [4] Kuang Z. et al. // Proc. ICML. 2025. 2025.
- [5] Chen Ji.W. et al. // NPJ Robotics. 2026. Vol. 4. P. 5.
- [6] Kim D., Bae J. // Journal of the Korea Institute of Military Science and Technology. 2024. Vol. 27. P. 474.
- [7] Balloccu S. et. al. // Proceedings of the 18th Conference of the European Chapter of the Association for Computational Linguistics. 2024. P. 67.
- [8] Ларюшин И.Д. // Труды 18-й международной конференции “Управление развитием крупномасштабных систем”. – Москва, 2025. С. 1.
- [9] Ларюшин И.Д., Колточенко Я.А. // Автоматика и телемеханика. 2024. Т. 10. С. 144.
- [10] Laryshin I.D. // IEEE Transactions on Games. 2023. Vol. 15. P. 148.

ДИСЛОКАЦИОННО-ДИСКЛИНАЦИОННЫЙ МЕХАНИЗМ ФОРМИРОВАНИЯ ЯЧЕИСТОЙ СТРУКТУРЫ В МЕТАЛЛАХ

Г.Ф. Сарафанов

ИПФ РАН

В настоящей работе рассматриваются процессы самоорганизации дислокаций, лежащие в основе образования ячеистой структуры и обусловленные корреляционной неустойчивостью в дислокационном ансамбле. Проводится исследование и анализ нелинейной модели формирования ячеистых структур в моно- и поликристаллах, для которых субзеренная структура развивается из ячеистой.

Эволюционные уравнения динамики дислокаций с учетом их локального, упругого и корреляционного взаимодействия имеют вид [1]:

$$\frac{\partial \rho_a}{\partial t} + \text{div}(\mathbf{J}_a + \mathbf{J}_a^{\text{corr}}) = F_a(\rho_a), \quad (1)$$

$$\mathbf{J}_a(\mathbf{r}) = \rho_a(\mathbf{r}) \mathbf{V}_a - M \rho_a(\mathbf{r}) \sum_c \int \rho_c(\mathbf{r}') \nabla W_{ac}(\mathbf{r}' - \mathbf{r}) d\mathbf{r}', \quad (2)$$

$$\mathbf{J}_a^{\text{corr}}(\mathbf{r}) = -M \rho_a(\mathbf{r}) \sum_c \int \rho_c(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}' - \mathbf{r}) d\mathbf{r}'. \quad (3)$$

Здесь $\mathbf{V}_a$ – постоянная составляющая скорости дислокаций, обусловленная напряжением течения σ_e в плоскости скольжения; M – подвижность дислокаций в плоскостях скольжения; $a = \pm$ – индекс, определяющий направление вектора Бюргерса в системе скольжения; $G(\mathbf{r}) = g_{ac}(\mathbf{r}) \nabla W_{ac}(\mathbf{r})$ – функция Грина, где $g_{ac}(\mathbf{r})$ – двухчастичная корреляционная функция, $W_{ac}(\mathbf{r})$ – энергия упругого взаимодействия дислокаций; $F_a(\rho_a)$ – нелинейная функция, определяемая локальной кинетикой дислокаций.

Исследование системы уравнений (1)–(3) проводится для суммарной $\rho = \rho_+ + \rho_-$ и избыточной $I = \rho_+ - \rho_-$ плотности дислокаций. Откуда следует, что критерием неустойчивости однородного состояния ($\rho = \rho_0, I = 0$) является выполнение условия

$$\rho > \rho_c = \frac{8\pi e(1-\nu)^2}{b^2} \left(\frac{\sigma_e}{G} \right)^2. \quad (4)$$

Нелинейные решения системы уравнений (1)–(3) можно получить стандартным методом [2] в модовом представлении, в результате получаем решение для суммарной

$$\rho(\mathbf{r}) = \rho_0 + 2\rho_0 \sum_{n=1}^N [A_n \cos(\mathbf{k}_n \mathbf{r} + \phi_n) + C_n \cos 2(\mathbf{k}_n \mathbf{r} + \phi_n)] \quad (5)$$

и избыточной плотности дислокаций

$$I(\mathbf{r}) = I_c \sum_{n=1}^N [A_n \sin(\mathbf{k}_n \mathbf{r} + \phi_n) + C_n \sin 2(\mathbf{k}_n \mathbf{r} + \phi_n)], \quad (6)$$

где N — число равноправных систем скольжения при деформировании кристалла (в одной плоскости), $A_n \propto \sqrt{\rho - \rho_c}$ — амплитуда основной неустойчивой моды (параметра порядка), $C_n \sim A_n^2$ — амплитуды малых затухающих мод, $I_c \approx 2\rho_0$.

Согласно решениям (5), (6) простейший тип неоднородной дислокационной структуры — ромбический. Диссипативная структура сформирована дислокациями, перемещающихся в двух системах скольжения ($N = 2$), ориентированных относительно горизонтальной оси на $\pi/3$ и состоит, по сути, из двух вложенных друг в друга с некоторым

смещением структур суммарной ρ (рис. 1, а) и избыточной I плотности дислокаций (рис. 1, б).

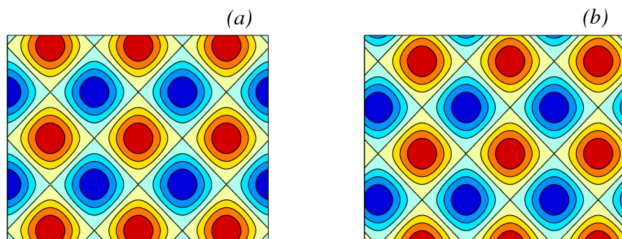


Рис. 1

В этих структурах дислокации в областях повышенной плотности на определённой стадии эволюции образуют равновесные образования: в структуре с избыточной плотностью — субграницы (сохраняющиеся после разгрузки), в структуре с суммарной — дипольные конфигурации дислокаций, которые с ростом деформации аннигилируют из-за переползания.

В случае (а) амплитуда дислокационной структуры $A_n \propto \sqrt{\rho - \rho_c}$ мала и решение близко к синусоидальной форме. Это связано с тем, что в интервал нарастающих гармоник попадает лишь одна мода, а другие затухающие гармоники с амплитудой достаточно малы.

По мере удаления от точки бифуркации затухающие моды перестают быть малыми, и в их спектр попадает всё большее число гармоник. Это приводит к искажению синусоидального профиля и возникновению контрастной структуры.

Рассмотренная выше ячеистая структура является чисто динамическим образованием, т.е. при снятии нагрузки с должно релаксировать к однородному распределению. То, что этого не происходит в реальности, связано со следующим обстоятельством. Как было показано в предыдущем разделе, диссипативная ячеистая структура состоит, по сути, из двух вложенных друг в друга с некоторым смещением структур суммарной ρ и избыточной I плотности дислокаций. В этих структурах дислокации в областях повышенной плотности на определённой стадии эволюции образуют равновесные образования: в структуре с избыточной плотностью — субграницы (сохраняющиеся после разгрузки), в структуре с суммарной — дипольные и мультипольные конфигурации дислокаций, которые с ростом деформации должны аннигилировать из-за переползания (т.е. эта структура должна постепенно исчезать). Поэтому в дальнейшем нас будет интересовать структура с избыточной плотностью дислокаций.

Исследуем численно ромбическую систему на основе системы уравнений (1)-(3), корреляционный поток выбран в приближении Кана – Хильярда, известного в теории расслоения фаз для систем типа «порядок-беспорядок». Учтем также симметрию задачи аналогично предыдущему разделу для получения ромбической системы для избыточной плотности дислокаций. Результат показан на рис. 2, где изображена динамическая ячеистая структура $I(\mathbf{r})$, узлах которой формируются динамические частичные стыковые дисклинации мощности Ω , вследствие формирования в распределенных стенках ячеек избыточного вектора Бюргерса противоположного знака.

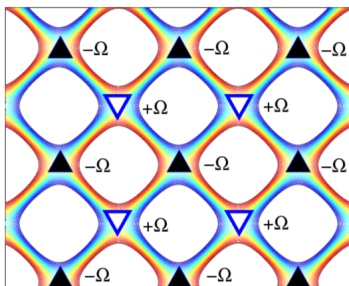


Рис. 2

По мере деформирования кристалла и возникновения субграниц в ячейистой структуре возникает дополнительный сток на границах. Это, во-первых, увеличивает разориентировку субграниц, а, во-вторых, уменьшается суммарная плотность подвижных дислокаций ρ , что приводит со временем к нарушению критерия возникновения динамической диссипативной дислокационной структуры ($\rho < \rho_c$). В итоге, диссипативная ячейистая структура разрушается: дипольные конфигурации дислокаций за счет переползания в местах повышенной суммарной плотности дислокаций аннигилируют, и остается только ее «скелет» — ячейистая структура, состоящая из субграниц и частичных стыковых дисклинаций в узлах данной структуры. При этом однородный поток дислокаций продолжает стекать на субграницах, превращая ячейистую структуру в субзеренную.

Каждая такая распределенная стенка избыточной плотности дислокаций, сформированная в определенной системе скольжения, имеет разориентировку равную мощности соответствующего дисклинационного диполя причем в потоке дислокаций. Если рассмотреть поле напряжений дисклинационного диполя с плечом равного размеру ячейки, то нетрудно показать [2], что дислокации определенного знака будут скапливаться в стенке, формируя при ненулевом переползании отчетливую устойчивую равновесную субграницу, которая в свою очередь будет формировать равновесные частичные стыковые дисклинации противоположного знака, т.е. дисклинационный диполь.

Следует заметить, что по мере деформирования кристалла и возникновения субграниц в ячейистой структуре возникает дополнительный сток на границах. Это, во-первых, увеличивает разориентировку субграниц, а, во-вторых, уменьшается суммарная плотность подвижных дислокаций, что приводит со временем к нарушению критерия возникновения динамической диссипативной дислокационной структуры. В итоге диссипативная ячейистая структура разрушается: дипольные конфигурации в местах повышенной суммарной плотности дислокаций аннигилируют, и остается только ее «скелет» — ячейистая структура, состоящая из субграниц и частичных стыковых дисклинаций в узлах данной структуры. При этом однородный поток дислокаций продолжает стекать на субграницах, превращая ячейистую структуру в субзеренную.

Итак, с нашей точки зрения, в монокристаллах и в относительно крупных кристаллитах (когда размер ячеек существенно меньше размера зерен) процесс фрагментации протекает по следующему сценарию. Сначала формируется динамическая ячейистая дислокационная структура, которая характеризуется суммарной и избыточной

плотностью. По мере увеличения деформации в границах ячеистой структуры с избыточной плотностью возникают метастабильные дефекты дисклинационного типа, которые являются зародышами малоугловых границ с дальнейшей эволюцией в субграницы и фрагменты межзеренного типа.

В работе была рассмотрена структура с идеальной симметрией, что в реальности обычно не имеет места. Если, например, допустить в рассмотренной геометрии двух систем скольжения некоторое различие в каждой из них (скорости, плотности дислокаций), то сформированная диссипативная ячеистая структура будет уже несимметричной и напоминать скорее ламельную структуру. Данное обстоятельство также подтверждается экспериментальными исследованиями. Все это приводит к геометрическому разнообразию ячеистых структур.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 25-29-20300)

[1] Сарафанов Г.Ф. // Изв. вузов. Радиофизика. 2025. LXVIII, 11. С.939.

[2] Haken H. Synergetics. – Berlin: Springer-Verlag, 1978, 544 p.

ДЕТЕКТИРОВАНИЕ СОННЫХ ВЕРЕТЕН С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АЛГОРИТМОВ ГЛУБОКОГО ОБУЧЕНИЯ С ДОБАВЛЕНИЕМ ГИПЕРГРАФОВЫХ ПРИЗНАКОВ

**А.П. Смышляев¹⁾, Н.В. Громов¹⁾, А.А. Шарков^{1, 2, 3)}, А.Д. Гребенюкова^{1, 3, 4)},
А.В. Лебедева^{1, 5)}, Л.А. Смирнов¹⁾, Т.А. Леванова¹⁾, А.Н. Писарчик⁶⁾**

¹⁾ ННГУ им. Н.И. Лобачевского

²⁾ НИКИ педиатрии детской хирургии им. ак. Ю.Е. Вельтищева

³⁾ МГЦ Геномед

⁴⁾ ФГБУ «ФЦМН» ФМБА России

⁵⁾ ФГБОУ ВО "ПИМУ" Минздрава России

⁶⁾ Политехнический Университет Мадрида

В данной работе рассмотрено применение алгоритмов искусственного интеллекта для обнаружения сонных веретен в записях электроэнцефалографии (ЭЭГ) с использованием гиперграфов, что позволило учесть сложные коллективные паттерны физиологических процессов. Исследование проводилось на наборе данных Montreal Archive of Sleep Studies (MASS).

Материалы и методы.

В качестве набора данных использовалось 15 восьмичасовых записей из набора данных MASS [4]. Каждая запись включает 19 биполярных отведений ЭЭГ, записанные с частотой дискретизации 256 Гц. Классификатор для анализа записей написан на базе архитектуры глубокого обучения U-Net.

Предобработка данных

С целью минимизации шума и выделения участков сонных веретен была выполнена предобработка, описанная в [1], включающая полосовую фильтрацию в диапазоне 10–16 Гц и последующую нормализацию амплитуд.

Анализ данных

Процедура анализа для каждой записи состояла из нескольких этапов.

1. *Извлечение гиперграфовых признаков:* выполняется путем построения графа кросс-корреляций ЭЭГ-каналов с последующим выделением групповых взаимодействий в виде гиперребер. На основе полученной структуры для каждого отведения рассчитываются три коэффициента центральности высокого порядка, формирующие итоговый вектор признаков временного окна, характеризующий топологические свойства корреляции каналов.

2. *Формирование набора данных:* для анализа динамики ЭЭГ-сигнал был сегментирован методом скользящего окна. Длина окна составляла 4000 временных отсчетов с нулевым перекрытием. Каждый участок характеризовался соответствующими ему частями сигнала, меток и гиперграфовых признаков. Этот набор данных послужил основой для последующего обучения и валидации глубокой модели на базе архитектуры U-Net.

Обучение классификатора

Для агрегации гиперграфовых признаков с результатом работы энкодера U-Net в базовую архитектуру был добавлен модуль, использующий операции одномерной свертки и пулинга для приведения размерностей признаков и их дальнейшей конкатенации.

Результаты

Качество работы классификатора оценивалось методом кросс-валидации на уровне пациентов. Для формирования итоговой разметки к предсказанным бинарным маскам применялся алгоритм пост-процессинга: слияние близко расположенных паттернов и фильтрация коротких событий. Было получено значение событийной F1 метрики равное 0.73.

Исследование поддержано Минобрнауки России, Госзадание FSWR-2024-0005.

- [1] Gromov N.V., Lebedeva A.V., Sharkov A.A. et al. Automated Sleep Spindle Analysis in Epilepsy EEG Using Deep Learning // Preprints. 2025. P. 2025092116.
- [2] Gao X., Zhu Y., Yang Y., et al. A seizure detection method based on hypergraph features and machine learning // Biomedical Signal Processing and Control. 2022. Vol. 77. P. 103769.
- [3] O'Reilly C., Gosselin N., Carrier J. et al. Montreal Archive of Sleep Studies: an open-access resource for instrument benchmarking and exploratory research // Journal of Sleep Research. 2014. Vol. 23, no. 6. P. 628.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРЕХМЕРНОГО ДВИЖЕНИЯ СФЕРИЧЕСКОГО РОБОТА С ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМ ПРИВОДОМ

А.М. Тузиков^{1, 2)}, Д.В. Баландин^{1, 2)}

¹⁾ ННГУ им. Н.И. Лобачевского

²⁾ Научно-технологический университет «Сириус»

Введение

В последние два десятилетия мобильные роботы сферической формы привлекают растущее внимание исследовательского сообщества. Концепция шарообразного робота была первоначально предложена “НАСА” как лёгкая и прочная альтернатива традиционным колёсным платформам для исследования поверхности планет [1]. Устойчивый интерес обусловлен рядом благоприятных свойств, отличающих сферических роботов (СР) от других классов мобильных платформ, совокупность этих особенностей делают СР привлекательными для миссий, варьирующихся от подводных исследований и внеземной разведки до инспекции инфраструктуры в туннелях, трубах и на загрязнённых промышленных объектах.

В данном исследовании рассматривается сферический робот с принципиально новым для такого рода роботов электромагнитным приводом (СРсЭП), состоящий из двух сферических оболочек: внешней с радиусом R_{out} и внутренней с радиусом r_{in} ($R_{out} > r_{in}$). На внутренней сфере расположены S электромагнитов (ЭМ), а на внешней – M постоянных неодимовых магнитов (ПМ), конструктивно такой вид привода напоминает сферический мотор [2]. Движение робота осуществляется за счет взаимодействия магнитов на разных оболочках. Использование такого рода привода позволяет организовать голономное движение, помимо этого он обладает несколькими преимуществами по сравнению с другими классами приводов: гораздо меньшими задержками, отсутствием проскальзывания между приводом и внешней оболочкой СР, плавность движения. Основной целью работы является формирование принципа размещения магнитов на сферических оболочках, а также проверка реализуемости движений сферического робота с выбранной компоновкой электромагнитного привода вдоль заданных траекторий. Для этого была получена математическая модель СРсЭП и проведено, на основе этой модели, численное моделирование.

Система управления сферическим роботом и математическая модель привода

Используемая система управления подробно описана в работе [3], кратко опишем её. На рис. 1 изображено плоское представление СРсЭП, в котором используются один постоянный магнит и один электромагнит. Будем считать, что внешняя оболочка имеет радиус R_{out} и массу M_{out} , а её момент инерции относительно любой оси, проходящей через центр, равен J_{out} . Аналогичные параметры для внутренней оболочки равны r_{in} , m_{in} и j_{in} соответственно.

Вектор управления $\mathbf{Q}$, обеспечивающий приближение СР к заданной траектории, записывается в виде суммы программного и корректирующего управлений, корректирующее управление представляет собой линейную обратную связь по состоянию. Для поиска коэффициентов обратной связи решается оптимальная по Парето двухкритериальная задача оптимального управления с двумя функционалами, первый из которых отвечает за минимизацию отклонения от заданной траектории, а второй – за минимизацию управляющего воздействия. Данная задача сводится к минимизации максимального отклонения нескольких выходов системы, решение которой достигается посредством решения задачи полуопределенного программирования.

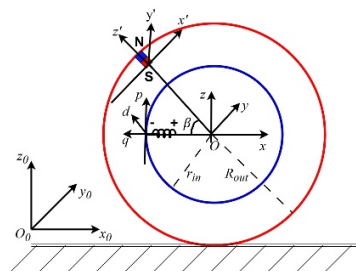


Рис. 1

Для записи математической модели электромагнитного привода сначала рассмотрим взаимодействие двух магнитов, один из которых является электромагнитом, а другой постоянным магнитом (подробнее в [4]). Пусть электромагнит представляет собой толстый соленоид (соленоид с многослойной намоткой), а в качестве постоянного магнита возьмем неодимовый магнит цилиндрической формы. Введем прямоугольную систему координат $Oxuz$ жестко связанную с геометрическим центром сферических обочечек. Центр этой системы координат O совпадает с геометрическим центром сферического робота, ось Oz направлена вертикально вверх (рис. 1). В первую очередь используя закон Био-Савара-Лаплас получим выражения для поля $\mathbf{B}$, создаваемое ПМ, в области расположения ЭМ в системе координат $Oxuz$. Кроме того, так как катушка представляет из себя толстостенный цилиндр, удобно перейти к цилиндрической системе координат, описываемой набором (ρ, θ, z_0) . Теперь при помощи закона Ампера, мы можем определить силу $\mathbf{F} = (F_x, F_y, F_z)$, с которой поле ПМ $\mathbf{B}(\rho, \theta, z_0)$ действует на ЭМ. Определив силу, не составляет труда найти вращающий момент $\mathbf{Q}^{in} = (Q_x^{in}, Q_y^{in}, Q_z^{in})$, создаваемый вследствие взаимодействия ПМ и ЭМ.

Теперь, когда мы получили два определения вращающего момента, одно из которых было сформировано в соответствии с методом оптимального управления, представляя собой желаемое значение момента $\mathbf{Q}_{ref}^{in}$, а второе – на основе математической модели электромагнитного привода, отражающее фактическое значение момента, мы можем определить токи, протекающие через обмотки электромагнитов, необходимые для достижения желаемого значения момента. Для этого среди всевозможных векторов тока необходимо выбрать энергетически оптимальный, который получается, используя псевдообратную матрицу и регуляризацию:

$$\mathbf{I} = \mathbf{C}^T (\mathbf{C}\mathbf{C}^T + \lambda \mathbf{I}_3)^{-1} \mathbf{Q}_{ref}^{in}, \quad (1)$$

где $\mathbf{C}$ определяется из уравнения $\mathbf{C}\mathbf{I} = \mathbf{Q}^{in}$, $\lambda > 0$ – малый параметр регуляризации, $\mathbf{I}_3$ – единичная матрица 3×3 . Напряжения можно получить из токов используя уравнения Кирхгофа.

Размещение магнитов на сферических оболочках

Задача состоит в следующем: требуется такое расположение ПМ и ЭМ на двух сферических оболочках, при котором электромагнитный привод способен создать момент относительно произвольной оси при любом взаимном положении оболочек. Естественной стратегией является размещение магнитов в вершинах многогранника, вписанного в сферу. Однако накладывается жёсткое ограничение: уравнения движения и схема управления, разработанные в [3], корректны только при условии, что тензоры инерции обеих оболочек остаются скалярными. Достаточным условием скалярности является то, что точечная группа симметрии размещения действует на $\mathbb{R}^3$ неприводимо. Среди трёхмерных точечных групп этому удовлетворяют лишь *кубические* (T, T_h, O, O_h), T_d , $T_d T_d$ и *икосаэдрические* (I, I_h) группы – все остальные оставляют инвариантную ось и порождают неизотропный тензор инерции.

В классе вершинно-транзитивных выпуклых многогранников (без призм и антипризм) с кубической или икосаэдрической симметрией имеется ровно 18 представителей: **5 платоновых** и **13 архимедовых тел**. Это даёт замкнутый и небольшой конечный набор кандидатов, причём для каждого из них вершины известны в явном виде, что упрощает задачу.

Выбор ПМ. Среди кандидатов с числом вершин $N \geq 20$ предпочтителен с наименьшим максимальным угловым расстоянием между произвольной точкой на сфере и ближайшей вершиной многогранника θ_{gap}^{max} , так как момент пары ПМ – ЭМ быстро убывает с ростом углового расстояния между ними. Среди четырёх архимедовых тел с $N = 60$ (усечённые додекаэдр и икосаэдр, курносый додекаэдр, ромбоикосо-додекаэдр) минимальный зазор $22,2^\circ$ даёт **ромбоикосододекаэдр** (рис. 2а). Он и выбран для размещения ПМ.

Выбор ЭМ. Для выбора ЭМ важнейшим показателем является τ_{min} – минимальный момент, который способен создать электромагнитный привод определенной конструкции относительно произвольной оси и ориентации оболочек при единичной норме токов. Численная проверка (10^4 случайных взаимных ориентаций из $SO(3) \times 10^5$ направлений) для $S \in \{8, 12, 20, 24, 30\}$ показывает монотонный рост гарантированного момента с ростом числа магнитов S . **Усечённый октаэдр** ($S = 24$, группа O_h , рис. 2б) обеспечивает $\tau_{min} = 0.118$ Н·м при единичной норме токов. Использование $S = 30$ ЭМ (икосододекаэдр) даёт лишь $\sim 29\%$ прироста момента, при этом масса конструкции существенно увеличивается, кроме того, возрастает сложность управления.

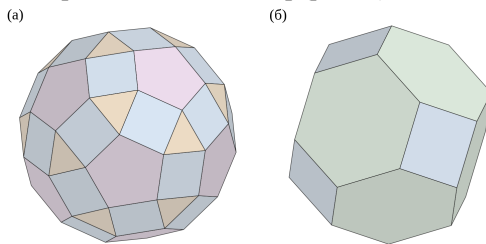


Рис. 2

Численное моделирование трехмерного движения СРсЭП

Для апробации выбранной конфигурации электромагнитного привода было проведено численное моделирование движения СРсЭП вдоль трехмерной траектории,

заданной на колоколообразной (гауссовой) поверхности с коэффициентом сухого трения $\kappa = 0.8$. Начальное положение робота смещено относительно опорной траектории. Результаты приведены на рис. 3: типичные временные зависимости тока $I_1(t)$ (рис. 3а) и напряжения $u_1(t)$ (рис. 3б) на одной из 24 катушек (для остальных катушек полученные временные зависимости тока и напряжения будут качественно похожи) имеют ярко выраженный затухающий характер с пиковыми значениями ≈ 1.6 А и $\pm 16,5$ В соответственно. Быстро осциллирующий характер этих зависимостей обусловлен большим количеством магнитов и достаточно большой скоростью взаимного вращения сферических оболочек, порядка 20 рад/с.

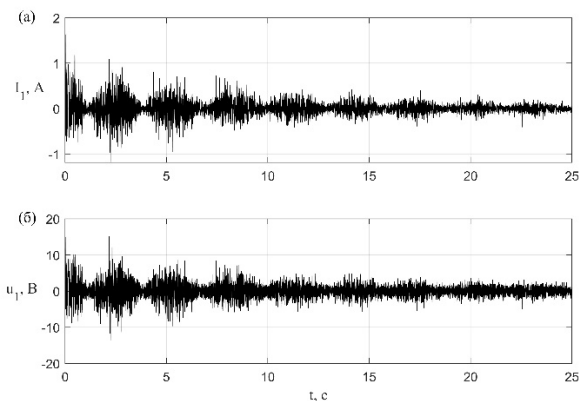


Рис. 3

Из полученных зависимостей следует, что электромагнитный привод предложенной конфигурации создаёт момент, достаточный для движения сферического робота по неровным поверхностям. При этом необходимые напряжения на катушках электромагнитов лежат в рабочем диапазоне современных низковольтных силовых драйверов и не требуют специализированной высоковольтной аппаратуры.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации, проект FSWR-2026-0007.

- [1] Halme A., Schonberg T., Wang Y. // Motion Control of a Spherical Mobile Robot. IEEE. 1996. P. 259.
- [2] He J., Li G., Zhou R. // Torque Modelling and Validation for a Spherical Motor with Stepped Permanent Magnets. J. Electr. Eng. Technol. 2020. Vol. 15. P. 2661.
- [3] Balandin D.V., Biryukov R.S., Tuzikov A.M. // Optimal Control of the Movement of a Spherical Robot on Uneven Surfaces. J. Comput. Syst. Sci. Int. 2026. Vol. 65. P. 134.
- [4] Balandin D.V., Tuzikov A.M., Biryukov R.S., Polovinkin A.V. // Spherical Robot with Electromagnetic Drive: Modeling and Control. Russian J. Nonlinear Dyn. 2025. Vol. 65, no. 4. P. 649.

Секция «Математическое моделирование
процессов и систем»

Заседание секции проводилось 25 мая 2026 г.

Председатель – И.С. Павлов, секретарь – Е.Ю. Линник.

Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского.